

## **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КІНЕМАТИКИ ПРОЦЕСУ МАГНІТНО-АБРАЗИВНОЇ ОБРОБКИ КОМПЛЕКСІВ ПОВЕРХОНЬ**

*Розроблена узагальнена математична модель процесу магнітно-абразивної обробки (МАО) комплексів поверхонь в магнітній системі типу "кільцева ванна" в умовах великих робочих зазорів, яка дозволяє адекватно описати кінематику процесу МАО комплексу оброблюваних поверхонь, визначити кінематичні параметри в характерних точках оброблюваних комплексів поверхонь, встановити функціональні залежності конструктивних параметрів верстатів роторного типу від кінематичних параметрів процесу та розробити спрощені математичні моделі вилученням членів, які відсутні в конкретних схемах обробки.*

**Постановка проблеми та аналіз попередніх досліджень.** Раніше [1] встановлено і підтверджено числовими експериментами, що в залежності від співвідношення сил магнітного та динамічного походження, які діють на зерно МАП при його взаємодії з оброблюваною поверхнею, умови МАО можна розглядати як обробку жорстко закріпленим або вільним абразивом. До процесу МАО в кільцевій ванні в умовах великих робочих зазорів для порошків, які складаються з фракцій від 200/100 мкм до 630/400 мкм, є можливим застосування моделі обробки вільним абразивом при швидкостях  $V > 1.0 \text{ м/с}$  та значеннях магнітної індукції в робочому зазорі:

- для феромагнітних деталей  $B \leq 0.7 \text{ Тл}$  ;
- для неферомагнітних деталей  $B \leq 1.2 \text{ Тл}$  .

Встановлено також [2], що можна регульовано управляти процесами переважного полірування або зміцнення оброблюваних поверхонь змінюючи кути атаки в точках оброблюваних поверхонь деталей із різними фізико-механічними властивостями, керуючись встановленими обмеженнями:

- якнайкращий поліруючий ефект реалізується при кутах атаки  $\chi = 25 \div 35^\circ$  ;
- зміцнювальна дія процесу МАО якнайкраще реалізується при кутах атаки  $\chi \geq 55^\circ$  ;

- залежності зміни параметра  $Ra$  від кутів атаки  $\chi$  в більшості випадків мають екстремальний характер.

Базуючись на моделі обробки вільним абразивом розроблені часткові математичні моделі кінематики процесу MAO в кільцевій ванні в умовах великих робочих зазорів таких складнопрофільних деталей: спіральних свердел [3], дискових фрез [4], твёрдосплавних пластин [5] та зубчастих коліс [6].

Поверхні деталей, що при MAO в кільцевій ванні в умовах великих робочих зазорів, а саме: кінцевого та осевого різального інструменту, пер лопаток ГТД, багатограних твёрдосплавних непереточуваних пластин (БНПП), дрібномодульних зубчастих коліс, дискових фрез та подібних їм деталей, є комплексами поверхонь різних типів: плоских, кінематичних (замітання, зсуву, лінійчатих), обертання зовнішніх та внутрішніх (відкритих), спеціальних, які розташовані в просторі складним чином один відносно одного. Кількість кінематичних рухів різних типів при цьому може дорівнювати від двох до чотирьох. В зазначених умовах визначення та вибір основних кінематичних параметрів процесу MAO (кутів атаки та швидкостей різання) вказаних деталей потребує узагальненої математичної моделі кінематики MAO комплексу поверхонь.

**Метою** даної роботи є узагальненої математичної моделі кінематики MAO комплексу поверхонь в кільцевій ванні в умовах великих робочих зазорів.

**Результати виконаних досліджень.** В залежності від типів поверхонь, які складають комплекс, кількість кінематичних рухів при MAO в кільцевій ванні в умовах великих робочих зазорів, може бути різною. При обробці всіх типів деталей головним рухом є обертальний рух навколо осі кільцевої ванни (рис. 1), вектор кутової швидкості якої позначимо  $\vec{\omega}_p$ , лінійної -  $\vec{V}_p$ . Кругова подача – це обертання оброблюваних деталей навколо власної осі. Вектори її швидкостей позначимо відповідно  $\vec{\omega}_s$  та  $\vec{V}_s$ . Азимутальна подача – це переносний рух обертання навколо осі, що перетинає нахилену вісь обертання в русі кругової подачі (для всіх груп деталей, крім лопаток) і перпендикулярна торцевій площині кільцевої ванни (для систем з торцевим завантаженням) або направлена по її радіусу (для систем з радіальним завантаженням). Вектори її швидкостей позначимо відповідно  $\vec{\omega}_a$  та  $\vec{V}_a$ . Кругова та азимутальні подачі є незалежними рухами. Вектор швидкості осциляції позначимо  $\vec{V}_o$ . Вектор сумарної швидкості різання позначимо як  $\vec{V}_\Sigma = \vec{V}_p + \vec{V}_s + \vec{V}_a + \vec{V}_o$  (рис. 1).

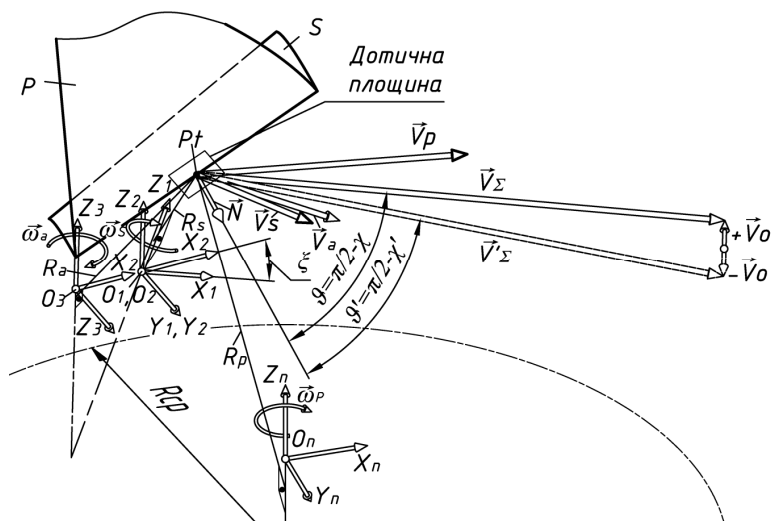


Рис. 1. Розрахункова схема визначення сумарної швидкості різання та кута атаки

Основні кінематичні параметри MAO (кути атаки, сумарна швидкість різання та її нормальна та тангенціальна складові) визначатимуться в характерних точках оброблюваних комплексів поверхонь. Вибір таких точок залежить від типу деталі та призначення поверхонь. Наприклад, для кінцевого та осьового інструменту, БНПІ це є поверхні передні та задні вздовж різальних кромки. Різальні кромки є результатом перетину оброблюваних поверхонь.

Для можливості застосування матричних перетворень до координат поверхонь, кривих їх перетину та векторів сумарної швидкості різання та її складових застосовуються однорідні координати [7]. Перевагами цього способу є його простота та єдиний підхід у застосуванні матричного апарату перетворення координат до координат точок поверхонь і векторів швидкостей та нормалей до поверхонь.

Кути атаки  $\chi$  на оброблюваних поверхнях визначаються як кут між вектором сумарної швидкості різання  $\vec{V}_\Sigma$  та дотичними площинами до цих поверхонь в заданих точках. Але простіше визначити кут  $\vartheta$  між нормаллю до дотичної площини в заданій точці і вектором сумарної швидкості різання (рис. 1), то кут атаки визначимо як  $\chi = \pi/2 - \vartheta$ .

Початок  $O_n$  правої декартової системи координат  $X_n Y_n Z_n$  вибираємо на осі "кільцевої ванни" на відстані  $H_{PN}/2$  від нижнього або верхнього торця кільцевої ванни (тут  $n$  - порядковий номер системи координат,  $H_{PN}$  - висота полюсного наконечника). Її вісь  $Z_n$  співпадає з віссю "кільцевої ванни" і направлена вгору. Напрямок осей  $X_n$  та  $Y_n$  відповідає правилу правої руки для правих систем координат. Таке розташування систем координат відповідає системі координат прийнятій для фрезерних верстатів, оброблювальних центрів фрезерно-розточувальної групи тощо.

Комплекс поверхонь ( $P$  та  $S$  на рис. 1) описується у вихідній системі координат  $X_1 Y_1 Z_1$ , яка співпадає з системою координат  $X_n Y_n Z_n$ , якщо всі поверхні комплексу можна описати безпосередньо. У випадку, якщо цього зробити не можна, то виникає необхідність введення додаткової системи координат  $X_0 Y_0 Z_0$ , в якій поверхні описуються простими рівняннями. В потрібне вихідне положення із системи  $X_0 Y_0 Z_0$  в систему  $X_1 Y_1 Z_1$  поверхні переводяться операціями перетворення координат. Наприклад, конічні поверхні, по яких заточуються задні поверхні спірального свердла, у системі координат  $X_0 Y_0 Z_0$  описуються як конус, вершина якого знаходиться у початку координат, а висота направлена по осі  $Z_0$ . У вихідне положення в системі координат  $X_1 Y_1 Z_1$  конічна поверхня переводиться двома перетвореннями: поворотом навколо осі  $Y_0$  і переміщеннями вздовж трьох осей.

Сумарну швидкість точки будь-якої поверхні оброблюваного комплексу в системі координат  $X_n Y_n Z_n$  можна отримати як векторну суму складових: лінійних швидкостей обертальних рухів та поступальних рухів. Для цього визначаються лінійні швидкості від обертальних рухів у тій системі координат, в якій вони виконуються, як векторні добутки відповідних векторів кутових швидкостей та радіусів-векторів точки  $P_t$ . Потім до векторів лінійних швидкостей обертальних рухів та векторів поступальних рухів застосовуються матричні перетворення, які відповідають системі координат кожного із рухів і приводять їх до системи координат  $X_n Y_n Z_n$ , в якій відбувається головний рух.

Для застосування матричного апарату перетворення однорідних координат координати точок поверхонь  $\vec{R}_{P_t}(u, v)$ , компоненти векторів швидкостей  $\vec{V}(u, v)$  та нормалей  $\vec{N}(u, v)$  до поверхонь будемо

представляти у вигляді вектора-стовпчика з чотирма компонентами, у якому перші три компоненти – це проекції векторів на осі координат, четвертий компонент – одиниця [7], а  $u, v$  - параметри.

Для виконання операцій поворотів та переміщень застосовуються матриці [7]:

- матриця  $MR_X(\beta)$  повороту навколо осі X на кут  $\beta$  ;
- матриця  $MR_Y(\beta)$  повороту навколо осі Y на кут  $\beta$  ;
- матриця  $MR_Z(\beta)$  повороту навколо осі Z на кут  $\beta$  ;
- матриця  $MT(x, y, z)$  переміщення вздовж осей координат X, Y, Z

на величини  $x, y, z$ .

У деяких операціях (визначення лінійної швидкості точки за векторним добутком вектора кутової швидкості та радіусу-вектора точки, нормалі до поверхні за векторним добутком похідних по двох напрямках тощо) зазначені вектори повинні мати трикомпонентний вигляд.

Для компактності запису формул, в яких членами є згадані три- та чотирикомпонентні вектори будемо записувати їх наступним чином.

Трикомпонентний радіус-вектор точки  $\vec{R}_{Pt}$  -  $[\vec{R}_{Pt}]^3$ , чотирикомпонентний -  $[\vec{R}_{Pt}]^4$ . За необхідності вказати в якій системі координат описується вектор додається нижній індекс. Наприклад, для системи координат  $X_1Y_1Z_1$  -  $[\vec{R}_{Pt}]_1^3$ ,  $[\vec{R}_{Pt}]_1^4$ . Для векторів швидкостей позначення аналогічні:  $[\vec{V}_s]^4$ ,  $[\vec{V}_s]_1^4$ . За необхідності зазначені три- та чотирикомпонентні вектори можуть записуватись зі своїми параметрами:  $[\vec{R}_{Pt}(u, v)]_1^3$ ,  $[\vec{V}_s(u, v)]_1^4$ .

Будемо вважати, що кожне із чотирьох елементарних перетворень координат переводять систему координат  $X_iY_iZ_i$  в систему  $X_{i+1}Y_{i+1}Z_{i+1}$  для  $i > 0$ . При переході із системи  $X_0Y_0Z_0$  в систему  $X_1Y_1Z_1$  сумарна матриця перетворення координат може вмщати будь-яку кількість елементарних операцій.

Нехай оброблювана деталь у загальному випадку виконує такі робочі та установчі рухи (рис. 1):

- обертання на кут  $\varphi$  навколо власної осі (вісь  $Z_1$  в системі координат  $X_1Y_1Z_1$ );

- нахил на кут  $\xi$  навколо осі, перпендикулярної осі обертання деталі (вісь  $Y_2$  в системі координат  $X_2Y_2Z_2$ );

- обертання на кут  $\alpha$  навколо додаткової осі (вісь  $Z_3$  в системі координат  $X_3Y_3Z_3$ );

- рух осциляції на величину  $A_0$  осі обертання деталі (вісь  $Z_1$  в системі координат  $X_1Y_1Z_1$ ).

Тоді, координату точки Pt оброблюваної поверхні деталі в системі координат  $X_4Y_4Z_4$  можна визначити, застосувавши координатні перетворення за виразом:

$$[\vec{R}_{Pt}]_4^4 = MR_Y(\xi) \cdot MT(A_0, 0, 0) \cdot MR_Z(\varphi) \cdot \vec{R}_{Pt}]_1^4. \quad (1)$$

Результуючу матрицю перетворень із системи координат  $X_1Y_1Z_1$  в систему  $X_4Y_4Z_4$  запишемо так:

$$MRT_{1-4}(\varphi, x, y, z, \xi) = MR_Y(\xi) \cdot MT(A_0, 0, 0) \cdot MR_Z(\varphi). \quad (2)$$

де індекс 1-4 у запису матриці означає перехід із системи координат  $X_1Y_1Z_1$  в систему  $X_4Y_4Z_4$ .

Для скорочення виразів, у наступних записах список параметрів результуючої матриці перетворення будемо пропускати. Тоді вираз (1) з урахуванням (2) запишеться так:

$$[\vec{R}_{Pt}]_4^4 = MRT_{1-4} \cdot \vec{R}_{Pt}]_1^4. \quad (3)$$

Кут атаки у точці на оброблюваній поверхні (рис. 1) визначимо за виразом:

$$\chi = \pi/2 - \vartheta, \quad (4)$$

де  $\vartheta$  - кут між нормаллю до дотичної площини поверхні та вектором сумарної швидкості різання в точці Pt.

Кут  $\vartheta$  визначимо через скалярний добуток вектора нормалі  $\vec{N}$  та сумарної швидкості різання  $\vec{V}_\Sigma$ :

$$\vartheta = \arccos \left( \frac{\vec{N} \cdot \vec{V}_\Sigma}{|\vec{N}| \cdot |\vec{V}_\Sigma|} \right). \quad (5)$$

Вектор сумарної швидкості різання  $\vec{V}_\Sigma$  визначимо як:

$$\vec{V}_\Sigma = \vec{V}_P + \vec{V}_S + \vec{V}_a + \vec{V}_O. \quad (6)$$

Вектори складових швидкостей обертальних рухів знайдемо як векторні добутки відповідних векторів кутових швидкостей та радіусів-векторів точки Pt у відповідній системі координат:

$$[\vec{V}_\Sigma]_b^3 = \vec{\omega}_r \times [\vec{R}_{Pt}]_b^3. \quad (7)$$

де індекс  $b$  означає порядковий номер системи координат, в якій

відбувається відповідний обертальний рух; індекс  $r$  – один із індексів – ознак  $p, s, a$  рухів:  $p$  – головного;  $s$  - кругової та  $a$  - азимутальної подачі.

Радіус-вектор  $\vec{R}_{Pt}$  точки  $P_t$  в  $b$ -ій системі координат визначається за виразом:

$$[\vec{R}_{Pt}]_b^4 = MRT_{1-b} \cdot [\vec{R}_{Pt}]_1^4 \quad (8)$$

Вектори складових швидкостей обертальних рухів у  $n$ -ій системі координат визначається за виразом:

$$[\vec{V}_r]_n^4 = MRT_{b-n} \cdot [\vec{V}_r]_b^4 \quad (9)$$

Вектор швидкості руху осциляції у  $n$ -ій системі координат визначається за виразом:

$$[\vec{V}_o]_n^4 = MRT_{m-n} \cdot [\vec{V}_o]_m^4 \quad (10)$$

де  $m$  – порядковий номер системи координат, в якій відбувається рух осциляції.

Вектор нормалі до поверхні у системі координат  $X_1Y_1Z_1$  за виразом:

$$[\vec{N}]_1^3 = (-1)^{Odd} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial R_{PtX}}{\partial u} \\ \frac{\partial R_{PtY}}{\partial u} \\ \frac{\partial R_{PtZ}}{\partial u} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{\partial R_{PtX}}{\partial v} \\ \frac{\partial R_{PtY}}{\partial v} \\ \frac{\partial R_{PtZ}}{\partial v} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

де  $Odd$  - параметр, який дорівнює 1, якщо нормаль до поверхні направлена в тіло оброблюваної деталі, 2, якщо вона направлена назовні.

Вектор нормалі у системі координат  $X_nY_nZ_n$  за виразом:

$$[\vec{N}]_n^4 = MRT_{1-n} \cdot [\vec{N}]_1^4 \quad (12)$$

Сумарні матриці перетворень, що входять до виразів (8)–(10) та (12) для схеми обробки, що зображена на рисунку 1, мають наступний вигляд:

- матриця переходу з системи  $X_1Y_1Z_1$  в систему координат  $X_nY_nZ_n$  за (12) при  $n = 7$  (рис. 1):

$$MRT_{1-7} = M(0,0, A_o) \cdot MT(0, T_y, T_z) \cdot MR_z(\alpha) \cdot MT(-T_x, 0, 0) \cdot MR_y(\xi) \cdot MR_z(\varphi) \quad (13)$$

де  $t$  – час;  $\varphi(t) = \omega_{SZ} \cdot t$  – кут повороту деталі відносно власної осі у русі кругової подачі (вісь  $O_1Z_1$  на рис. 1),  $\omega_{SZ}$  – компонента вектора кутової швидкості кругової подачі  $\vec{\omega}_S = (0, 0, \omega_{SZ})^T$ ;  $\xi$  – кут нахилу деталі

(установчий поворот);  $T_X$  – величина установочного переміщення для вибору осі обертання в русі азимутальної подачі;  $\alpha(t) = \omega_{az} \cdot t$  – кут повороту деталі відносно осі у русі азимутальної подачі (вісь  $O_3Z_3$  на рис. 1),  $\omega_{az}$  – компонента вектора кутової швидкості кругової подачі  $\vec{\omega}_a = (0, 0, \omega_{az})^T$ ;  $T_Y = -R_{cp}$  – переміщення для розміщення деталі в кільцевій ванні (конструктивний параметр);  $R_{cp}$  – радіус серединного циліндру кільцевої ванни;  $T_Z$  – величина установочного переміщення для розташування деталі по висоті кільцевої ванни;  $A_O = V_{O_X} \cdot t$  – величина переміщення в русі осциляції;

- матриці переходу за (8):

$$MRT_{1-2} = MR(\varphi). \quad (14)$$

$$MRT_{1-5} = MR_Z(\alpha) \cdot MT(-T_X, 0, 0) \cdot MR_Y(\xi) \cdot MR(\varphi). \quad (15)$$

$$MRT_{1-5} = MT(0, T_Y, T_Z) \cdot MR_Z(\alpha) \cdot MT(-T_X, 0, 0) \cdot MR_Y(\xi) \cdot MR(\varphi). \quad (16)$$

- матриці переходу за (9):

$$MRT_{2-6} = MT(0, T_Y, T_Z) \cdot MR_Z(\alpha) \cdot MT(-T_X, 0, 0) \cdot MR_Y(\xi). \quad (17)$$

$$MRT_{5-6} = MT(0, T_Y, T_Z). \quad (18)$$

- матриця переходу за (10):

$$MRT_{m-n} = MRT_{m+1-n} \cdot MT(V_{O_X} \cdot t, V_{O_X} \cdot t, V_{O_X} \cdot t). \quad (19)$$

де  $V_{O_X}$ ,  $V_{O_Y}$ ,  $V_{O_Z}$  – зазвичай тільки одна із складових швидкості осциляції не дорівнює 0, в загальному випадку – всі три;  $MRT_{m+1-n}$  – матриця переходу із системи координат  $m+1$  в  $n$  систему. Для схеми, представленій на рисунку 1,  $MRT_{m+1-n} = E_4$ ;  $E_4$  – одинична матриця 4x4, оскільки рух осциляції є кінцевим рухом.

Для схеми обробки, наприклад, стружкових канавок осьового та кінцевого інструменту, поступальний рух осциляції може виконуватись вздовж його власної осі. В цьому випадку матриця переходу з системи  $X_1Y_1Z_1$  в систему координат  $X_nY_nZ_n$  вираз (13) при  $n = 7$  буде мати вигляд:

$$MRT_{1-7} = MT(0, T_Y, T_Z) \cdot MR_Z(\alpha) \cdot MT(-T_X, 0, 0) \cdot MR_Y(\xi) \cdot M(0, 0, V_{O_Z} \cdot t) \cdot MR_Z(\varphi)$$

а  $MRT_{m+1-7} = MT(0, T_Y, T_Z) \cdot MR_Z(\alpha) \cdot MT(-T_X, 0, 0) \cdot MR_Y(\xi)$  при  $m = 2$ .



Після підстановки в (9) значення відповідних радіусів-векторів отримаємо для схеми MAO, представленої на рисунку 1:

$$[\vec{V}_s]_2^3 = \vec{\omega}_s \times [MRT_{1-2} \cdot [\vec{R}_{P1}]_1^4]^3. \quad (20)$$

$$[\vec{V}_a]_5^3 = \vec{\omega}_a \times [MRT_{1-4} \cdot [\vec{R}_{P1}]_1^4]^3. \quad (21)$$

$$[\vec{V}_P]_6^3 = \vec{\omega}_P \times [MRT_{1-6} \cdot [\vec{R}_{P1}]_1^4]^3. \quad (22)$$

Тоді з врахуванням (17) та (18) сумарна швидкість різання в системі координат  $X_6Y_6Z_6$ , зв'язаній з кільцевою ванною буде дорівнювати:

$$[\vec{V}_\Sigma]_6^3 = [\vec{V}_P]_6^3 + [MRT_{2-6} \cdot [\vec{V}_s]_2^4]^3 + [MRT_{5-6} \cdot [\vec{V}_a]_5^4]^3 + [\vec{V}_o]_6^3. \quad (23)$$

Основні кінематичні параметри MAO зазвичай визначаються в характерних точках оброблюваних комплексів поверхонь, які лежать на лініях перетину оброблюваних поверхонь. Вибір таких точок залежить від типу деталі та призначення поверхонь. Наприклад, для кінцевого та осьового інструменту, БНТП це є поверхні передні та задні вздовж різальних кромок. Для знаходження ліній перетину зазначених поверхонь у загальному випадку скористаємось методом знаходження рішень систем нелінійних рівнянь, розробленим Драгілевым А.В. [8, 9]. Метод Драгілева полягає в параметризації лінії перетину довжиною дуги та зведення самої задачі до задачі Коші.

Вважатимемо, що всі змінні визначені і діють в дійсній області і всі дії, що виконуються над ними, допустимі. Розглянемо систему з  $n$  рівнянь, в якій кількість змінних дорівнює  $n+1$ . Така система описує якусь криву в просторі розмірності  $n+1$ :

$$F(X) = 0; F = (f_1, \dots, f_n); \quad f_i \in R^1; f_i \in f_i(X); X = (x_1, \dots, x_n, x_{n+1}); x_i \in R^1. \quad (24)$$

Припустимо, що у кривій (24) як незалежна змінна виступає довжина дуги кривої. Вибір такої змінної дозволить уникнути труднощів, пов'язаних з існуванням неявної функції в деяких точках (наприклад, в точці можливого самоперетину кривої). Координати точок кривої отримаємо як рішення задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь, початковими даними для якої будуть координати заздалегідь відомої точки, що належить цій кривій. Систему диференціальних рівнянь отримаємо диференціюванням (24) по формальному параметру  $\theta$  і, вибравши початкову точку, що явно належить (24), вирішуватимемо задачу Коші для координат точок цієї кривої:



дуги співпадала з вектором  $\vec{n}$ :  $\vec{S}_S = \vec{n}$  та  $\vec{P}_S = \vec{n}$ .

Запишемо рівняння  $\vec{S}_S = \vec{n}$  у вигляді:

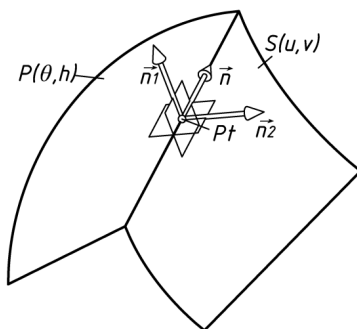
$$\vec{S}_u \cdot u_S + \vec{S}_v \cdot v_S = \vec{n}. \quad (28)$$

Рівняння (28) приводиться до системи лінійних рівнянь, якщо перемножити його на  $\vec{S}_u$  та  $\vec{S}_v$ :

$$\begin{cases} (\vec{S}_u \cdot \vec{S}_u) \cdot u_S + (\vec{S}_u \cdot \vec{S}_v) \cdot v_S = \vec{S}_u \cdot \vec{n}; \\ (\vec{S}_v \cdot \vec{S}_u) \cdot u_S + (\vec{S}_v \cdot \vec{S}_v) \cdot v_S = \vec{S}_v \cdot \vec{n}. \end{cases} \quad (29)$$

Рішенням системи (29) відносно  $u_S$  та  $v_S$  буде:

$$\begin{cases} u_S = \frac{(\vec{S}_u \cdot \vec{n}) \cdot (\vec{S}_v \cdot \vec{S}_v) - (\vec{S}_v \cdot \vec{n}) \cdot (\vec{S}_u \cdot \vec{S}_v)}{(\vec{S}_u \cdot \vec{S}_u) \cdot (\vec{S}_v \cdot \vec{S}_v) - (\vec{S}_u \cdot \vec{S}_v) \cdot (\vec{S}_v \cdot \vec{S}_u)}; \\ v_S = \frac{(\vec{S}_v \cdot \vec{n}) \cdot (\vec{S}_u \cdot \vec{S}_u) - (\vec{S}_u \cdot \vec{n}) \cdot (\vec{S}_v \cdot \vec{S}_u)}{(\vec{S}_u \cdot \vec{S}_u) \cdot (\vec{S}_v \cdot \vec{S}_v) - (\vec{S}_u \cdot \vec{S}_v) \cdot (\vec{S}_v \cdot \vec{S}_u)}. \end{cases} \quad (30)$$



*Рис. 2. Застосування методу Драгілева до визначення лінії перетину поверхонь*

Аналогічно для рівняння  $\vec{P}_S = \vec{n}$ :

$$\vec{P}_\theta \cdot \theta_S + \vec{P}_h \cdot h_S = \vec{n}. \quad (31)$$

Після множення (31) на  $\vec{P}_\theta$  і  $\vec{P}_h$ , рішення отриманої системи відносно  $\theta_S$  і  $h_S$  аналогічно (30) та зведення з (30) в одну систему, отримаємо:

$$\begin{cases} u_s = \frac{(\vec{S}_u \cdot \vec{n}) \cdot (\vec{S}_v \cdot \vec{S}_v) - (\vec{S}_v \cdot \vec{n}) \cdot (\vec{S}_u \cdot \vec{S}_v)}{(\vec{S}_u \cdot \vec{S}_u) \cdot (\vec{S}_v \cdot \vec{S}_v) - (\vec{S}_u \cdot \vec{S}_v) \cdot (\vec{S}_v \cdot \vec{S}_u)}; \\ v_s = \frac{(\vec{S}_v \cdot \vec{n}) \cdot (\vec{S}_u \cdot \vec{S}_u) - (\vec{S}_u \cdot \vec{n}) \cdot (\vec{S}_v \cdot \vec{S}_u)}{(\vec{S}_u \cdot \vec{S}_u) \cdot (\vec{S}_v \cdot \vec{S}_v) - (\vec{S}_u \cdot \vec{S}_v) \cdot (\vec{S}_v \cdot \vec{S}_u)}; \\ \theta_s = \frac{(\vec{P}_\theta \cdot \vec{n}) \cdot (\vec{P}_h \cdot \vec{P}_h) - (\vec{P}_h \cdot \vec{n}) \cdot (\vec{P}_\theta \cdot \vec{P}_h)}{(\vec{P}_\theta \cdot \vec{P}_\theta) \cdot (\vec{P}_h \cdot \vec{P}_h) - (\vec{P}_\theta \cdot \vec{P}_h) \cdot (\vec{P}_h \cdot \vec{P}_\theta)}; \\ v_s = \frac{(\vec{P}_h \cdot \vec{n}) \cdot (\vec{P}_\theta \cdot \vec{P}_\theta) - (\vec{P}_\theta \cdot \vec{n}) \cdot (\vec{P}_h \cdot \vec{P}_\theta)}{(\vec{P}_\theta \cdot \vec{P}_\theta) \cdot (\vec{P}_h \cdot \vec{P}_h) - (\vec{P}_\theta \cdot \vec{P}_h) \cdot (\vec{P}_h \cdot \vec{P}_\theta)}. \end{cases} \quad (32)$$

Детермінант із (26):

$$D(s, Y) = \begin{pmatrix} u_s(Y_1, Y_2, Y_3, Y_4) \\ v_s(Y_1, Y_2, Y_3, Y_4) \\ \theta_s(Y_1, Y_2, Y_3, Y_4) \\ h_s(Y_1, Y_2, Y_3, Y_4) \end{pmatrix}. \quad (33)$$

Для побудови лінії перетину потрібна початкова точка. Для її знаходження необхідно ввести допоміжну площину, яка гарантовано перетинає обидві поверхні. Її вибір залежить від типів поверхонь та діапазонів зміни їх параметрів.

У випадку, коли однією із поверхонь є площина, перпендикулярна одній із трьох координатних площин, то можна використати спрощену методику знаходження лінії перетину.

Припустимо, що зазначена плоска поверхня  $R_{II}(x, y)$  перпендикулярна координатній площині  $XY$ :

$$R_{II}(x, y) = \begin{bmatrix} x \\ y(x) \\ z \end{bmatrix}. \quad (34)$$

Інша поверхня задається рівнянням:

$$R_O(\rho, \theta) = \begin{bmatrix} x(\rho, \theta) \\ y(\rho, \theta) \\ z(\rho, \theta) \end{bmatrix}. \quad (35)$$

$\rho$  – величина радіусу-вектору точки поверхні,  $\theta$  – кут між віссю  $x$  та радіусом-вектором точки.

Для визначення рівняння лінії перетину  $R_{II}(x, y)$  та  $R_O(\rho, \theta)$  скористаємось тим, що координату  $y$  можна визначити з рівняння плоскої поверхні (34), задаючи  $x$  при  $z=\theta$ . Координату  $z$  лінії перетину

визначимо із рівняння поверхні (35), задаючи в якості параметрів радіус-вектор  $\rho_{II}$  точки  $Pt$  та кут  $\theta_{II}$ , визначені за виразами:

$$\rho_{II} = \sqrt{[R_{II}(x,0)_X]^2 + [R_{II}(x,0)_Y]^2};$$

$$\theta_{II} = \begin{cases} \arctg\left(\frac{|R_{IIx}|}{|R_{IIy}|}\right), & \text{якщо } R_{IIx} > 0 \text{ і } R_{IIy} > 0 \\ \pi/2 + \arctg\left(\frac{|R_{IIx}|}{|R_{IIy}|}\right), & \text{якщо } R_{IIx} < 0 \text{ і } R_{IIy} > 0 \\ \pi + \arctg\left(\frac{|R_{IIx}|}{|R_{IIy}|}\right), & \text{якщо } R_{IIx} < 0 \text{ і } R_{IIy} < 0 \\ 3\pi/2 + \arctg\left(\frac{|R_{IIx}|}{|R_{IIy}|}\right), & \text{якщо } R_{IIx} > 0 \text{ і } R_{IIy} < 0 \end{cases} \quad (36)$$

де  $R_{II}(x,0)_X$  та  $R_{II}(x,0)_Y$  -  $x$  та  $y$  компоненти вектора  $R_{II}(x,z)$  при  $z=0$ , а  $R_{IIx}$  і  $R_{IIy}$  - їх скорочений запис.

Тоді рівняння лінії перетину буде визначатись як:

$$R_k(x) = \begin{bmatrix} R_{II}(x,0)_X \\ R_{II}(x,0)_Y \\ R_O(\rho_{II}, \theta_{II})_Z \end{bmatrix}. \quad (37)$$

**Висновки.** Розроблена узагальнена математична (1)–(37) модель кінематики процесу дозволяє:

- адекватно описати кінематику процесу MAO комплексу оброблюваних поверхонь в робочій зоні магнітної системи типу "кільцева ванна" в умовах великих робочих зазорів;
- визначити кінематичні параметри процесу MAO в характерних точках оброблюваних поверхонь, які визначаються перетином їх за (32), (33), (36) та (37);
- встановити функціональні залежності конструктивних параметрів верстатів роторного типу від кінематичних параметрів процесу;
- розробити спрощені математичні моделі вилученням із (1)–(23) членів, що відносяться до рухів, які відсутні в конкретній схемі обробки.

## **ЛІТЕРАТУРА:**

1. *Майборода В.С.* Основи створення і використання порошкового магнітно-абразивного інструменту для фінішної обробки фасонних поверхонь : дис. ... докт. техн. наук :

- 05.03.01 / *Майборода Віктор Станіславович*. – К., 2001. – 404 с.
2. *Майборода В.С.* Магнитно-абразивная обработка деталей с консольным закреплением на установке типа кольцевая ванна / *В.С. Майборода, В.Н. Гейчук* // *Машиностроение и техносфера XXI века : сборник трудов XVII международной научно-технической конференции в г. Севастополе 13–18 сентября 2010 г. В 4-х томах*. – Донецк : ДонНТУ, 2010. – Т. 2. – 266 с. – С. 130–134.
  3. *Гейчук В.М.* Роторні верстати для магнітно-абразивної обробки на базі магнітної системи типу "кільцева ванна": кінематика обробки спіральних свердел // *Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету*. – 2008. – № 2 (49), Ч. 2. – С. 45–50.
  4. *Гейчук В.М.* Верстати для магнітно-абразивної обробки на базі магнітної системи типу "кільцева ванна": кінематика обробки дискових фрез / *В.М. Гейчук, В.А. Шевчук, А.Ю. Гаврушкевич* // *Вісник Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут"*. *Машинобудування*. – 2006. – Вип. 48. – С. 121–131.
  5. *Гейчук В.М.* Кінематика магнітно-абразивної обробки багатограничних непереточуваних твёрдосплавних пластин в магнітній системі типу "кільцева ванна" / *В.М. Гейчук, В.С. Майборода* // *Процеси механічної обробки в машинобудуванні : збірник наук. праць ЖДТУ*. – Житомир : ЖДТУ, 2010. – Вип. 8. – С. 41–76.
  6. *Гейчук В.М.* Верстати для магнітно-абразивної обробки на базі магнітної системи типу "кільцева ванна": кінематика обробки дрібномодульних зубчастих коліс / *В.М. Гейчук, В.С. Майборода, А.Ю. Гаврушкевич, О.О. Шамиур* // *Вісник Кременчуцького державного університету імені М.Остроградського*. – № 2 (54), Ч. 1. – С. 48–53.
  7. *Голованов Н.Н.* Геометрическое моделирование / *Н.Н. Голованов*. – М. : *Издательство физико-математической литературы*, 2002. – 472 с.
  8. *Драги́лев А.В.* Нахождение периодических решений для обыкновенных дифференциальных уравнений на ЭВМ // *Ин-т кибернет. АН УССР. Препринт*, 1980, № 10.
  9. *Дубанов А.А.* Численно-аналитическое построение линий пересечения поверхностей методом Драги́лева [Электронный ресурс] // *Электронный журнал "Прикладная геометрия"*. – МАИ. – Вип. 9. – № 19. – 2007. – С. 1–12.

ГЕЙЧУК Володимир Миколайович – доцент, кандидат технічних наук, доцент кафедри конструювання верстатів та машин Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут", механіко-машинобудівний інститут.

Наукові інтереси:

- розробка обладнання для магнітно-абразивної обробки;
- технологія магнітно-абразивної обробки.

Тел. (роб.): (044) 454-94-60, (044) 454-94-61;

(дом.): (04594) 734-01;

(моб.): 8-067-436-98-44.

E-mail: [kvm@kpi.ua](mailto:kvm@kpi.ua); [geychukw@mail.ru](mailto:geychukw@mail.ru); [poroshin@online.ua](mailto:poroshin@online.ua).

Подано 20.05.2011

