УДК 621.753:519.15

В.В. Різник, д.т.н., проф.
Технічна академія сільського господарства, м. Бидгощ, Польща
О.В. Бандирська, к.т.н.
Львівська філія Державного підприємства "Український науково-дослідний і навчальний центр проблем стандартизації, сертифікації та якості"

КОМБІНАТОРНІ МОДЕЛІ ОПТИМІЗОВАНИХ НАБОРІВ МІР У ЗАДАЧАХ МАШИНОБУДУВАННЯ

Описано новий підхід щодо вдосконалення упорядкованих наборів мір за допомогою комбінаторних моделей з нееквідистантною структурою, що віддзеркалюють властивості ідеальних кільцевих в'язанок (ІКВ). Застосування таких моделей дає змогу створювати нові засоби інформаційно-вимірювальної техніки в машинобудуванні з поліпшеними метрологічними характеристиками за точністю, роздільною здатністю та іншими технічними показниками.

Постановка проблеми. У багатьох задачах машинобудування виникає проблема якісного відтворювання ряду значень величин з обмеженнями на метрологічні параметри стосовно точності, діапазону, числа фіксованих мір тощо. Комбінаторні моделі та системи застосовуються у технічній кібернетиці, інформаційно-вимірювальній та обчислювальній техніці, а комбінаторні методи використовуються в теорії кодування та перетворення форми інформації. Однак більшості вживаних сьогодні впорядкованих наборів мір, створених на стандартних рядах чисел, притаманна інформаційна надлишковість. Тому актуальними стали дослідження властивостей нових комбінаторних моделей, які дають змогу зменшити структурну та інформаційну надлишковість і поліпшити цим якісні показники засобів вимірювання в машинобудуванні.

Метою роботи є обґрунтування нового підходу до зменшення структурної та інформаційної надмірності при відтворенні ряду значень величин, що дає змогу поліпшити якісні показники засобів вимірювання в машинобудуванні.

Аналіз попередніх розробок та існуючих літературних джерел показав, що оптимізація наборів мір пов'язана з використанням законів об'єднання частин у цілі. При цьому можуть виникати різноманітні постановки задач залежно від обраного критерію оптимізації. Якщо відкинути рамки обмежень щодо способу комутації мір у наборі, то оптимізація зводиться до вибору відповідних співвідношень між числовими значеннями базових мір. За таких умов задача значно спрощується, бо вона не пов'язана з розглядом питання про взаємне розміщення мір у наборах. Прикладом набору з довільною вибіркою мір (невпорядкованого набору) може служити монетна грошова система 1, 2, 5, 10, 25, 50 коп. Значення номіналів монет дібрані так, щоб з них можна було б отримати будь-яку суму, використовуючи обмежену кількість монет.

Якщо вибрати систему з мінімально можливою кількістю монет у наборі, то найкращою виявиться система: 1, 2, 4, 8, 16 і т. ін., оскільки, маючи по одній мірі в 1, 2, 4, 8, 16, …, 2^{n-1} одиниць, можна єдиним способом відтворити будь-яке значення фізичної величини від 1 до $|2^{n-1}|$ одиниць, де n – число мір у наборі [1].

У тих випадках, коли вищезгадані ряди чисел не можуть бути застосовані з причин природної закономірності зміни значень параметра, використовуються спеціальні ряди чисел, наприклад двійковий ряд чисел, ряди лінійних розмірів, отриманих на основі "золотого перетину" [1], або арифметичні ряди часу і кутового розміру, двійково-десятковий ряд чисел [2], [3].

Загальні правила застосування кращих чисел та числових рядів викладені в [2]. Згідно з цими правилами їх слід застосовувати:

– при встановленні стандартних значень і рядів стандартних значень величин;

– для нормування значень вихідних параметрів продукції, умов її існування і процесів, а також їх допустимих відхилень;

– при нормуванні значень параметрів продукції, пов'язаних логарифмічною залежністю з вихідними параметрами, значення яких нормуються за допомогою вищезгаданих чисел;

– при зведенні значень параметрів предметів і процесів (у тому числі природних констант), якщо використання цих чисел не спричиняє виходу за межі допустимого відхилення.

Важливо зазначити, що за наявності альтернативних варіантів перевага надається ряду з найменшим числом градацій [2]. Звідси випливає важливість проблеми мінімізації числових рядів та утворених на їх основі відповідних технічних об'єктів. До таких об'єктів належать впорядковані набори мір та шкали засобів лінійно-кутових вимірювань [3].

Вищезгадані оптимальні системи ваг належать до категорії невпорядкованих наборів. Нині спеціалісти багатьох областей науки і техніки все більше уваги приділяють питанням, пов'язаним з вирішенням різних оптимізаційних задач на впорядкованих наборах та рядах при проектуванні багатозначних мір або шкал.

У практиці побудови технічних пристроїв, систем та вимірювальних засобів виникає ряд проблем, пов'язаних з поліпшенням їх якісних характеристик та вдосконаленням механізму використання безнадлишкових рядів. Тому важливого значення набувають дослідження безнадлишкових рядів та наборів на оптимальних структурних пропорціях, коли враховуються не лише співвідношення вагових значень базових мір у наборі, але й взаємне розміщення, взаємодія та спосіб їх комутації у процесі функціонування.

Багатозначні міри та шкали охоплюють великий клас сучасних засобів вимірювальної техніки – від звичайних лінійок з обмеженим числом поділок до складних пристроїв вимірювання та контролю з широким діапазоном відліку значень вимірюваних величин.

Одним із шляхів удосконалення таких пристроїв є усунення надлишкової кількості елементів та взаємозв'язків між ними. Найпростішим прикладом вдалого рішення є ідеальна лінійка Голомба (Golomb ruler) [4], шкала якої дає можливість здійснювати відлік відстаней 1, 2, 3, 4, 5, 6 одиниць довжини за допомогою лише 4-х позначок: 0, 1, 4 і 6 (рис. 1).

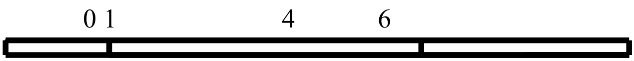

Рис. 1. Ідеальна лінійка Голомба з позначками 0, 1, 4, 6

На відміну від стандартної лінійки з 7-ма рівномірно рознесеними позначками ідеальна лінійка Голомба містить лише 4 позначки, яких достатньо для того, щоб виміряти 6 різних відстаней. Кожна така відстань укладається між деякою парою позначок і обчислюється як різниця між цілими числами, яким ці позначки відповідають (рис. 1):

$$\begin{array}{c} 1 = 1 - 0 \\ 2 = 6 - 4 \\ 3 = 4 - 1 \\ 4 = 4 - 0 \\ 5 = 6 - 1 \\ 6 = 6 - 0 \end{array} \qquad (1)$$

Отже ідеальна лінійка Голомба – це, по суті, безнадлишкова багатозначна міра довжини, виконана у вигляді нероздільної (монолітної) конструкції. Вона є винаходом Соломона У. Голомба, професора математики й електроніки Південнокаліфорнійського університету, США.

Пристрої, побудовані на лінійках Голомба, застосовуються в теорії кодування, рентгенівській кристалографії, конструюванні електронних схем, радіоастрономії. Результати досліджень впроваджені в

Національному геодезичному центрі Національної служби США по океану і атмосфері для поліпшення роздільної здатності віддалених радіоджерел за допомогою методу інтерференції, а також для підвищення точності вимірювання параметрів Землі.

Викладення основного матеріалу. Поруч з вищезгаданими моделями оптимальних наборів мір в Україні були вперше запропоновані та опрацьовані комбінаторні моделі впорядкованих оптимальних наборів мір з кільцевою структурою – ідеальних кільцевих в'язанок (ІКВ) [5].

На рис. 2 зображена схема шкали кутоміра, побудована на ІКВ четвертого ($n = 4$) порядку, яка дає змогу за допомогою чотирьох позначок (0, 1, 4, 6) здійснювати відлік будь-якої кутової відстані в діапазоні 0–360 *град.* з кроком 360/13 *град*. Позначки розбивають всю шкалу на n=4 частини так, що кутові відстані між сусідніми позначками дорівнюють відповідно 360/13, 3:360/13, 2:360/13, 7:360/13 *град*. Це дає змогу реалізувати 13 значень кутової відстані за допомогою шкали з чотирма поділками (рис. 2, табл. 1).

За табл. 1 можна легко визначити величину реалізованого кутового розміру в межах від 360/13 до 12:360/13 *град.* з кроком 360/13 *град.* залежно від вибору початкової та кінцевої позначок шкали за наявності лише чотирьох позначок.

Таблицею 1 зручно користуватися під час вимірювання кутових відстаней, наприклад методом порівнювання невідомої відстані з кутовими розмірами багатозначної міри.

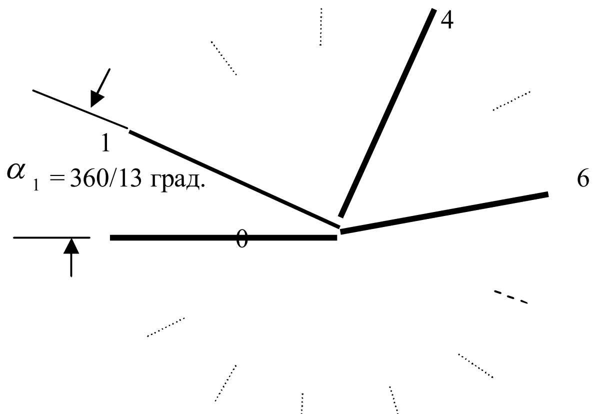

Рис. 2. Схема безнадлишкової шкали кутоміра з позначками 0, 1, 4, 6

Таблиця 1

Таблиця відповідності "шкала-кут" для шкали кутоміра з позначками 0, 1, 4, 6 (рис. 2)

Відлік за позначками шкали		Значення кутового розміру, град.
від	до	
0	1	$\alpha_1 = 360/13$
0	4	$4 \cdot \alpha_1$
0	6	$6 \cdot \alpha_1$
1	4	$3 \cdot \alpha_1$
1	6	$5 \cdot \alpha_1$
1	0	$12 \cdot \alpha_1$
4	6	$2 \cdot \alpha_1$
4	0	$9 \cdot \alpha_1$
4	1	$10 \cdot \alpha_1$
6	0	$7 \cdot \alpha_1$
6	1	$8 \cdot \alpha_1$
6	4	$11 \cdot \alpha_1$

Відлік кута здійснюється за годинниковою стрілкою.

У випадку відтворювання кутових розмірів за допомогою багатозначної міри з безнадлишковою шкалою зручніше користуватися таблицею відповідності "кут – шкала" (табл. 2).

За табл. 2 можна визначити початкову й кінцеву позначки кругової шкали вимірювального приладу з чотирма поділками залежно від вибору потрібної величини кутової відстані в межах від 360/13 до 12·360/13 *град/* з кроком 360/13 *град*.

Вищенаведені приклади ілюструють переваги і недоліки кутомірів з круговою шкалою у порівнянні зі стандартними пристроями, а саме:

– переваги:

- усунення надлишковості кутоміра за наявності фіксованого діапазону відтворювання ряду значень кутових розмірів, що дає змогу підвищити роздільну здатність, або (що те саме) розширити діапазон відтворювання ряду значень кутових розмірів за наявності фіксованої кількості поділок кутоміра;
- спрощення процесу зрівноваження відтворюваного розміру кутової відстані та значень, що відтворюються багатозначною кутовою мірою, завдяки наявності взаємно однозначної відповідності (бієктивності) між множиною усіх числових значень відтворюваних кутових відстаней та множиною усіх можливих способів їх вибору;

– недоліки:

- незручність експлуатації, пов‘язана з необхідністю пошуку відповідних позначок шкали, що певною мірою компенсується запровадженням таблиць відповідності;

- незручність оперування дробовими значеннями розміру одиниць кутової відстані, що обумовлено властивостями безнадлишкової шкали багатозначної кутової міри.

З вищевикладеного випливає, що багатозначні міри з ІКВ-шкалою набувають ряд нових корисних властивостей у порівнянні зі стандартними багатозначними мірами. Завдяки цим властивостям та особливостям будови таких шкал відкриваються можливості удосконалення засобів та методів відтворювання ряду значень величини. Цим обумовлюється перспективність дальшого дослідження багатозначних мір з ІКВ-шкалами з метою їх практичного застосування для проектування вдосконалених засобів вимірювання в машинобудуванні.

Таблиця 2

Таблиця відповідності "кут–шкала" кутоміра шкали з позначками 0, 1, 4, 6

Значення кутового розміру, град	Відлік за позначками шкали	
	від	до
$\alpha_1 = 360/13$	0	1
$2 \cdot \alpha_1$	4	6
$3 \cdot \alpha_1$	1	4
$4 \cdot \alpha_1$	0	4
$5 \cdot \alpha_1$	1	6
$6 \cdot \alpha_1$	0	6
$7 \cdot \alpha_1$	6	0
$8 \cdot \alpha_1$	6	1
$9 \cdot \alpha_1$	4	0
$10 \cdot \alpha_1$	4	1
$11 \cdot \alpha_1$	6	4
$12 \cdot \alpha_1$	1	0

Для порівняльного аналізу багатозначних мір з ланцюжковою та кільцевою шкалами доцільно з'ясувати, як впливають особливості структурної організації цих мір на їх метрологічні та експлуатаційні характеристики. Всебічний аналіз не можливий без проведення глибоких теоретичних та експериментальних досліджень. Першим кроком у цьому є дослідження базових математичних залежностей, якими пов'язані між собою основні властивості багатозначних мір з ланцюжковою та кільцевою безнадлишковими шкалами. До таких залежностей належать співвідношення між числом n поділок шкали багатозначної міри та загальним числом G градацій діапазону вимірювань, в межах якого пронормовані похибки цього засобу вимірювань [5].

Для стандартних багатозначних нерегульованих мір (наприклад лінійка з поділками) число n_s поділок, зазвичай правило, збігається із загальним числом G_s градацій, тобто у цьому випадку маємо тривіальну залежність:

$$G_s = n_s. \tag{2}$$

На відміну від стандартних багатозначних мір для лінійки з безнадлишковою шкалою число G_l градацій діапазону вимірювань обчислюється як максимально можлива кількість різних способів реалізації величини, що відтворюється цією мірою за наявності шкали з n_l поділками.

Нехай шкала такої міри має n_l послідовно розміщених одна за другою поділок (l_1, l_2, l_3, …,l_n) у загальному випадку різної довжини. Тоді максимально можливе число способів відтворення цією мірою величини, розміри якої відповідають довжинам l_1, l_2, l_3, …,l_n поділок шкали, дорівнює n_l (беруться до уваги лише відстані між центрами двох сусідніх позначок шкали). До цієї кількості слід додати число усіх можливих способів відтворення величини, розміри якої відповідають сумам довжин кожних двох сусідніх поділок (беруться до уваги лише відстані між крайніми позначками двох сусідніх поділок шкали); число таких способів дорівнює n_l–1, і т.ін. Нарешті, слід додати ще число 1, що відповідає єдино можливому способу відтворення розміру, який відповідає довжині усієї шкали (береться відстань між крайніми позначками шкали).

Загальна кількість усіх можливих способів дорівнює числу G_l градацій діапазону вимірювань і обчислюється як сума чисел арифметичного ряду:

$$G_l = 1 + 2 + \ldots + n_l = n_l \cdot (n_l + 1)/2. \tag{3}$$

Залежність (3) дає змогу оцінити апріорі ефективність багатозначної міри у вигляді лінійки з безнадлишковою шкалою шляхом її порівняння зі стандартною багатозначною нерегульованою мірою.

Для продовження досліджень складемо таблицю 3, в яку занесемо результати обчислення залежності $G_l = f(n_l)$ згідно з виразом (3).

Таблиця 3

Теоретична залежність числа G_l градацій ланцюжкової безнадлишкової шкали від кількості nl поділок цієї шкали (nl = 2 – 30)

n_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	5	30
G_l	3	6	10	15	21	28	36	45	55	120	210	25	465

З табл. 3 можна побачити, що зі збільшенням числа поділок безнадлишкової шкали швидкими темпами зростає число градацій багатозначної міри, що визначає її точність як головну якісну характеристику засобу вимірювання.

Для зручності проведення порівнювального аналізу введемо критерій для оцінки ефективності отриманих результатів згідно з запропонованим підходом. Назвемо цей критерій "градуювальна ефективність багатозначної міри" і будемо далі позначати його символом Е. Він обчислюється як відношення числа градацій нестандартної та стандартної багатозначних мір за фіксованим числом поділок шкали в порівнюваних мірах, що ілюструється залежністю:

$$E = G_i/G_s ,$$

де $G_i = f(n_i)$ та $G_s = f(n_s)$ – число градацій стандартної та нестандартної багатозначних мір за умови $n_i = n_s = \text{const}$.

На підставі обчислень, зведених в табл. 4, легко визначити, що вже за наявності 10 поділок безнадлишкової шкали-лінійки теоретична градуювальна ефективність багатозначної міри (по суті, за точністю) зростає в 5,5 разів, а за наявності 20 поділок – у 10,5 разів у порівняно з можливостями стандартної міри, шкала якої градуйована рівномірно.

Для багатозначних мір з кільцевою безнадлишковою шкалою на n_r поділок кількість $K_r = G_r$ усіх можливих способів відтворення різних значень величини за допомогою цієї шкали дорівнює загальній сумі усіх упорядкованих комбінацій з n_r по два ($r = 2$), що відповідає наступній залежності:

$$G_r = n_r \cdot (n_r - 1). \qquad (4)$$

Залежність (4) дає змогу оцінити ефективність багатозначної міри у вигляді круга з безнадлишковою шкалою за вищезгаданим критерієм. З цією метою складемо таблицю, в яку занесемо результати обчислення залежності $G_r = f\ (n_r)$ згідно з вищенаведеною формулою (4).

Таблиця 4

Теоретична залежність числа G_r градацій багатозначної міри з кільцевою безнадлишковою шкалою від кількості n_r поділок цієї шкали ($n_r = 2 – 30$)

n_r	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
G_r	3	7	13	21	31	43	57	73	91	211	381	601	871

З табл. 4. можна побачити, що зі збільшенням числа поділок кільцевої безнадлишкової шкали число градацій багатозначної міри зростає так швидко, що вже при значенні $n_r = 10$ ефективність міри за критерієм Е зростає у 9,1, а при $n_r = 20$ – у 19,5 разів. Цей показник є майже вдвічі кращим, ніж у попередньому випадку (табл. 3).

Завершуючи порівняльний аналіз ефективності багатозначних мір з ланцюжковою та кільцевою безнадлишковими шкалами, подамо здобуті результати у вигляді зведеної табл. 5.

Таблиця 5

Порівняльна таблиця результатів розрахунку числових параметрів багатозначних мір з ланцюжковою (G_l, E_l) та кільцевою (G_r, E_r) безнадлишковими шкалами залежно від кількості n поділок шкали

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
Gl	3	6	10	15	21	28	36	45	55	120	210	325	465
El	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	8	10,5	13	15,5
Gr	3	7	13	21	31	43	57	73	91	210	381	601	871
Er	1	2	3	4	5	6	7	8	9	14	19	24	29

З табл. 5 випливає, що ефективність багатозначних мір з кільцевою безнадлишковою шкалою є трохи нижчою від ефективності мір з ланцюжковою безнадлишковою шкалою лише при п = 2, однаковою для обох типів шкал при п = 3, і поступово зростає в міру подальшого збільшення числа поділок.

Слід зауважити, що йдеться про теоретично досяжну ефективність мір. Однак проблема існування мір з такими шкалами для будь-яких заданих значень п залишається поки що відкритою.

У машинобудуванні застосовують різноманітні за способом виконання, призначенням, принципом дії багатозначні міри або набори мір. Все це – технічні засоби вимірювань, що призначені для відтворення величини заданого ряду розмірів.

Набір мір – це спеціально підібраний комплект конструктивно відокремлених мір, які можуть використовуватися не тільки окремо, але й у різних комбінаціях для відтворення ряду розмірів даної фізичної величини. Особливістю багатозначних мір і шкал з нееквідистантною структурою у порівнянні з мірами, яким відповідають рівномірні шкали, є їх повна або часткова безнадлишковість. Впровадження ІКВ-шкал дає змогу здійснювати класифікацію багатозначних мір за рядом додаткових ознак, таких як ефективність, число способів відтворення фізичної величини заданого розміру, число вимірів тощо.

Зупинимося на ознаках, що характеризують основні властивості багатозначних мір з нееквідистантною структурою. За своїми комбінаторними властивостями всі багатозначні міри розділяються на ідеальні та неідеальні стосовно можливості відтворення множини значень фізичної величини заданих розмірів. Ідеальні міри – це безнадлишкові міри, що дають змогу відтворювати гармонійний ряд розмірів фізичної величини. Завдяки можливості відтворювати всі без винятку розміри величини, що відповідають ряду натуральних чисел, ці міри ще можна назвати "повнозначними", оскільки вони реалізують відтворення та (або) збереження гармонічного ряду значень фізичної величини. Решта багатозначних мір з нееквідистантною структурою належать до неідеальних (або неповнозначних).

Існує певна категорія багатозначних мір, які дають змогу відтворювати заданий ряд значень величини кількома різними способами. За кількістю способів відтворення заданого ряду значень ідеальні міри розділяються на міри одноразового та багаторазового відтворення фізичних величин, а за геометричними ознаками – на ланцюгові (наприклад лінійка з поділками), гіллясті (розгалужені лінійки з поділками), кругові (наприклад кутові міри) та комбіновані, що можуть поєднувати геометричні ознаки вищезгаданих мір [5].

Висновки:

– комбінаторна модель багатозначних мір на ІКВ-шкалах лежить в основі методу усунення надлишковості для стадартизації числових рядів;

– переваги запропонованих безнадлишкових багатозначних мір і шкал з нееквідистантною структурою полягають у підвищенні точності відтворення ряду значень величини за наявності фіксованого діапазону вимірювання (завдяки підвищенню роздільної здатності шкали) та спрощенні процесу зрівноваження вимірюваного розміру кутової відстані;

– недоліки запропонованих мір: незручність експлуатації, пов’язана з необхідністю використання таблиць відповідності та наявність дробових значень розміру одиниць кутової відстані, що обумовлено властивостями ІКВ-шкал;

– ефективність багатозначних мір з кільцевою ІКВ-шкалою є вищою від ефективності мір, побудованих традиційними методами, і зростає зі збільшенням числа поділок;

– класифікація багатозначних мір з нееквідистантною структурою за рядом основних ознак дає змогу окреслити коло проблем, пов’язаних з подальшим дослідженням багатозначних мір з нееквідистантною структурою, зокрема питання їх існування, переліку та побудови;

– застосування наборів мір на ІКВ-шкалах дає змогу створювати нові засоби інформаційно-вимірювальної техніки у машинобудуванні з поліпшеними метрологічними характеристиками.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Стахов А.П.* Введение в алгоритмическую теорию измерения. – М.: Сов. радио, 1977. – 288 с.
2. *Полішко С.П., Трубенок О.Д.* Точність засобів вимірювань. – К.: Вища школа, 1992. – 173 с.
3. *Белкин И.М.* Средства линейно-угловых измерений: Справочник. – М.: Машиностроение, 1987. – 368 с.
4. *Дьюдни А.К.* О линейках Коломба и их применение в радиоастрономии // В мире науки. – М.: Мир. – 1986. – № 2. – 116 с.
5. *Бандирська О.В.* Алгоритмічний підхід до вимірювання за допомогою ідеальних кільцевих вязанок // Автоматика, вимірювання та керування. – Львів: Львівська політехніка, – № 324 / – 190 с.

РІЗНИК Володимир Васильович – доктор технічних наук, професор Технічної Академії сільського господарства, м. Бидгощ, Польша.

Наукові інтереси:

– комбінаторне моделювання на базі принципу ІКВ.

БАНДИРСЬКА Ореста Володимирівна – кандидат технічних наук, директор Львівської філії Державного підприємства "Український науково-дослідний і навчальний центр проблем стандартизації, сертифікації та якості".

Наукові інтереси:

– вдосконалення засобів лінійно-кутових вимірювань методами комбінаторної оптимізації.

Тел.: 8-0322-79-77-22.

E-mail: oresta.filia@dndi-systema.lviv.ua

Подано 17.08.2005

В.В.Ризнык, О.В.Бандирска

КОМБИНАТОРНЫЕ МОДЕЛИ ОПТИМИЗИРОВАННЫХ НАБОРОВ МЕР В ЗАДАЧАХ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Разработан метод усовершенствования упорядоченных наборов мер при помощи комбинаторных моделей с неэквидистантной структурой, отражающих свойства идеальных кольцевых вязанок (ИКВ). Использование таких моделей позволяет создавать новые средства информационно-измерительной техники в машиностроении с улучшенными метрологическими характеристиками по точности, разделительной способности и другими техническими показателями.

Riznyk V.V., Bundyrs'ka O.V.

THE COMBINATORIAL MODELS OF THE ORDERED MEASUREMENT SETS IN THE MACHINEBUILDING TASKS

It is developed a method for improvement of the ordered measurement sets using combinatorial models with nonuniform structure to be reflected for properties of ideal ring bundles (IRB)s. Application of the models provides to create innovative gages of information and measuring technology with high performance metrology characteristics with respect to precision, resolving ability and the other indexes.