

УДК 621.941.08

**В.Б. Струтинський, д.т.н., проф.****О.М. Кравець, к.т.н., доц.***Національний технічний університет України „КПІ“***В.С. Юмашев, к.т.н., доц.***Житомирський державний технологічний університет*

## **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИПАДКОВИХ СКЛАДОВИХ СИЛ ТЕРТЯ, ЯКІ ВИНИКАЮТЬ ПРИ ЛЕЗОВІЙ ОБРОБЦІ ДЕТАЛЕЙ НА МЕТАЛОРІЗАЛЬНИХ ВЕРСТАТАХ**

*Для опису динамічних характеристик процесу тертя і контактного деформування запропонована адитивна квазілінійна математична модель у вигляді набору спеціальних динамічних підсистем з аперіодичними і коливальними складовими, що за своєю дією еквівалентні широкополосному випадковому процесу, спектральні характеристики якого відповідають спектральним характеристикам силових факторів.*

**Вступ.** Дослідження процесу тертя в динамічній системі верстата здійснюють різними методами. Найбільш поширеними є спрощені методи аналізу процесу, згідно з якими характеристики тертя описуються розривними ступінчастими функціями (“сухе тертя”) [1, 2]. Недоліком цих методів є низька точність та відсутність можливості врахування ряду особливостей процесу, пов’язаних із мікрогеометрією поверхні тертя. Процес тертя двох шорстких поверхонь є специфічним робочим процесом із суттєво нелінійними характеристиками. Надзвичайна складність цього процесу не дозволила до теперішнього часу в достатній мірі враховувати всі особливості мікрогеометрії поверхонь тертя.

**Основна частина.** Процес тертя при лезовій обробці поверхонь має специфічні властивості. Зокрема він є нестационарним (квазістационарним) і реалізується на обмежених ділянках поверхонь.

Одна із поверхонь (різець) є набагато твердішою за іншу (оброблювана заготовка). Процес тертя при лезовій обробці є стохастичним із певними статистичними характеристиками.

Згідно з [3] спектральна щільність довільного квазістационарного процесу може бути описана математичною моделлю виду:

$$S_{xy}(\omega) = \sum_{D,\alpha,\omega_0} \frac{\alpha D}{\pi} \left[ \frac{1}{\alpha^2 + (\omega - \omega_0)^2} + \frac{1}{\alpha^2 + (\omega + \omega_0)^2} \right] + \\ + \sum_{D,\alpha,\omega_0} \frac{\alpha D}{\omega_0} \left[ \frac{2\omega_0 - \omega}{\alpha^2 + (\omega - \omega_0)^2} + \frac{2\omega_0 + \omega}{\alpha^2 + (\omega + \omega_0)^2} \right] + \sum_{D,\alpha} \frac{2D}{\pi} \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}.$$

Цю формулу можна інтерпретувати як суперпозицію дії вхідних сигналів у вигляді білого шуму із спектральною густиною  $S_0(\omega) = \text{const} = 2\pi$  на динамічні системи з відповідними трансформуючими функціями.

Доданкам першої суми відповідають трансформуючі функції наступного виду:

$$W_1(S) = \frac{\sqrt{2D\alpha}}{\beta_1} \frac{(T_1 S + 1)}{T_1^2 S^2 + \frac{2\alpha}{\beta_1^2} S + 1},$$

де  $T_1 = 1/\beta_1$  постійна часу трансформуючої функції.

Доданкам другої суми відповідають трансформуючі функції наступного виду:

$$W_2(S) = \frac{\sqrt{2D\alpha}}{\beta_2} \frac{1}{T_2^2 S^2 + \frac{2\alpha}{\beta_2^2} S + 1}.$$

Відповідна постійна часу даної трансформуючої функції  $T_2 = 1/\beta_2$ .

Доданкам третьої суми відповідають трансформуючі функції наступного виду:

$$W_3(S) = \sqrt{\frac{D}{\pi\beta_3}} \frac{1}{T_3 S + 1}.$$

Відповідна постійна часу даної трансформуючої функції  $T_3 = 1/\beta_3$ .

Таким чином, довільний стаціонарний випадковий вхідний параметр технічної системи може бути представлений як результат дії широкополосного випадкового процесу з постійним значенням спектральної густини ("білого" шуму) на деяку динамічну підсистему.

Якщо прийняти, що вхідні параметри системи  $N(t)$ , що являє собою силу нормальної взаємодії поверхні, є стаціонарним процесом у вигляді "білого шуму", то по спектральній щільності вихідного параметра  $F(t)$  можна визначити математичну модель сили сухого тертя у вигляді набору трансформації функцій, з'єднаних за адекватною схемою (рис. 1).

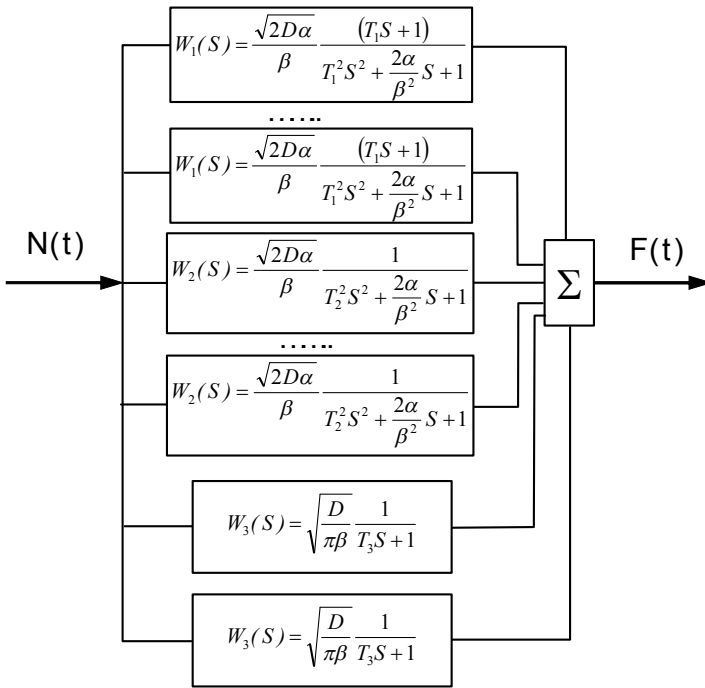


Рис. 1. Загальна математична модель сухого тертя, яка відповідає оригінальній схемі щільності

Для спрощення математичної моделі замість експериментально визначеної спектральної щільності виходу прийємо оригінальну спектральну щільності. Вона описується залежністю:

$$S_{xy}(\omega) = \frac{\alpha D}{\pi} \left[ \frac{1}{\alpha^2 + (\omega - \omega_0)^2} + \frac{1}{\alpha^2 + (\omega + \omega_0^2)} \right].$$

Даний спектральній щільності відповідає трансформуюча функція:

$$W_1(S) = \frac{\sqrt{2D\alpha}}{\beta_1} \frac{(T_1 S + 1)}{T_1^2 S^2 + \frac{2\alpha}{\beta_1^2} S + 1}.$$

Дана трансформуюча функція являє собою спрощену математичну модель сили сухого тертя. Для окремих коефіцієнтів  $\alpha$ , дана трансформуюча функція приводиться до виду:

$$W(S) = \frac{K}{T_3 S + 1}.$$

Дана математична модель враховує лише усталені динамічні процеси сили сухого тертя. Перехідні процеси описуються іншими закономірностями. Їх спектральні характеристики мають високочотні резонанси.

Перевірка адекватності створеної математичної моделі виконувалась за допомогою спеціальної методики в ході виконання спеціального експериментального дослідження, за результатами якого були визначені динамічні характеристики процесу сухого тертя і контактного деформування двох шорстких криволінійних поверхонь. Досліджувались нестационарні сили тертя, які виникають при періодичному контакті випуклої поверхні із ввігнутою поверхнею (рис. 2).

Випукла поверхня заготовки встановлювалась в патроні з ексцентриситетом. Цим забезпечувалась циклічна зміна сили тертя. Контроль величини ексцентриситету здійснювався індикаторами. Результати вимірів радіального биття заготовки для імітаційного навантаження наведені на рис. 2, б. Вони служать для оцінки параметрів динамічної сили тертя. Сила тертя залежить від сили нормального тиску. Можна вважати, що сила тиску пропорційна радіальному биттю заготовки. Регулювання ексцентриситету (биття) заготовки здійснювалося безпосередньо на верстаті.

Навантаження силами сухого тертя здійснювались при терті по зовнішній поверхні заготовки. Стенд для дослідження параметрів вібрацій та контрольні точки вимірів представлені на рис. 3.

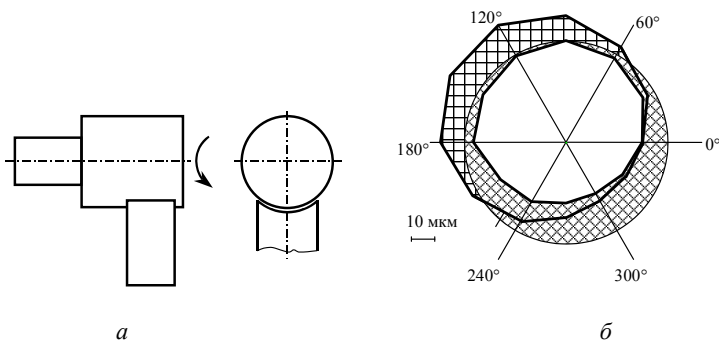
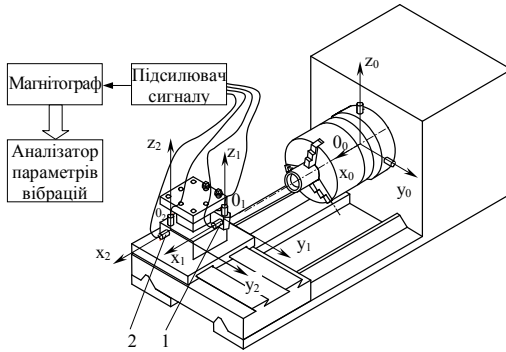
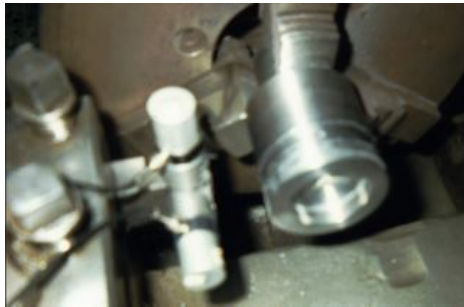


Рис. 2. Схема фрикційного контакту випуклої і ввігнутої поверхонь (а) та експериментальне визначення биття випуклої поверхні (б)



а



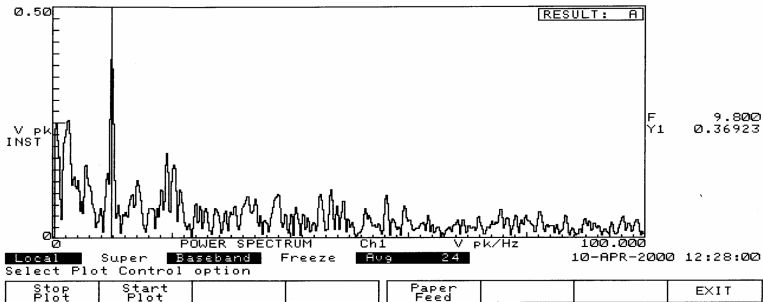
б

Рис. 3. Схема (а) та загальний вигляд (б) стенда для експериментального визначення динамічних властивостей сил сухого тертя двох шорстких поверхонь

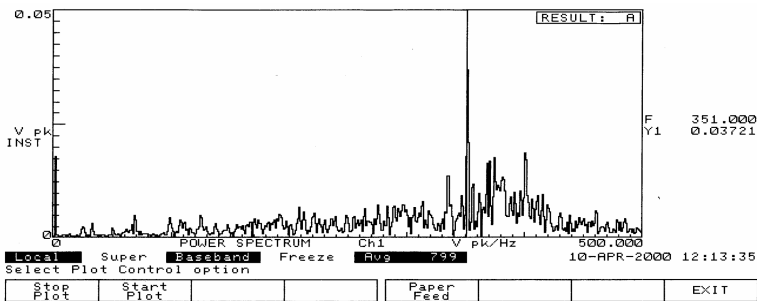
Коефіцієнти передачі динамічних параметрів коливань між різними точками динамічної системи є суттєво різним і в основному відповідають напрямкам потоків потужності від приводу головного руху до оброблюваної деталі.

Процес тертя при обертанні заготовки є квазістаціонарним. Загалом можна вважати, що взаємодія двох шорстких поверхонь в даному випадку має визначені статичні характеристики. В результаті експериментальних вимірів одержані часові реалізації сили тертя та виконана їх статистична обробка.

Спектральні характеристики проєкцій сили взаємодії двох поверхонь в динаміці наведено на рис. 4.



а



б

Рис. 4. Спектральні характеристики сили нормальної взаємодії двох шорстких поверхонь (а) та спектральна щільність тангенціальної складової сили сухого тертя (б)

Нормальна складова (рис. 4, а) сили взаємодії двох шорстких криволінійних поверхонь має більш згладжений спектр. В низькочастотній області він має резонансний пік, який відповідає частоті обертання шпинделя. В області частот вище 30 Гц спектральна щільність процесу змінюється мало. В першому наближенні її можна вважати постійною. Це значить, що при усталеній взаємодії двох шорстких поверхонь сила нормальної взаємодії може вважатись відповідною випадковому процесу типу "білого шуму", який має постійне значення спектральної щільності.

Тангенціальна складова (рис. 4, б) сили взаємодії двох шорстких криволінійних поверхонь має резонансну область в діапазоні частот 380...420 Гц. В даній області присутні жорсткі резонансні піки.

В процесі експериментів також досліджено нестационарні процеси контакту двох криволінійних поверхонь. При контакті має місце різке підвищення віброприскорень (удар) (рис. 5).

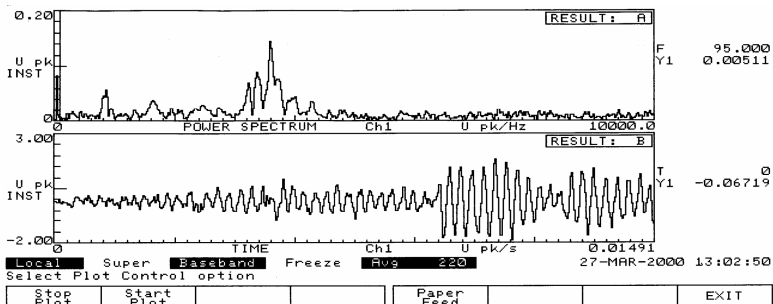


Рис. 5. Часова реалізація сили контактної взаємодії двох шорстких поверхонь при ударі та спектр потужності сили взаємодії

Спектральна характеристика нестационарного процесу взаємодії двох шорстких поверхонь має резонансну область на частотах близько 4000 Гц.

У ряді випадків простежуються інші резонансні частоти (рис. 6).

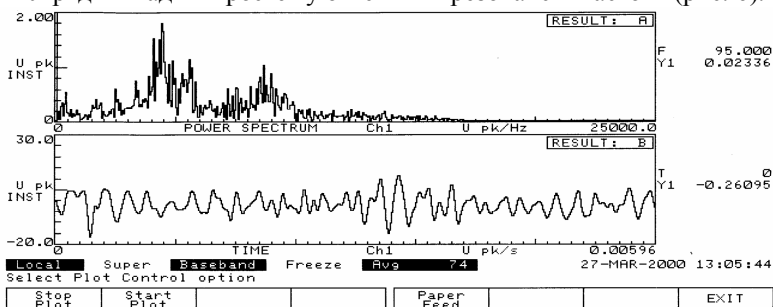


Рис. 6. Окрема реалізація сили контактної взаємодії двох шорстких поверхонь при ударі та спектр потужності сили взаємодії

### Висновки:

1. Проведені експериментальні дослідження показали високий ступінь співпадання результатів розрахунків за допомогою запропонованої процедури, побудованої на основі розробленої математичної моделі та результатів експериментальних досліджень.

2. Навантаження у вигляді сили сухого тертя ініціює збудження коливань елементів динамічної системи верстата у всьому діапазоні резонансних частот. Це простежується на визначених в експерименті частотних характеристиках динамічної системи. Амплітудно-частотна

характеристика має значне число жорстких резонансних піків. Аналіз графіків амплітудно-частотних характеристик показав, що їх значення збільшуються до суттєвих розмірів, починаючи з частот 25 Гц і вище. Резонансні області мають місце лише на частотах 4000 Гц і 8000 Гц.

3. Як напрямок подальших досліджень рекомендується розглянути взаємодію випадкових сил тертя і різання.

### ЛІТЕРАТУРА:

1. Попов В.И., Локтев В.И. Динамика станков. – К.: Техніка, 1976. – 136 с.
2. Левин А.И. Математическое моделирование в исследованиях и проектировании станков. – М.: Машиностроение, 1978. – 184 с.
3. Струтинський В.Б. Тензорні математичні моделі процесів та систем: Підручник. – Житомир: ЖДТУ, 2005. – 635 с.

СТРУТИНСЬКИЙ Василь Борисович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри конструювання верстатів та машин Національного технічного університету України "КПІ".

Наукові інтереси:

- процеси механічної обробки, верстати та верстатні системи;
- статистична механіка.

Тел.: (044) 454-94-61.

E-mail: [kvm@users.ntu-kpi.kiev.ua](mailto:kvm@users.ntu-kpi.kiev.ua)

КРАВЕЦЬ Олександр Михайлович – кандидат технічних наук, доцент кафедри конструювання верстатів та машин Національного технічного університету України "КПІ".

Наукові інтереси:

- процеси механічної обробки, верстати та верстатні системи.

Тел.: (044) 454-94-61.

E-mail: [kvm@users.ntu-kpi.kiev.ua](mailto:kvm@users.ntu-kpi.kiev.ua)

ЮМАШЕВ Володимир Євгенович – кандидат технічних наук, доцент кафедри технології машинобудування і конструювання технічних систем Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- робототехнічні системи та комплекси.

Подано 14.08.2007