

МАШИНОБУДІВНЕ ОБЛАДНАННЯ

УДК 621.791.763

П.М. Бабіч, інж.

С.В. Божко, асист.

А.С. Зенкін, д.т.н., проф.

Київський національний університет технологій та дизайну

**СТОХАСТИЧНИЙ АНАЛІЗ ТА МОДЕЛЮВАННЯ
НА ПК ЧАСУ БЕЗПЕРЕРВНОЇ РОБОТИ
СКЛАДАЛЬНОГО АВТОМАТА**

У статті наведена методика визначення часу безперервної роботи складального автомата. Аналіз процесу складання проводиться методами математичної статистики. Розглянуто імовірнісну динамічну модель роботи автомата у вигляді дискретного ланцюга Маркова з кінцевою множиною станів. Використовуючи описаний у статті підхід, можна моделювати з використанням ПК середнього значення часу безперервної роботи складального автомата, що дозволяє визначати оптимальні значення конструктивних факторів автомата, що модулюється.

Вступ. При проектуванні складальних автоматів однією з ключових проблем є визначення часу безперервної роботи приладу, що розробляється. Оскільки багато процесів, які проходять під час роботи автомата, носять випадковий характер, аналіз процесу складання повинен проводитись методами математичної статистики.

Основний матеріал. Пропонується використовувати наступну математичну модель автомата, що досліджується. Виріб, що збирає автомат, складається з K -деталей. Згідно з технологічним процесом деталі кожного виду завантажуються в свій бункер (B_1, B_2, \dots, B_K), звідки просторово зорієнтовані деталі поступають у свої накопичувачі (H_1, H_2, \dots, H_K), розміри яких дорівнюють $N_k, k = 1, \dots, K$. Функціональна схема його роботи представлена на рис. 1.

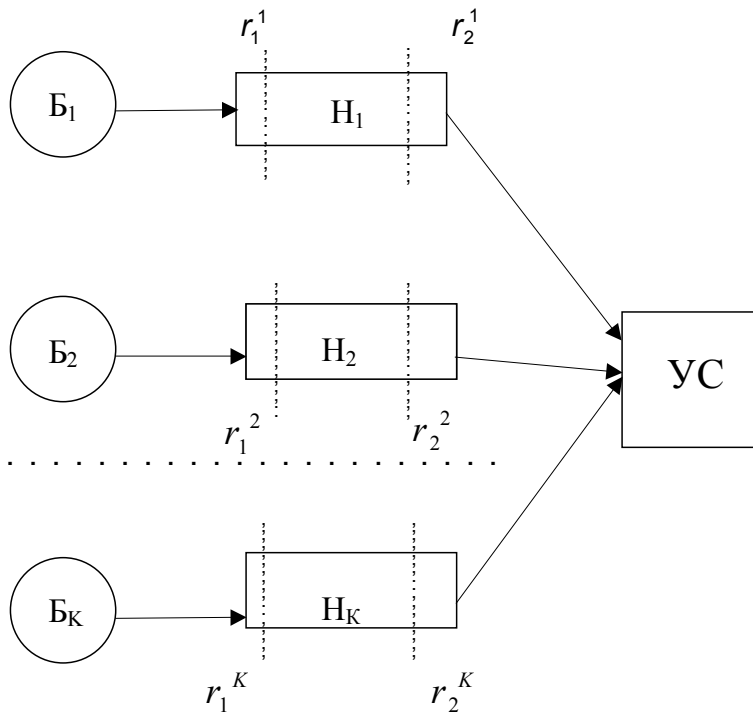


Рис. 1. Функціональна схема, яка відображає роботу складального автомата

Вузол складання (УС) включається в роботу і здійснює збірку виробу в момент часу, коли кількість деталей (комплектуючих) у всіх накопичувачах буде не менше величини r_2^k і працює безперервно до тих пір, поки кількість деталей хоча б в одному із накопичувачів не стане менше за величину $r_1^k \leq r_2^k$, $k = 1, \dots, K$. Величини $r_1^k \leq r_2^k$ і r_2^k для різних накопичувачів можуть відрізнятися. Як окремі випадки можуть розглядатися ситуації, коли:

$$r_1^k = r_1 = \text{const},$$

$$r_2^k = r_2 = \text{const},$$

$$r_1^k = r_2^k, k = 1, \dots, K.$$

Розглянемо динамічний режим роботи автомата в дискретному часі, розбивши весь час роботи складального автомата на T часових інтервалів довжиною Δt кожний. Величина інтервалу Δt вибирається з

таких міркувань, щоб впродовж часу Δt з кожного бункера у відповідний накопичувач могло надійти не більше однієї деталі, а також за цей проміжок часу ВС зміг здійснити зборку виробу.

З технологічних міркувань і конструктивних властивостей бункерів зрозуміло, що до будь-якого k -го накопичувача в t -й часовий інтервал $t = 1, \dots, T$, деталь може надійти лише з деякою імовірністю $p_1^k(t) \neq 1$, а при роботі ВС забирається з накопичувача з імовірністю $q_1^k(t) = 1$. Тобто при включенні автомата об'єми запасів деталей в накопичувачах будуть змінюватися деяким випадковим чином. Складальний автомат буде працювати у такому режимі. При досягненні рівня запасів у всіх накопичувачах, які дорівнюють $r_2^k \geq r_1^k$, $k = 1, \dots, K$, ВС включиться і буде працювати до тих пір, поки хоча б в одному з накопичувачів рівень запасів не стане менше величини r_1^k , $k = 1, \dots, K$. Якщо б під час роботи ВС до жодного з накопичувачів деталі не надходили, то час безперервної роботи ВС визначався би відношенням:

$$\tau \geq \min (r_2^k - r_1^k);$$

$$1 \leq k \leq K.$$

Враховуючи, що під час цих τ часових інтервалів у накопичувачі будуть поступати деталі, реальний час безперервної роботи ВС $\bar{\tau}$ може бути більший за τ . Цей реальний час є величина випадкова. Її статистичні властивості залежать від імовірності доступу деталей з бункерів до накопичувачів, розмірів накопичувачів, і, звичайно, від різниці величин $(r_2^k - r_1^k)$.

Якщо автомат включається на дуже короткі проміжки часу, то це висуває дуже високі вимоги до його системи електропривода, і для забезпечення надійності його роботи в пускових режимах потрібно прагнути, щоб проміжки часу були якомога тривалішими.

Зрозуміло, що аналіз повинен проводитись не за одиничними значеннями, які, будучи обчислені за результатами статичного моделювання в перші моменти після включення автомата, істотно залежать від рівня початкових запасів у накопичувачах, а за їх значеннями, що усередненні й визначаються за спливанням тривалого часу в стаціонарному режимі.

Використовуючи математичний апарат, аналогічний [1], [2], [3], розглянемо імовірнісну динамічну модель роботи складального автомата у вигляді дискретного ланцюга Маркова з кінцевою

множиною станів, що описує випадкові процеси зміни кількості деталей у накопичувачах.

Оскільки t -й часовий інтервал має деяку тривалість Δt , то при побудові математичної моделі будемо припускати, що надходження деталі в накопичувач здійснюється на початку часового інтервалу, а подача її з накопичувача на зборку – в кінці часового інтервалу.

Введемо наступні позначення (деякі з них були введені вище):

$k = 1, \dots, K$ – індекси деталей (комплектуючих, накопичувачів);

$t = 1, \dots, T$ – номери часових інтервалів тривалістю Δt ;

N_k – максимальна кількість деталей, яка може бути в k -му накопичувачі (тобто розмір k -го накопичувача);

r_1^k, r_2^k – відповідно нижній й верхній рівні запасу деталей в k -му накопичувачі, що визначають момент виключення і включення в роботу ВС.

$p_1^k(t), p_0^k(t)$ – відповідно імовірності того, що в t -й часовий інтервал поступить чи не поступить деталь в k -й накопичувач.

$$p_1^k(t) + p_0^k(t) = 1;$$

$S_i^k(t), i = 0, 1, \dots, N_k$ – імовірність того, що в t -й часовий інтервал кількість деталей в k -му накопичувачі буде дорівнювати i ;

I – множина індексів $\{1, \dots, K\}$;

$\{n\}$ – набір цілих чисел $\{n_1, \dots, n_k\}$, відповідних кількостям деталей в накопичувачах, $0 \leq n_k \leq N_k$.

Припустимо: $t = 1$ – момент включення ВС.

$p(\{n\}, s)$ – імовірність того, що ВС, який включився при стані запасів $\{n\}$, буде безперервно працювати в інтервалі часу $0 < t \leq s$.

Очевидно, $p(\{n\}, s)$ може бути відмінна від нуля лише для станів запасу $\{n\}$, таких, що $n_k \geq r_2^k$ для всіх $k \in I$ і $n_k \geq r_2^k$ хоча б для одного $k \in I$. Множину таких станів запасу позначимо J .

Потрібно обчислити $p(\{n\}, s)$ для $\{n\} \in J$.

Припустимо: $A_n^k(s)$ – імовірність того, що в інтервал часу $0 < t \leq s$ до k -го накопичувача поступить n деталей. Визначимо набір чисел s_i і множин індексів $Q_i, i = 1, \dots, L, L \leq K$ наступним чином:

$$S_1 = \min(n_k - r_1^k + 1), \quad Q_i = \{k | n_k - r_i^k + 1 = S_i\};$$

$$k \in I$$

.....

$$S_i = \min(n_k - r_1^k + 1), Q_i = \{k | n_k - r_i^k + 1 = S_i\};$$

$$k \in I \setminus \bigcup_{p=1}^{i-1} Q_p;$$

$i = 1, 2, \dots, L$, так що всі множини Q_i не пусті й $\bigcup_{p=1}^L Q_p = I$.

Тоді $p(\{n\}, s)$ при $\{n\} \in J$ розраховується за формулами:

$$p(\{n\}, s) = 1, 0 < s \leq s_i;$$

$$p(\{n\}, s) = \prod_{i=1}^m \prod_{k_i \in Q_i, n_i = s - s_i}^{s-2} A_{n_i}^{k_i}(s-2),$$

$$s_m < s \leq s_{m+1}, m = 1, 2, \dots, L-1, s_L < s, m = L.$$

Імовірності $A_n^k(s)$ можна розрахувати за формулами:

$$A_n^k(s) = \frac{1}{n!} \times \frac{d^n}{d\alpha^n} \times f_n^k(\alpha, s) |_{\alpha=0},$$

де

$$f_n^k(\alpha, s) = \prod_{t=1}^s (\alpha p_t^k(t) + p_0^k(t)).$$

Коли імовірності $p_t^k(t)$ і $p_0^k(t)$ стаціонарні, тобто не залежать від часу, можна говорити про імовірність $p(s)$ безперервної роботи автомата в стаціонарному режимі. У цьому режимі:

$$A_n^k(s) = C_s^n (p_1^k)^n (p_0^k)^{s-n},$$

де $C_s^n = \frac{s!}{n!(s-n)!}$ – число сполучень з s по n . Маємо:

$$p(s) = \sum_{\{n\} \in J} q(\{n\}) p(\{n\}, s),$$

де $q(\{n\})$ – імовірність включення ВС при стані запасу $\{n\}$, $\{n\} \in J$.

Щоб обчислити $q(\{n\})$, розглянемо множину індексів $I_2 = \{k | n_k = r_2^k\}$. Припустимо: $I_2 = \{k_1, \dots, k_M\}$, $M \leq K$. Тоді:

$$q(\{n\}) = \frac{1}{N} \times \tilde{q}(\{n\}),$$

де:

$$\tilde{q}(\{n\}) = q_1(\{n\}) \sum_{i=1}^M \prod_{j=1}^{i-1} p_i^{k_j} \cdot p_0^{k_i},$$

$$N = \sum_{\{n\} \in J} \tilde{q}(\{n\})$$

і $q_1(\{n\})$ є імовірність $q_1^t(\{n\})$ в стаціонарному режимі.

Методика для визначення величини $q_1^t(\{n\})$ була розглянута в нашій роботі [4].

На основі вищевикладеного була розроблена і реалізована мовою високого рівня VBA (Visual Basic for Application) у середовищі електронних таблиць MS Excel [5]–[9] макропрограма Calc_time_distrib. Даний варіант реалізації був обраний у зв'язку із широкою поширеністю електронних таблиць MS Excel і зручністю виконання в них інженерних розрахунків. Крім того, такий спосіб реалізації дозволяє використовувати дану програму на будь-якому персональному комп'ютері, на якому встановлений додаток MS Excel.

Запропонована програма дозволяє розраховувати значення середнього часу безперервної роботи складального автомата залежно від числа накопичувачів, їх ємностей, імовірностей наявності деталей на входах накопичувачів, рівнів включення і вимикання накопичувачів.

Робота з програмою моделювання часу безперервної роботи складального автомата **Calc_time_distrib**. Оскільки при проектуванні складальних автоматів однією з ключових проблем є визначення часу їх безупинної роботи, то представлена макропрограма дозволяє вирішити дану задачу. Структура вихідних даних на робочому листі Excel, необхідних для роботи даної програми, наведена на рис. 2. Розглянемо роботу цієї програми на прикладі.

Анализ времени непрерывной работы сборочного автомата								
Таблица задания исходной информации								
4	Задание количества накопителей K=	4						
Задание параметров накопителей								
		Номера накопителей						
8	Параметры накопителей	1	2	3	4	5	6	7
9	Емкость k-го накопителя N(k)	22	18	10	18			
10	Вероятность наличия детали на входе k-го накопителя	0,5	0,4	0,7	0,7			
11	Уровень включения k-го накопителя r2(k)	20	16	8	16			
12	Уровень выключения k-го накопителя r1(k)	4	6	3	6			

Рис. 2. Вихідні дані для прикладу використання макропрограми *Calc_time_distrib*

Далі необхідно запуснути цю макропрограму. Її запуск здійснюється стандартним способом. Для цього необхідно в головному меню вибрати пункт **Сервіс**, а потім в меню, що впливає, пункти **Макрос**, **Макроси...** (рис. 3).

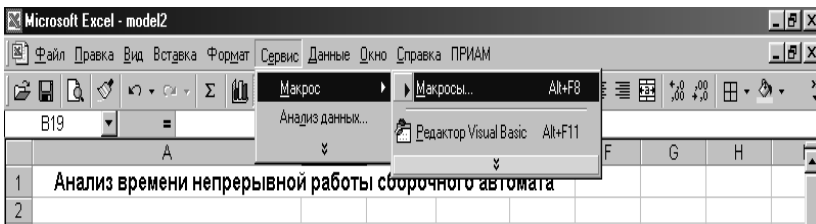


Рис. 3. Вибір пунктів меню для запуску макропрограми

З'явиться діалогове вікно *Макрос* (рис. 4) зі списком доступних у даний момент макропрограм (макросів). У даному вікні необхідно вибрати макропрограму *Calc_time_distrib* і після цього натиснути кнопку **Виконати**.

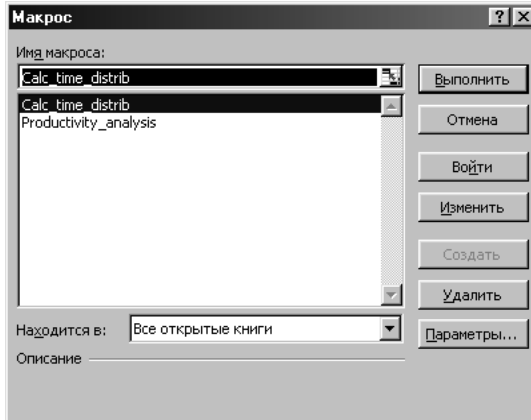
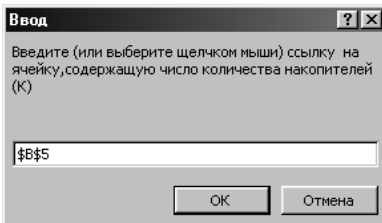
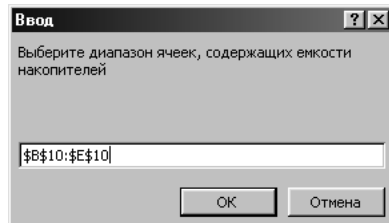


Рис. 4. Діалогове вікно запуску мікропрограм

Після запуску макропрограми послідовно почнуть з'являтися діалогові вікна із запрошенням ввести в наявний в них рядок вихідних даних для її роботи (рис. 5). Введення даних здійснюється шляхом вибору за допомогою „миші” відповідних осередків робочого листа Excel (одного осередку чи діапазону) і підтвердження вибору натиском на кнопку **ОК** вікна діалогу. У випадку, якщо користувач хоче припинити виконання даної макропрограми, необхідно натиснути на кнопку **Скасувати** вікна діалогу. В результаті з'явиться діалогове вікно *Microsoft Visul Basic*, яке наведене на рис. 6. У цьому вікні, якщо натиснути на кнопку **End**, робота макропрограми буде завершена.



а)



б)

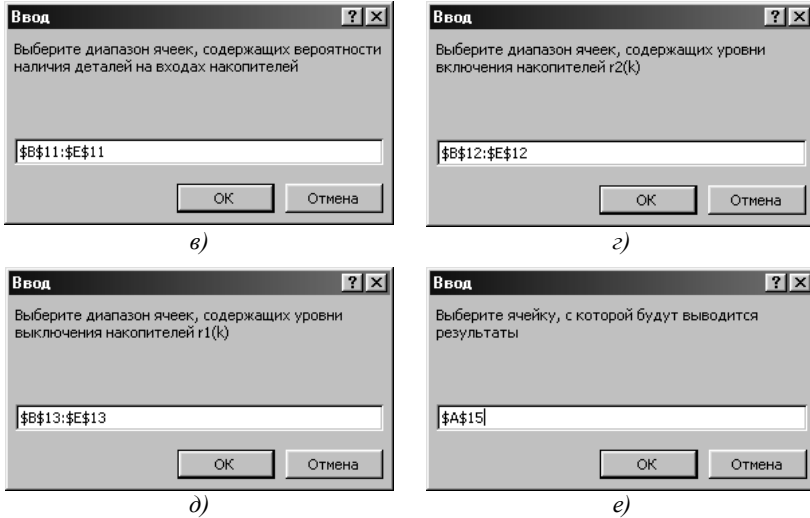


Рис. 5. Діалогові вікна для введення вихідних даних:

- а) введення посилання на осередок, що з містить число накопичувачів;
- б) введення посилань на діапазон осередків, що містять ємності накопичувачів;
- в) введення посилань на діапазон осередків, що містять імовірності наявності деталей на входах накопичувачів;
- г) введення посилань на діапазон осередків, що містять рівні включення;
- д) введення посилань на діапазон осередків, що містять рівні вимикання;
- е) введення посилання на осередок, з якого буде починатися висновок результатів.

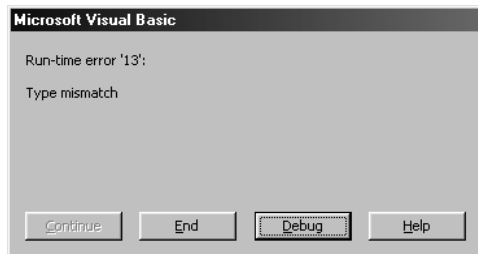


Рис. 6. Діалогове вікно, що дозволяє завершити мікропрограму

Після введення вихідних даних протягом декількох секунд будуть виведені результати. Для розглянутого нами прикладу результати на робочому листі Excel будуть мати вигляд, наведений на рис. 7. Як ми бачимо, для взятого нами приклада середній час безупинної роботи складального автомата дорівнює 10,06.

t	p(T>=t)%	p(T=t),%
0	100	0
1	100	0
2	100	0
3	100	0
4	100	0
5	100	0
6	99,9271	0,073
7	99,6209	0,306
8	98,8708	0,75
9	97,4705	1,4
10	5,8745	91,596
11	2,6732	3,201
12	1,1494	1,524
13	0,4699	0,679
14	0,1837	0,286
15	0,069	0,115
16	0	0,069
17	0	0

Среднее время работы = 10,06309

Рис. 7. Результаты работы макропрограммы Calc_time_distrib

Висновок: використовуючи описаний у статті підхід, існує можливість моделювання з використанням ПК середнього значення часу безперервної роботи складального автомата, що дозволяє визначати оптимальні значення конструктивних факторів автомата, що модулюється.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Зак Ю.А.* Вероятностные динамические модели сборочных производств // Автоматика. – 1990. – № 9. – с. 84–91.
2. *Зак Ю.А., Кирьян Н.Л., Ямпольский С.Л.* Детерминированные и стохастические модели оптимального проектирования сборочных конвейеров // Комплексная автоматизация промышленности: Труды IV Международной конференции. – Киев, 17–20 окт. 1990 г. / Секция 6. – РАПО, Укрвузполиграф, 1990. – С. 19–23.
3. *Зак Ю.А., Кирьян Н.Л.* Вероятностные динамические модели и алгоритмы выбора оптимальных объемов буферных емкостей в задачах проектирования последовательных технологических схем // Автоматика. – 1978. – № 2. – С. 60–70.
4. *Божко С.В., Зенкин А.С.* Приближенная вероятностная динамическая модель для анализа производительности сборочного автомата с накопителями собираемых деталей // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сборник научных трудов. – Донецк: ДонГТУ, 1999. – Вып. 7. – С. 18–25.
5. *Гарнаев А.Ю.* Microsoft® Excel 2000: разработка приложений. – СПб.: БХВ. – Санкт-Петербург, 2000. – 576 с.

6. Додж М., Кината К., Стинсон К. Running Microsoft Excel 5 для Windows: В 2 т.: Пер. с англ. – М.: Издательский отдел «Русская Редакция» ТОО «Channel Trading Ltd.», 1995. – Т. 1. – 368 с.
7. Додж М., Кината К., Стинсон К. Running Microsoft Excel 5 для Windows: В 2 т.: Пер. с англ. – М.: Издательский отдел «Русская Редакция» ТОО «Channel Trading Ltd.», 1995. – Т. 2. – 528 с.
8. Э. Уэллс, С. Хешбаргер. Microsoft® Excel 97: разработка приложений.: Пер. с англ. – СПб.: БХВ. – Санкт-Петербург, 1998. – 624 с.
9. Долженков В.А., Колесников Ю.В. Microsoft® Excel 2000. – СПб.: БХВ – Санкт-Петербург, 1999. – 1088 с.

БАБІЧ Павло Миколайович – інженер Київського національного університету технологій та дизайну.

Наукові інтереси:

- прикладна статистика та аналіз даних;
- комп'ютерно-інформаційні технології;

БОЖКО Сергій Вікторович – асистент кафедри інженерної механіки Київського національного університету технологій та дизайну.

Наукові інтереси:

- автоматизація технологічних процесів;
- технологічні процеси та обладнання складального виробництва.

ЗЕНКІН Анатолій Семенович – доктор технічних наук, професор кафедри метрології, стандартизації та сертифікації Київського національного університету технологій та дизайну.

Наукові інтереси:

- автоматизація технологічних процесів;
- технологічні процеси та обладнання складального виробництва.

Подано 25.06.2005

Бабіч П.М., Божко С.В., Зенкін А.С. Стохастичний аналіз та моделювання на ПК часу безперервної роботи складального автомата

Бабич П.Н., Божко С.В., Зенкин А.С. Стохастический анализ и моделирование на ПК времени непрерывной работы сборочного автомата

Babich P.M., Bozhko S.V., Zenkin A.S. The stochastic analysis and modeling on the PC of time of continuous work of the assembly automatic device

УДК 621.791.763

Стохастичний аналіз та моделювання на ПК часу безперервної роботи складального автомата / П.М. Бабіч, С.В. Божко, А.С. Зенкін

У статті наведена методика визначення часу безперервної роботи складального автомата. Аналіз процесу складання проводиться методами математичної статистики. Розглянуто імовірнісну динамічну модель роботи автомата у вигляді дискретного ланцюга Маркова з кінцевою множиною станів. Використовуючи описаний у статті підхід існує можливість моделювання з використанням ПК середнього значення часу безперервної роботи складального автомата, що дозволяє визначати оптимальні значення конструктивних факторів автомата, що модулюється.

УДК 621.791.763

Стохастический анализ и моделирование на ПК времени непрерывной работы сборочного автомата / П.Н. Бабич, С.В. Божко, А.С. Зенкин

В статье приведена методика определения времени непрерывной работы сборочного автомата. Анализ процесса сборки проводится методами математической статистики. Рассмотрена вероятностная динамическая модель работы автомата в виде дискретной цепи Маркова с конечным множеством состояний. Используя описанный в статье подход, существует возможность моделирования с использованием ПК среднего значения времени непрерывной работы сборочного автомата, что позволяет определять оптимальные значения конструктивных факторов моделируемого автомата.

УДК 621.791.763

The stochastic analysis and modeling on the PC of time of continuous work of the assembly automatic device / P. M. Babich, S.V. Bozhko, A. S. Zenkin

In clauses the technique of definition of time of continuous work of the assembly automatic device is resulted. The analysis of process of assembly is spent by methods of mathematical statistics. The likelihood dynamic model of work of the automatic device in the form of discrete circuit Markov with final set of conditions is considered. Using the approach described in clauses, there is an opportunity of modeling with use of the PC of average value of time of continuous work of the assembly automatic device that allows to define optimum values of efficiency factors of the modeled automatic device.