

УДК 539.376

В.Г. Карнаухов, д.ф.-м.н., проф.*Институт механики НАН Украины.***В.В. Михайленко, д.ф.-м.н., проф.***Житомирский государственный технологический университет*

ДЕМПФИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ТОНКОСТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВКЛЮЧЕНИЙ

Рассматривается демпфирование колебаний тонкостенных элементов конструкций с помощью распределенных пьезоэлектрических включений

До недавнего времени для снижения уровня колебаний наиболее часто применялись пассивные методы демпфирования, когда в структуру элемента вводятся неупругие (вязкоупругие либо вязкоупругопластические включения) с высокими демпфирующими характеристиками. Подробное описание технологии пассивного контроля колебаний изложено в специальной литературе по тем или иным отраслям техники, ссылки на которую можно найти, например, в [1]. Поскольку этот метод дает хорошие результаты в высокочастотной области, он и в настоящее время широко используется в технике.

В последние годы предложены более перспективные методы активного демпфирования с использованием пьезоэлектрических включений. В первую очередь это касается демпфирования колебаний тонкостенных конструкций – стержней, пластин и оболочек. В общей постановке суть этих методов заключается в том, что одни пьезоэлектрические включения (сенсоры) дают информацию о механическом состоянии тонкостенного элемента, а другие (актуаторы) подводят к пластине разность потенциалов, связанную определенными соотношениями (уравнениями обратной связи) с показаниями сенсоров. Если разность потенциалов актуатора пропорциональна разности потенциалов сенсора, изменяются жесткостные характеристики элемента. Если же она пропорциональна току либо производной тока, изменяются характеристики демпфирования либо инерционные характеристики элемента. Таким образом можно изменять динамические характеристики конструкции, в частности, уходить с резонанса и существенно увеличивать демпфирование колебаний тела. В более узкой постановке, когда известна действующая на конструкцию нагрузка, демпфирование

колебаний достигается путем подвода к актуатору разности потенциалов определенной амплитуды и фазы, которая компенсирует действие внешней механической нагрузки. Методы активного контроля дают хорошие результаты в низкочастотной области. Для расширения диапазона частот эффективного контроля колебаний необходимо разрабатывать комбинированную технологию демпфирования с применением как пассивных, так и активных методов. При использовании активного демпфирования колебаний стержней, пластин и оболочек наиболее часто используются два подхода: когда 1) пьезоэлектрические слои полностью покрывают пассивный слой, а демпфирование осуществляется путем подвода к бесконечно тонким электродам той или иной геометрической формы разности потенциалов необходимой амплитуды и фазы; 2) пьезоэлектрические слои покрывают пассивные слои лишь частично, и на них наносятся электроды, к которым подводится разность потенциалов необходимой для компенсации механического нагружения амплитуды и фазы. При полном покрытии поверхностей элемента пьезослоем используются также разрезные электроды. При этом геометрическая форма электродов, сенсоров и актуаторов, их толщина, тип поляризации и положение в теле выбираются из условия наиболее эффективного контроля колебаний. Так, например, если выбрать электроды, сенсоры и актуаторы в виде суперпозиции мод колебаний, то они будут воспринимать и подавлять только эти моды. Этот тип контроля известен как модальный. Формирование модальных сенсоров и актуаторов достигается путем изменения таких параметров: 1) структуры элемента по его толщине; 2) геометрической формы электродов, сенсоров и актуаторов; 3) поляризации пьезослоев, которая следит за изменением знака разности потенциалов; 4) угла между главными направлениями анизотропии пассивного элемента и главными направлениями анизотропии пьезоэлементов; 5) толщины пьезоэлемента (она может быть выбрана переменной для формирования модального сенсора или актуатора); 6) свойств пьезоматериалов. Последние результаты в этой области отражены в [2], [3], [4], [5], [6].

При первом подходе, а также при пренебрежении влиянием пьезовключений на жесткостные характеристики пассивного элемента при использовании второго подхода решение задачи существенно упрощается, так что в некоторых случаях можно получить аналитические решения, которые дают возможность выбрать размеры и расположение электродов и пьезослоев из условий наиболее эффективного демпфирования колебаний.

Необходимо отметить, что в существующей в настоящее время литературе по контролю колебаний не учитывается реальное вязкоупругое поведение материалов, которые широко используются для изготовления как пассивных пластинчатых элементов, так и активных элементов контроля колебаний. В последнем случае имеются ввиду полимерные материалы с пьезоэффектом. Эти материалы обладают уникальными свойствами – им легко придать необходимую форму, в силу малой толщины и своих электромеханических свойств они существенно не изменяют жесткостные характеристики пассивной конструкции. Поэтому их широко используют для изготовления сенсоров и актуаторов. Заметными вязкоупругими свойствами обладают и традиционные пьезокерамические материалы.

Общая постановка задачи активного демпфирования колебаний тонкостенных элементов конструкций включает в себя кинематические соотношения теории оболочек (пластин), уравнения движения, граничные условия и определяющие уравнения для общих усилий и моментов, вносимых пассивными и активными (пьезоэлектрическими) слоями. При этом вязкоупругие свойства слоёв в линейной области лучше всего описываются линейными моделями вязкоупругости интегрального типа.

Возможность активных методов демпфирования продемонстрируем на примере изгибных колебаний ортотропной пластины с шарнирно закрепленными торцами. Будем считать, что пластина имеет размеры $a \times b$, симметричную по толщине структуру и нагружена известной стационарной или нестационарной поверхностной нагрузкой, а демпфирование колебаний пластины осуществляется прямоугольными в плане пьезоэлектрическими актуаторами. Необходимо выбрать наиболее эффективное расположение актуаторов и их размеры.

Изгиб пластины описывается краевой задачей

$$D_{11} \otimes \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \otimes \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \otimes \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \tilde{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 M_0}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 M_0}{\partial y^2} + q(x, y, t) = 0, \quad (1)$$

$$w = 0, \quad D_{11} \otimes \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = M_0(t) \quad (x = 0; x = a);$$

$$w = 0, \quad D_{22} \otimes \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = M_0(t) \quad (y = 0; y = b)$$

при нулевых начальных условиях.

Здесь символ \otimes обозначает интегро-дифференциальный оператор вида:

$$F \otimes G = \int_{-\infty}^t F(t-\tau) dG(\tau).$$

Для пьезослоев, имеющих одинаковые электромеханические свойства и противоположные направления поляризации, выражения для жесткостных характеристик D_{ij} зависят от наличия или отсутствия электродов между пассивным и пьезоактивными слоями и здесь не приводятся.

Решение задачи (1) ищется в виде:

$$w = \sum_m \sum_n w_{mn}(t) \sin k_m x \sin p_n y, \quad k_m = \frac{m\pi}{a}, \quad p_n = \frac{n\pi}{b}. \quad (2)$$

Для прямоугольного в плане включения, имеющего размеры c, d и координаты центра ξ, η , выражение для вызываемого актуатором момента представляется в форме:

$$M_0 = \sum_m \sum_n M_{mn}^0(t) \sin k_m x \sin p_n y, \quad (3)$$

где

$$M_{mn}^0(t) = \frac{16M_0(t)}{abk_m p_n} \sin k_m \xi \sin p_n \eta \sin \frac{k_m c}{2} \sin \frac{p_n d}{2}. \quad (4)$$

Приложенная к поверхности нагрузка представляется в такой же форме:

$$q(x, y, t) = \sum_m \sum_n q_{mn}(t) \sin k_m x \sin p_n y. \quad (5)$$

Подставляя (2)–(5) в (1), получим интегро-дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2 w_{mn}}{dt^2} + \Delta_{mn} \otimes w_{mn} + p_{mn}(t) + M_{mn}(t) = 0 \quad (6)$$

с нулевыми начальными условиями.

Здесь:

$$\Delta_{mn} = (D_{11} k_m^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) k_m^2 p_n^2 + D_{22} p_n^4) / \tilde{\rho}, \quad (7)$$

$$M_{mn}(t) = M_{mn}^0(t) (k_m^2 + p_n^2) / \tilde{\rho}, \quad p_{mn}(t) = q_{mn}(t) / \tilde{\rho}.$$

Пусть

$$p_{mn}(t) = p_{mn}^0 H(t), \quad M_{mn}(t) = m_{mn}^0 H(t), \quad (8)$$

где $H(t)$ – функция Хевисайда. Применение метода усреднения позволяет представить решение уравнения (6) в виде [7]:

$$w_{mn}(t) = \frac{p_{mn}^0 - m_{mn}^0}{(\Delta_{mn}^0)^2} \exp\left(-\frac{\Delta_{mn}^0 A_{mn}^0}{2} t\right) \left[\frac{A_{mn}^0 (p_{mn}^0 - m_{mn}^0)}{(\Delta_{mn}^0)^2 (2 - B_{mn}^0)} \times \right. \\ \left. \times \sin\left(\frac{B_{mn}^0}{2} - 1\right) \Delta_{mn}^0 t - \frac{(p_{mn}^0 - m_{mn}^0)}{(\Delta_{mn}^0)} \cos\left(\frac{B_{mn}^0}{2} - 1\right) \Delta_{mn}^0 t \right]. \quad (9)$$

Как видно из (9), при $p_{mn}^0 = m_{mn}^0$ соответствующая мода не возбуждается. Поэтому, разместив на поверхности пластины s актуаторов, можно компенсировать s мод колебаний и существенно уменьшить амплитуду колебаний пластины.

Для оптимального выбора координат центра актуатора и его размеров необходимо рассмотреть задачу о вынужденных колебаниях пластины, когда

$$p_{mn}(t) = p_{mn}^0 \exp(i\omega_{mn} t). \quad (10)$$

Если пластина не контролируется, т.е. к актуатору не прикладывается разность потенциалов, то решение уравнения (6) имеет вид:

$$w_{mn} = -p_{mn}^0 / \Delta_{mn}, \quad (11)$$

где

$$\Delta_{mn} = \Delta'_{mn} + i\Delta''_{mn} - \tilde{\rho}\omega_{mn}^2 = (D'_{11} + iD''_{11})k_m^4 + \\ + 2[(D'_{12} + iD''_{12}) + 2(D'_{66} + iD''_{66})]k_m^2 p_n^2 + (D'_{22} + iD''_{22})p_n^4 - \tilde{\rho}\omega_{mn}^2. \quad (12)$$

Для шарнирного закрепления резонансная частота определяется по формуле:

$$\tilde{\rho}\omega_{mn}^2 = \Delta'_{mn}, \quad (13)$$

при этом

$$w_{mn} = i p_{mn}^0 / \Delta''_{mn}. \quad (14)$$

Если $D''_{mn} = D'_{mn} \operatorname{tg} \delta$,

то

$$w_{mn} = i p_{mn}^0 / \Delta'_{mn} \operatorname{tg} \delta . \quad (15)$$

Как видно, при $\operatorname{tg} \delta \ll 1$ прогиб будет очень большим, хотя и конечным. С увеличением тангенса угла потерь прогиб будет уменьшаться.

Пусть теперь к актуатору приложена разность потенциалов, изменяющаяся по гармоническому закону с частотой поверхностной силы. Тогда на резонансе будет

$$w_{mn} = i \left[p_{mn}^0 - (k_m^2 + p_n^2) m_{mn}^0 \right] / \Delta'_{mn} \operatorname{tg} \delta . \quad (16)$$

Так как на каждом из актуаторов разность потенциалов постоянна, то мы можем выбрать в выражении (16) произвольно только одну из величин m_{mn}^0 на каждом из актуаторов. Потому если мы нанесли на поверхность пластины один актуатор, мы можем компенсировать только одну составляющую нагрузки в выражении (5). Как правило, максимальная составляющая нагрузки отвечает индексам $m = n = 1$. Если необходимо компенсировать несколько слагаемых, следует увеличить количество актуаторов. Для компенсации любой из гармоник необходимо разность потенциалов выбирать из условия равенства нулю числителя в выражении (16), т.е. положить

$$p_{mn}^0 - (k_m^2 + p_n^2) m_{mn}^0 = 0 . \quad (17)$$

Тогда решение приобретает вид

$$w = \sum_{r \neq m} \sum_{s \neq n} \frac{\left[p_{rs}^0 - (k_r^2 + p_s^2) m_{rs}^0 \right]}{\Delta_{rs}} \sin k_r x \sin p_s y . \quad (18)$$

Здесь:

$$\Delta_{rs} = \Delta'_{rs} + i \Delta''_{rs} - \tilde{\rho} \omega_{rs}^2 . \quad (19)$$

Как видно из (18)–(19), прогиб резко падает из-за отсутствия резонансного члена в (18) и быстрой сходимости ряда Фурье, когда основной вклад в прогиб вносит резонансный член.

Разность потенциалов рассчитывается по формуле, следующей из (4) и (17):

$$M_0 = \frac{ab}{16} \frac{p_{mn}^0 k_m p_n}{k_m^2 + p_n^2} \frac{1}{\sin k_m \xi \sin p_n \eta \sin \frac{k_m c}{2} \sin \frac{p_n d}{2}} . \quad (20)$$

Величина M_0 пропорциональна подводимой к актуатору разности потенциалов. Центр актуатора и его размеры выбирается из условия минимальности этой разности. Из (20) видно, что это будет иметь место, если выполняются равенства

$$\sin k_m \xi = 1; \quad \sin p_n \eta = 1; \quad \sin \frac{k_m c}{2} = 1; \quad \sin \frac{p_n d}{2} = 1. \quad (21)$$

Рассмотрим моды колебаний, отвечающие $\omega_{11}, \omega_{21}, \omega_{13}, \omega_{22}$.

Для моды ω_{11} центр актуатора должен выбираться из условий

$$\sin k_1 \xi = 1, \quad \sin p_1 \eta = 1, \quad \text{так, что его координаты равны: } \xi = \frac{a}{2}, \eta = \frac{b}{2},$$

т. е. центр актуатора совпадает с центром пластины. При другом выборе центра актуатора имеем поверхность:

$$\frac{M_0}{m} = \frac{1}{\sin k_1 \xi \sin p_1 \eta}, \quad (22)$$

где m – константа, изображающую зависимость величины $\frac{M_0}{m}$, пропорциональной разности потенциалов, от координат центра

актуатора. Эта поверхность представлена на рис. 1, где $\bar{\xi} = \frac{\xi}{a}, \bar{\eta} = \frac{\eta}{b}$.

Как видно из рисунка и формулы (22), при приближении координат центра актуатора к торцам пластины подводимая к нему разность

потенциалов стремится к бесконечности. В окрестности точки $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$

имеется достаточно большая область, в которой потенциал мало отличается от своего минимального значения. Поэтому центр актуатора также можно размещать в этой области.

Аналогичные поверхности могут быть построены и для других мод.

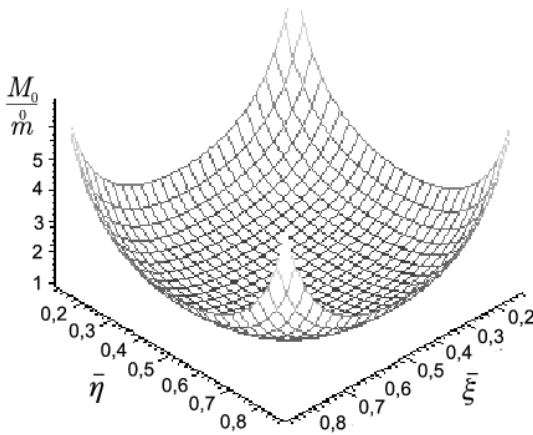


Рис. 1

Из условия (21) при $m = 2$, $n = 1$ следует, что для моды ω_{21} минимальная разность потенциалов достигается при размещении центра актуатора в точке $\left(\frac{a}{4}, \frac{b}{2}\right)$ или $\left(\frac{3a}{4}, \frac{b}{2}\right)$. При этом разность потенциалов пропорциональна величине

$$\frac{M_0}{m} = \frac{1}{\sin k_2 \xi \sin p_1 \eta}.$$

Поверхность, изображающая эту величину в зависимости от координат центра актуатора, имеет такой же вид, как и поверхность на рис. 1, с тем отличием, что она размещена над прямоугольником $\left(0 \leq x \leq \frac{a}{2}, 0 \leq y \leq b\right)$.

Для моды ω_{13} центр актуатора следует размещать в одной из точек $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$, $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{6}\right)$, $\left(\frac{a}{2}, \frac{5b}{6}\right)$. При этом пластина разбивается на три полосы шириной $\frac{b}{3}$ и длиной a . Над каждой из этих полос поверхность имеет вид, показанный на рис. 1. Разность потенциалов будет стремиться к бесконечности при подходе к краям указанных полос.

Для моды ω_{22} центр актуатора, отвечающий минимальной разности потенциалов, размещается в какой-либо из точек $\left(\frac{a}{4}, \frac{b}{4}\right)$, $\left(\frac{a}{4}, \frac{3b}{4}\right)$, $\left(\frac{3a}{4}, \frac{b}{4}\right)$, $\left(\frac{3a}{4}, \frac{3b}{4}\right)$. Поэтому пластина разбивается на четыре равных прямоугольника с центрами в указанных точках. Над каждым из этих прямоугольников поверхность, изображающая разность потенциалов в зависимости от координат центра актуатора, имеет вид, показанный на рис. 1. Потенциал стремится к бесконечности при приближении центра актуатора к краям этих прямоугольников.

Таким образом, при неудачном выборе координат центров актуаторов для указанных выше мод потенциал может достичь критических значений, при которых имеет место электрический или тепловой пробой.

Теперь рассмотрим, как изменяется разность потенциалов в зависимости от размера актуатора, размещенного в центре пластины или упомянутых выше прямоугольников. Площадь актуаторов будем изменять путем изменения размеров соответствующих им диагоналей l .

Для моды ω_{11} имеем $\frac{M_0}{m_1} = \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi l}{2L}}$, где l и L – длины

диагоналей актуатора и пластины соответственно, m_1 – константа. Характер изменения величины потенциала в зависимости от размера диагонали актуатора представлен на рис. 2, так что сначала при изменении длины диагонали актуатора наблюдается резкое уменьшение потенциала, а потом – незначительное его изменение. Для

моды ω_{21} при выборе центра актуатора в точке $\left(\frac{a}{4}, \frac{b}{2}\right)$ имеем такую

же формулу, в которой L – длина диагонали прямоугольника с центром в указанной точке. Такая же формула будет иметь место и для

моды ω_{22} при выборе центра актуатора в точке $\left(\frac{a}{4}, \frac{b}{4}\right)$, при этом L –

длина диагонали упомянутого прямоугольника.

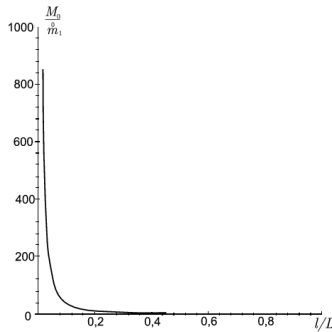


Рис. 2

Для моды ω_{13} при выборе координат центра актуатора в точке $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ зависимость разности потенциалов от размера диагонали актуатора показана на рис. 3. Однако если пластину разбить на три указанных выше полосы и отнести диагональ актуатора к диагонали такой полосы, то изменение потенциала в зависимости от размера диагонали актуатора будет иметь такой же характер, как и представленный на рис. 2.

Указанные выше формулы и графики необходимо использовать при компенсации нескольких мод колебаний при помощи актуаторов либо разрезных электродов. На рис.4 представлен один из возможных вариантов размещения четырех актуаторов при необходимости компенсации четырех мод колебаний. При этом, конечно, разность потенциалов на каждом актуаторе не будет минимальной.

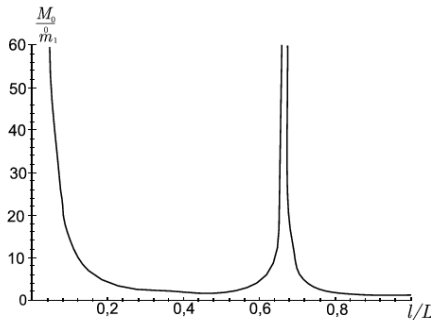


Рис. 3

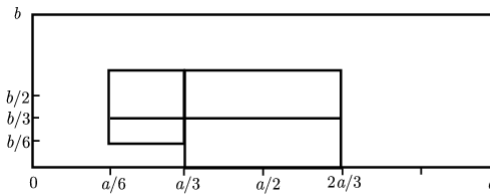


Рис. 4

Аналогичные соображения имеют место и при расчете сенсоров. Действительно, пусть на пластину действует гармоническое во времени нагружение, распределенное по одной из форм колебаний. Тогда прогиб рассчитывается по формуле:

$$w = w_{mn} \sin k_m x \sin p_n y \exp(i\omega_{mn} t). \quad (23)$$

Эта форма колебаний будет выдерживаться с большой точностью, если частота нагружения равна резонансной. Тогда величина, обратная заряду Q на электроде сенсора, определяется выражением:

$$\frac{1}{Q} = \frac{A}{\sin k_m \xi \sin p_n \eta \sin \frac{k_m c}{2} \sin \frac{p_n d}{2}}, \quad (24)$$

где A – константа, не зависящая от координат центра и размеров актуатора (в данном случае предполагается, что измеряется не разность потенциалов на сенсоре, а заряд (ток), который рассчитывается при условии короткого замыкания электродов сенсора). Основной принцип, в соответствии с которым рассчитываются сенсоры, состоит в том, что заряд должен быть максимальным при заданном прогибе. Тогда величина (24) должна быть минимальной. Сравнение формул (20) и (24) показывает, что координаты центров сенсора и актуаторов и их размеры определяются по одинаковым формулам. Представленные выше соображения о положении и размерах актуатора для разных мод колебаний сохраняются без изменений и для сенсора. Если сенсор изготовить в виде некоторой моды колебаний, он будет реагировать только на эту моду, т.е. будет играть роль фильтра.

Представленный выше анализ носит общий характер независимо от вида граничных условий. Пусть в результате анализа частот и мод колебаний упругой пластины установлено, что при нестационарном нагружении основной вклад в деформирование вносит несколько мод, например указанные выше четыре моды. Тогда при соответствующем

выборе координат центров и размеров четырех актуаторов можно согласно представленным выше формулам устранить их действие на пластину. При этом необходимо иметь в виду, что указанные четыре электрода должны быть отделены друг от друга, т.е. необходимо использовать четыре разрезных электрода прямоугольной формы. Подводя к этим электродам разности потенциалов, рассчитанные по представленным выше формулам, устраним четыре основных моды, в результате чего прогиб существенно уменьшится.

При учете влияния пьезовключения на жесткостные характеристики пластины и при других типах граничных условий получим сложную задачу для структурно-неоднородной как по толщине, так и в плане пластины. В этом случае найти какие-либо аналитические решения достаточно трудно.

Задача существенно упрощается, если рассматривать, например, трехслойную пластину, состоящую из пассивного среднего слоя и двух пьезоактивных слоев противоположной поляризации, покрывающих всю поверхность пластины. В этом случае компенсация внешней нагрузки производится нанесением на пьезослой бесконечно тонких электродов необходимой конфигурации, к которым подводится разность потенциалов, выбранная из указанных выше соображений.

Для решения задачи активного демпфирования стационарных и нестационарных колебаний можно использовать численные методы, в частности метод конечных элементов (МКЭ).

Опуская описание техники использования МКЭ, приведем результаты расчетов демпфирования нестационарных колебаний трехслойной шарнирно- и жесткозашемленной квадратной пластины, полученные авторами работы [8]. На средний пассивный слой из дюралюминия нанесены пьезослой из пьезокерамики ЦТС₇БС-2 одинаковой толщины, но с противоположной поляризацией. Поведение материала пассивного слоя описывается моделью Фойгта, а поверхностная нагрузка изменяется во времени по закону $q = q_0 H(f)$, где $H(f)$ – функция Хевисайда. При этом все операторы в (1) имеют вид

$$D_{kl} = D_{kl}^0 + D_{kl}^1 \frac{\partial}{\partial t}.$$

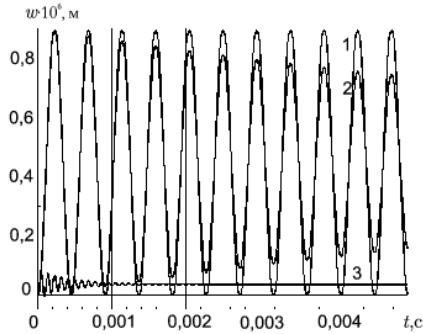


Рис. 5

На рис. 5 показано изменение прогиба в центре шарнирноопертой пластины в зависимости от времени. Кривые 1, 2 отвечают решению упругой и вязкоупругой задач соответственно при действии только механической нагрузки, а кривая 3 – решению вязкоупругой задачи при совместном электрическом и механическом нагружениях.

На рис. 6 представлены кривые прогиба в центре жесткозашемленной пластины в зависимости от времени (в этом случае демпфирования нестационарных колебаний можно достичь только при использовании частично электродированных поверхностей). Кривые 1, 2 отвечают решению для упругой и вязкоупругой пластин при действии механической нагрузки, а кривая 3 – решению для вязкоупругой пластины при совместном действии электрической и механической нагрузок.

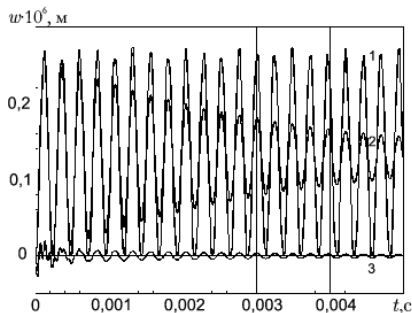


Рис. 6

Разность потенциалов, которая прикладывалась к электродам для демпфирования первой моды, определялась в указанной выше последовательности: сначала решалась задача на собственные

колебания и вычислялась первая собственная частота изгибных колебаний пластины. Затем определялась разность потенциалов, необходимая для демпфирования первой моды при вынужденных гармонических колебаниях под действием нагрузки $p(t) = p_0 \cos \omega t$.

Как видно из приведенных результатов, при использовании даже одного актуатора достигается существенное уменьшение амплитуды колебаний пластины.

Таким образом, одной из основных задач при исследовании эффективности активного демпфирования стационарных и нестационарных колебаний конструкций является классическая задача расчета собственных частот, соответствующих им собственных мод колебаний структурно-неоднородных пьезоэлектрических элементов и расчет характеристик сенсоров и актуаторов для компенсации наиболее энергоемких мод механических колебаний.

Из представленных выше результатов следует, что на эффективность активного демпфирования стационарных и нестационарных колебаний влияют положение сенсоров и актуаторов в элементе, их геометрическая форма, размеры, граничные условия, свойства пассивных и пьезоактивных материалов. Кроме того, на нее может оказать существенное влияние температура, геометрическая и физическая нелинейности. Геометрическая нелинейность возникает при колебаниях с большими амплитудами, когда необходимо учитывать нелинейную связь между деформациями и перемещениями. Физическая нелинейность возникает из-за нелинейной связи между напряжениями, деформациями и другими полевыми величинами. Еще один тип нелинейности, которая может оказать существенное влияние на эффективность активного демпфирования колебаний (даже при линейной связи между напряжениями и деформациями!) возникает в результате взаимодействия электромеханических и тепловых полей и зависимости свойств материалов от температуры. Этот тип нелинейности порождается гистерезисными потерями в пассивных и пьезоактивных материалах и нелинейностью определяющего уравнения для диссипативной функции, в результате чего появляется температура диссипативного разогрева. При достижении этой температурой точки Кюри пьезоэлемент (сенсор и актуатор) теряет свое функциональное назначение из-за потери пьезоэффекта. Это особенно опасно для пассивных элементов из полимерных материалов и композитов на их основе, которые имеют большие гистерезисные потери, высокую чувствительность к изменению температуры, что может привести к существенному повышению температуры в пассивных компонентах, которая из-за теплопроводности и небольшой

толщины пьезокомпонент автоматически повышает температуру в пьезоэлементах даже при пренебрежении теплообразованием в них.

В связи с вышеуказанным разработка моделей электромеханического поведения пассивных и пьезоактивных материалов при моногармоническом нагружении с учетом нелинейности определяющих уравнений и взаимодействия электромеханических и тепловых полей является актуальной при разработке методов активного демпфирования колебаний элементов конструкций при помощи распределенных сенсоров и актуаторов.

Некоторые из полученных результатов по разработке моделей пассивных и пьезоактивных материалов и элементов конструкций с учётом физической нелинейности при моногармоническом нагружении и нелинейности, обусловленной связанностью полей, отражены в обзорных статьях [9], [10].

ЛИТЕРАТУРА:

1. *Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж.* Демпфирование колебаний. – М: Мир, 1988. – 448 с.
2. *Dynamics and Control of Distributed Systems / Edited by H.S. Tsou and L.A. Bergman.* – Cambridge University Press, 1998. – 374 p.
3. *Gabbert U., Tzou H.S.* Smart structures and structronic systems. – Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Publishers, 2001. – 384 p.
4. *Tani J., Takagia T., Qiu J.* Intelligent material systems: Application of functional materials // *Appl. Mech. Review.* – 1998. – 51. – No 8. – P. 505–521.
5. *Tzou H.S., Anderson G.L. (Eds.)* Intelligent structural Systems. – Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Publishers, 1992. – 453 p.
6. *Tzou H.S.* Piezoelectric Shells (Distributed Sensing and Control of Continua). – Dordrecht / Boston / London: Kluwer Academic Publishers, 1993. – 400 p.
7. *Ильюшин А.А., Победря Б.Е.* Основы математической теории термовязкоупругости. – М.: Наука, 1970. – 280 с.
8. *Карнаухов В.Г., Козлов В.И., Пятецкая Е.В.* Демпфирование колебаний вязкоупругих пластин при помощи распределенных пьезоэлектрических включений // *Акустический вестник.* – 2001. – Т. 4. – № 1. – С. 31–43.

9. *Senchenkov I.K., Karnaukhov V.G.* Thermomechanical behavior of nonlinear viscoelastic materials under harmonic loading // *Int. Appl. Mech.* – 2001. – 37. – No 11. – P. 1400–1432.
10. *Karnaukhov V.G., Mikhailenko V.V.* Nonlinear single-frequency vibrations and dissipative heating of inelastic piezoelectric bodies // *Int. Appl. Mech.* – 2002. – 38, No 5. – P. 521–547.

КАРНАУХОВ Василий Гаврилович – доктор физико-математических наук, профессор. Институт механики Национальной академии наук Украины.

Научные интересы:

– механика деформированного твердого тела.

МИХАЙЛЕНКО Василий Васильевич – доктор физико-математических наук, профессор Житомирского государственного технологического университета.

Научные интересы:

– механика деформированного твердого тела.

Подано 22.09.2005