

П.П. Мельничук, д.т.н., проф.  
Я.А. Степчин, к.т.н., доц.

*Житомирський державний технологічний університет*

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ ПРОЦЕСУ ЧИСТОВОГО ТОРЦЕВОГО ФРЕЗЕРУВАННЯ

*У статті розглянуто особливості динаміки процесу різання при чистовому торцевому фрезеруванні. Представлено спрощену динамічну модель процесу торцевого фрезерування та результати аналізу динамічних процесів в технологічній обробній системі (ТОС) при зношуванні різальних елементів.*

**Постановка проблеми.** Важливий вплив на процес різання мають відносні коливання інструмента та виробу. Від цих коливань залежать як стійкість та продуктивність інструмента, так і якість обробленої поверхні. При чистовому торцевому фрезеруванні плоских загартованих поверхонь як більш продуктивному та економічному виду обробки, ніж шліфування, визначальним фактором є гарантоване забезпечення необхідної якості обробленої поверхні (площинності, хвилястості, шорсткості, наклепу та залишкових напружень).

З метою аналізу впливу на кінцеві показники обробки динаміки процесу різання необхідно розробити та дослідити динамічну модель процесу торцевого фрезерування, оцінити загальні умови гарантованого забезпечення якості чистової обробки при підтримці необхідної продуктивності, точності та стійкості інструмента.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Для чистової обробки плоских термооброблених поверхонь використовуються різноманітні торцеві фрези як стандартні, так і спеціально розроблених конструкцій та схеми різання [1–3], які певною мірою протидіють негативним явищам, що виникають при різанні – нерівномірному зношуванні різальних елементів, ударам на вході та виході з різання, биттю різальних кромок; різному навантаженню окремих ножів та ін.

Не менш важливим фактором, що впливає на якість обробки, є загальна динамічна характеристика технологічної обробної системи, парціальний вклад кожної її складової у вихідні параметри обробленої поверхні.

Вплив динамічних складових на процес різання та його результат розглядався протягом багатьох років. У цьому напрямку значно докладніше розглянуто процес вільного усталеного точіння, який допускав максимальні спрощення при математичному описі та

лінеаризації кінцевих залежностей [4–6]. В подальших роботах опрацьовані динамічні особливості процесів фрезерування [1, 6, 7], складені їх детерміновані та стохастичні моделі. Але питання впливу динаміки процесу торцевого фрезерування на основні параметри якості та продуктивності процесів чистової обробки потребує подальшого опрацювання.

Особливо важливим є визначення впливу динаміки окремих складових ТОС на кінцеву якість обробленої поверхні за умови гарантованої динамічної стійкості системи при чистовому фрезеруванні.

**Мета дослідження.** Виконати аналіз динамічних характеристик процесу чистового торцевого фрезерування на основі складеної спрощеної математичної моделі ТОС. Визначити вплив окремих динамічних підсистем ТОС на кінцеву якість обробленої поверхні.

**Викладення основного матеріалу.** Динамічна модель ТОС на основі фрезерного верстата (як варіант конкретизації вхідних умов можна обрати вертикально-фрезерний верстат 6P12П) може бути представлена [7, 8, 9] як комплекс елементарних підсистем, з'єднаних пружними зв'язками, що характеризуються параметрами динамічної жорсткості, імпеданса, податливості. Коливання в цьому діапазоні, викликані робочими процесами, носять квазіполігармонічний характер. Присутність параметричної та нелінійної взаємодії деталей призводить до значного ускладнення моделі. Важливим також є присутність випадкового збудження, яке викликане дією технологічних, кінематичних, регулюючих та інших випадкових факторів.

Дві динамічні підсистеми фрезерного верстата, що створюють основний внесок (поряд з власне процесом різання) у рівень кінцевої якості обробки, є підсистема деталі (стіл з приводами переміщень і оброблювана деталь) та підсистема інструмента (шпиндельний вузол з приводом та фреза).

Динамічні моделі підсистем фрезерного верстата докладно розглянуті у [1, 7, 10]. Слід зазначити суттєві спрощення при описі, пов'язані з лінійним відображенням нелінійних складових сил опору у вузлах верстата, люфтів і зазорів у передачах. Але з певними допущеннями для напрямку відносного динамічного переміщення деталі і фрези по осі  $z$  (рис. 1), який відповідає умовам переважного формування мікро- та макрорельєфу поверхні оброблюваної деталі, підсистему деталі можна привести до динамічної моделі дво- (стіл–деталь) або одномасової системи (якщо відповідні параметри та спосіб встановлення деталі на столі верстата дозволяють об'єднати ці складові).

Стіл фрезерного верстата має відносно великі лінійні розміри, тому є можливість розглядати тільки вертикальні переміщення (без врахування кутового положення стола) [10]. За тими самими умовами підсистему інструмента можна привести до динамічної моделі двомасової (шпиндель–фреза) або одномасової системи (якщо враховувати значно більшу жорсткість фрези відносно жорсткості шпиндельного вузла верстата).

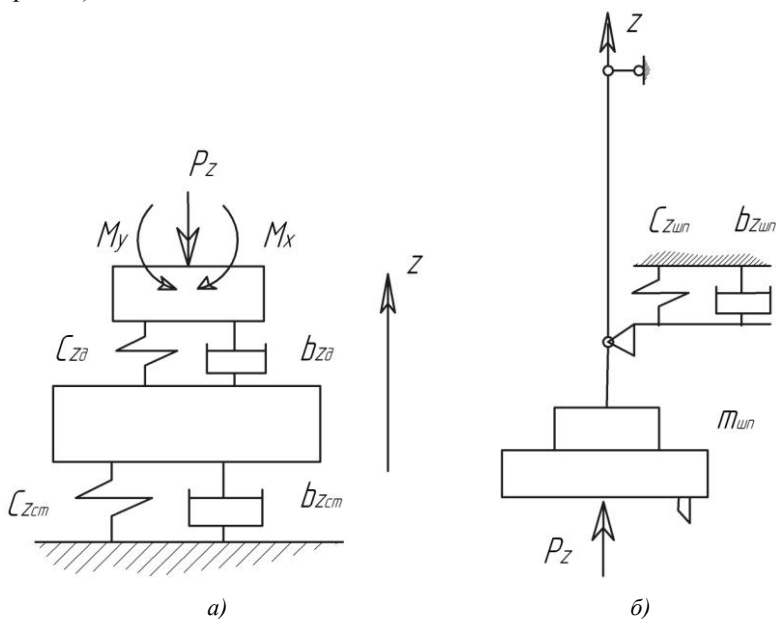


Рис. 1. Схеми динамічних моделей підсистем деталі (а) та інструмента (б) вертикально-фрезерного верстата

Для варіанта одномасової схеми підсистеми деталі диференційне рівняння руху стола по вертикалі (осі z) матиме вигляд:

$$m_z \ddot{Z} + b_z \dot{Z} + C_z Z = -P_z, \quad (1)$$

де  $m_z$ ,  $b_z$ ,  $C_z$  – інерційний (наведена маса стола та деталі), дисипативний та деформативний коефіцієнти відповідно.

Ці коефіцієнти враховують зміну параметрів системи при коливаннях і можуть бути використані у лінеаризованому вигляді за [10].

Аналогічно може бути представлено рівняння вертикальних переміщень шпинделя.

Математична модель динаміки процесу торцевого фрезерування з відповідними обмеженнями та спрощеннями наводилась у роботі [11].

Після перетворень за Лапасом відповідних рівнянь підсистем деталі, інструмента та процесу різання одержимо їх трансформуючі функції (2).

$$\begin{aligned}
 W_{c\dot{o}} &= \frac{K_{\dot{n}\dot{o}}}{(T_{\dot{n}\dot{o}1}^2 s^2 + T_{\dot{n}\dot{o}} s + 1)}; \\
 W_{\phi} &= \frac{K_{\phi}}{(T_{\phi1}^2 s^2 + T_{\phi2} s + 1)}; \\
 W_p &= \frac{K_p (T_{cp}^2 s^2 + T_{\alpha\gamma} s + 1)}{(T_p s + 1)}.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Узагальнена спрощена математична модель динаміки ТОС торцевого фрезерування у вигляді блок-схеми матиме такий вигляд (рис. 2).

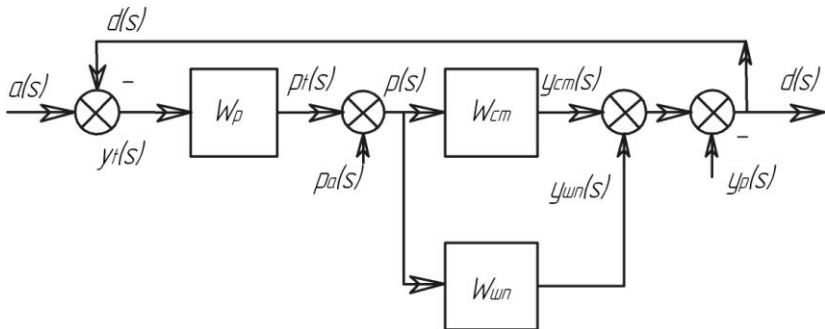


Рис. 2. Загальна структурна схема математичної моделі, яка включає підсистеми інструмента ( $W_{un}$ ), деталі ( $W_{cm}$ ) і процесу різання ( $W_p$ )

Позначення на схемі (рис. 2) наведені в основному за [7] у зображеннях за Лапасом (у напрямку осі  $Z$ ): де  $a(s)$  – зміна розмірів деталі;  $y_f(s)$  – зміна припуску залежно від часу (по перпендикуляру до обробленої поверхні);  $p_i(s)$  – динамічна складова сили різання, обумовлена зміною розмірів деталі;  $p_a(s)$  – випадкова зміна сили різання;  $y_{cm}(s)$  – переміщення деталі в зоні різання;  $y_{un}(s)$  – переміщення шпинделя з фрезою;  $y_p(s)$  – випадкова зміна взаємного

положення фрези і деталі;  $p(s)$  – результуюча сила різання;  $d(s)$  – похибка обробки.

Випадкові складові досліджуваних величин присутні як у коефіцієнтах диференційних рівнянь руху, так і у загальній схемі математичної моделі ТОС фрезерної обробки і у окремих випадках мають значний вплив на точність отриманих результатів [10].

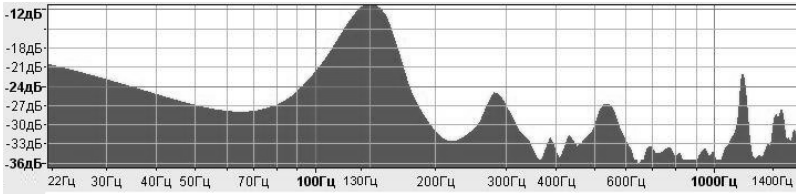
З метою визначення коефіцієнтів складеної спрощеної математичної моделі (2) обраного вертикально фрезерного консольного верстата були визначені перші власні частоти підсистем деталі (стіл–приспособлення–деталь) та інструмента (шпиндель–фреза). Значення резонансних частот визначалися методом вільних коливань [4, 9] та уточнювалися за спектрами віброприскорень на холостому ходу верстата (рис. 3).

У дослідженнях використовувався вимірювальний комплекс на основі крейтової системи LTC виробництва *LCard* [9] з відповідним програмним забезпеченням. Необхідні розрахунки та побудова АФЧХ обробної системи на основі вертикально-фрезерного верстата виконані у програмному середовищі *Mathcad*.

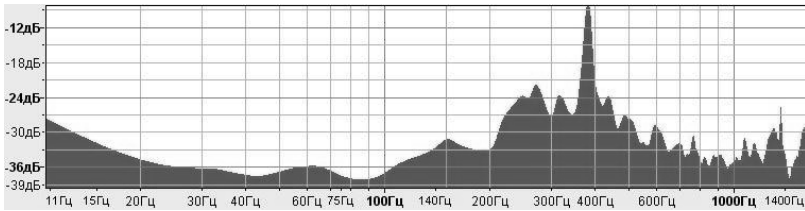
Невідомі коефіцієнти математичної моделі (2) приймалися за даними [6, 12] (узагальнений коефіцієнт опору, фазова характеристика сили різання, постійна часу стружкоутворення та питома сила різання). Отримані значення коефіцієнтів були використані для побудови АФЧХ розімкнутої динамічної обробної системи вертикально-фрезерного верстата 6P12П для випадку торцевого чистового фрезерування надтвердим матеріалом загартованої сталі (рис. 4). Характеристика 1 відповідає фрезеруванню гостро заточеними різальними елементами (фаска зношування по задній поверхні 0 мм), Характеристика 2 – фрезерування різальними елементами з фаскою зношування  $h = 0,5$  мм. Також у моделі враховане збільшення питомої сили різання при зношуванні (затупленні) різальних елементів [11].

Геометрія різального леза та параметри режиму різання прийняті за умовами [11].

З отриманих АФЧХ видно, що процес чистового фрезерування надтвердим матеріалом загартованої сталі, згідно з розробленою моделлю, має великий запас стійкості за амплітудою та фазою у діапазоні зміни величини фаски зношування по задній поверхні різальних елементів фрези від 0 до 0,5 мм (характеристики 1 та 2 на рисунку 4). Тобто процес відбуватиметься гарантовано усталено.



а)



б)

Рис. 3: а – спектр вільних коливань домінуючої системи (стіл–приспособлення–деталь); б – спектр вільних поздовжніх коливань шпиндельного вузла

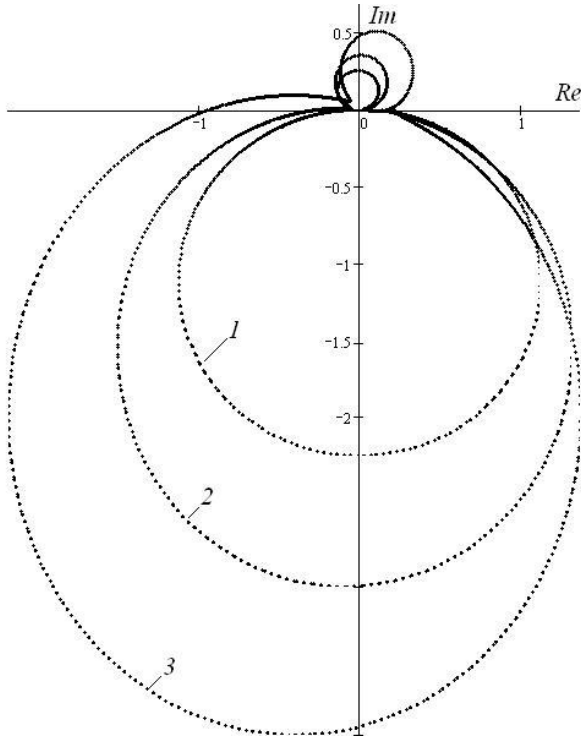


Рис. 4. АФЧХ розімкнутої динамічної обробної системи за математичною моделлю (2)

Проте запас стійкості, як і передбачалося у [11], зменшується зі збільшенням фаски зношування різальних лез і система досягає межі стійкості при величині фаски зношування по задній поверхні 0,95 мм (характеристика 3 на рисунку 4).

**Висновки:**

1. Створена та досліджена математична модель динаміки процесу чистового торцевого фрезерування на вертикально-фрезерному верстаті 6Р12П.
2. Визначено, що максимальна амплітуда коливань у системі (по осі z, рисунок 1) досягається на першій частоті коливань підсистеми деталі (стіл-деталь)  $f = 138$  Гц. За рахунок малого демпфування форма АФЧХ на початковій ділянці наближається до кола.
3. Фазовий кут відставання (випередження) зміни сили та координати близький до  $90^\circ$  як на частоті коливань підсистеми

- деталі, так і на частоті коливань підсистеми інструмента (частоті поздовжніх коливань шпинделя з фрезою  $f = 380$  Гц).
4. Обробна система, згідно з розробленою моделлю має великий запас стійкості за амплітудою та фазою у діапазоні зміни величини фаски зношування по задній поверхні різальних елементів фрези від 0 до 0,5 мм. Система досягає межі стійкості при величині фаски зношування по задній поверхні 0,95 мм, що практично відповідає експериментальним даним [1, 2, 10, 12].
  5. В цілому отримані результати моделювання та дослідження розробленої моделі (у діапазоні “низьких” частот 0,1–1 кГц – перших власних частот підсистем деталі та інструмента ТОС по осі z) відповідають прогнозованим [6, 10, 11]. Зі зношуванням різального леза збільшується амплітуда коливань (в першу чергу, на власних частотах системи), повільно змінюються фазові кути та зменшується запас стійкості обробної системи.

#### Список використаної літератури:

1. Мельничук П.П. Наукові основи чистового торцевого фрезерування плоских поверхонь : автореф. ... докт. техн. наук / Петро Петрович Мельничук. – Київ : НТУУ “КПІ”, 2002. – 26 с.
2. Виговський Г.М. Підвищення працездатності торцевих фрез для чистової обробки плоских поверхонь : автореф. ... канд. техн. наук / Георгій Миколайович Виговський. – К. : НТУУ “КПІ”, 2000. – 16 с.
3. Глембоцька Л.Є. Вдосконалення процесу торцевого фрезерування загартованих сталей: проблеми, пропозиції, обґрунтування / Л.Є. Глембоцька, П.П. Мельничук // Вісник ЖДТУ/ Технічні науки. – № 2 (53). – 2010. – С. 3–15.
4. Кудинов В.А. Динамика станков / В.А. Кудинов. – М. : Машиностроение, 1967. – 359 с.
5. Кудинов В.А. Автоколебания на низких и высоких частотах (устойчивость движений) при резании / В.А. Кудинов // Станки и инструмент. – 1997. – № 2. – С. 16–22.
6. Орликов М.Л. Динамика станков / М.Л. Орликов. – К. : Вища школа, 1989. – 272 с.
7. Струтинський В.Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки : підручник / В.Б. Струтинський. – Житомир : ЖІТІ, 2001. – 612 с.



8. *Генкин М.Д.* Виброакустическая диагностика машин и механизмов / *М.Д. Генкин, А.Г. Соколова.* – М. : Машиностроение, 1987. – 288 с.
9. *Степчин Я.А.* Рациональне використання ресурсу стійкості токарних різців в умовах віброактивності технологічної обробної системи : автореф. ... канд. техн. наук / *Ярослав Анатолійович Степчин.* – Житомир : ЖДТУ, 2006. – 20 с.
10. *Струтинський В.Б.* Математичне моделювання металорізальних верстатів : монографія / *В.Б. Струтинський, П.П. Мельничук.* – Житомир : ЖІТІ, 2002. – 570 с.
11. *Мельничук П.П.* Динаміка процесу торцевого фрезерування при зношуванні різальних елементів / *П.П. Мельничук, Я.А. Степчин* // Вісник ЖДТУ / Технічні науки. – 2012. – № 2 (61). – С. 33–40.
12. *Жарков И.Г.* Вибрации при обработке лезвийным инструментом / *И.Г. Жарков.* – Л. : Машиностроение, 1986. – 184 с.

МЕЛЬНИЧУК Петро Петрович — доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри технології машинобудування і конструювання технічних систем, ректор Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- дослідження у галузі механіки руйнування;
- технологія машинобудування.

СТЕПЧИН Ярослав Анатолійович – кандидат технічних наук, доцент кафедри технології машинобудування та конструювання технічних систем Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- динаміка механічних систем;
- математичне моделювання.

Стаття надійшла до редакції 03.09.2012

**Мельничук П.П., Степчин Я.А.** Математична модель динаміки процесу чистового торцевого фрезерування

**Мельничук П.П., Степчин Я.А.** Математическая модель динамики процесса чистового торцевого фрезерования

**Melnychuk P.P., Stepchin Ya.A.** Mathematical model of dynamics process of the butt-end milling at the wear of cuttings elements

УДК 621.94

**Математическая модель динамики процесса чистового торцевого фрезерования / П.П. Мельничук, Я.А. Степчин**

В статье рассмотрены особенности динамики процесса резания при чистовом торцевом фрезеровании. Представлена упрощенная динамическая модель процесса торцевого фрезерования и результаты анализа динамических процессов в технологической обрабатывающей системе (ТОС) при износе режущих элементов.

УДК 621.94

**Mathematical model of dynamics process of the butt-end milling / P.P. Melnychuk, Ya.A. Stepchin**

In article features of dynamics process of cutting are considered of the butt-end milling. The simplified dynamic model of process of the butt-end milling and results of the analysis of dynamic processes in technological processing system (TOS) is presented at wear of cutting elements.