

УДК 621.914

В.М. Бушля, асист.,  
Г.М. Виговський, к.т.н., проф.  
Житомирський державний технологічний університет

## МОДЕЛЮВАННЯ МИТТЄВИХ ЗНАЧЕНЬ СИЛ РІЗАННЯ ПРИ ГЛИБИННОМУ ТОРЦЕВОМУ ФРЕЗЕРУВАННІ ІНСТРУМЕНТОМ ОСНАЩЕНИМ НАДТВЕРДИМИ МАТЕРІАЛАМИ

*В роботі проведено аналіз кривих вищих порядків на можливість використання їх в спірально-ступінчастих схемах різання для торцевих фрез, розглянуто динамічні явища, які виникають при глибинному торцевому фрезеруванні та створено модель для визначення миттєвих значень сил різання торцевими фрезами, оснащеними надтвердими матеріалами.*

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Дані щодо використання торцевих фрез з надтвердими матеріалами (НТМ) для глибинної обробки поверхонь деталей з сумарними припусками  $t_{\Sigma} = 6 \dots 8$  мм майже відсутні. Разом з тим застосування ступінчастих схем різання дозволяє виконати перерозподіл глибини різання між окремими ножами [1–3] і таким чином запровадити цей метод обробки. Доведено, що використання ступінчастих фрез дозволяє: уникнути додаткового регулювання положення різальних ножів через зменшення впливу биття останніх на процес обробки [4, 5]; забезпечити однаковість розподілу навантаження на ножі в процесі обробки та створити сприятливі умови для протікання процесу фрезерування більш рівномірно [6].

Змінність сумарного перерізу шару, що зрізається, при торцевому фрезеруванні та різна кількість ножів, що беруть участь в різанні викликають періодичну зміну складових сил різання, що призводить до виникнення в технологічній системі вимушених коливань, які в свою чергу знижують продуктивність та зменшують стійкість інструмента [7].

Для глибинного торцевого різання характерними є великі значення як сумарної сили різання, так і сили різання на кожному з ножів. Як зазначає [9], при обробці інструментом з НТМ при глибині різання, яка дорівнює  $t = 1$  мм, використовуються подачі  $S = 0,1$  мм/зуб а сили різання на одному ножі буде сягати до 300 Н. Досягнути рівномірного фрезерування неможливо за будь-якої схеми різання, тобто наявним

буде змінна кількість ножів фрези, які одночасно беруть участь в різанні протягом одного її оберту і відповідно перемінним буде сумарне значення сили різання. Це призводить до виникнення коливань в технологічній системі і до інтенсивного зносу ножів фрези та погіршення якості обробки поверхонь.

### Цілі роботи

1. Провести аналіз варіантів розташування різальних елементів торцевих фрез для глибинної обробки торцевими фрезами, оснащеними НТМ.

2. Дослідити динамічні явища, що виникають при глибинному торцевому фрезеруванні.

3. Створити комплексну математичну модель для прогнозування миттєвих значень складових сил різання при фрезеруванні інструментом із спірально-ступінчастими схемами різання.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Результати роботи [8] вказують, що досягти кращих показників рівномірності можливо лише при використанні ступінчастих схем різання. Серед таких найбільшого розповсюдження знайшли спірально-ступінчасті схеми різання де ножі розміщені за логарифмічною та спіраллю Архімеда [8, 10].

Аналіз та розрахунки кривих, використання яких є можливим для формування ступінчастих схем різання показали, що умовами придатності кривої для розташування ножів є: проходження спіралі через максимальну ( $R_{\max}$ ), мінімальну ( $R_{\min}$ ) та поточні ( $R_i$ ) радіальні відстані з зберіганням однакового радіального приросту  $\Delta R$  (рис. 1); напрямок спіралі (за та проти годинникової стрілки); характер спіралі (згортання/розгортання) та кількість спіралей  $p$ , які необхідно розташувати на фрезі. Перша умова може бути записана наступним чином: на  $k_i$  витку спіраль повинна пройти через кутове положення  $\varphi_{\min} = f(R_{\min})$  та, пройшовши через радіуси  $R_i$ , повинна вийти на кутове положення  $\varphi_{\max} = f(R_{\max})$ , різниця між якими складає  $\frac{2\pi}{p}$  або

$$\varphi_{\max} - \varphi_{\min} = \frac{2\pi}{p}.$$

Проведений аналіз більш ніж 30 спіралей та кривих вищих порядків показав, що даним умовам при заданих параметрах  $p = 1...4$ ,  $\Delta R = 0,1...1$  мм та  $R_{\min} = 50...200$  мм задовольняє цілий ряд кривих, таких як параболічна, логарифмічна, гіперболічна спіралі та ін.

Повний перелік кривих, які відповідають даним умовам та мають математичне описання, наведений в табл. 1.

Таблиця 1

Назва кривої	Рівняння кривої	Примітки
Спіраль Архімеда	$\rho = a\varphi$	$\Delta\varphi = \text{const}$
Логарифмічна спіраль	$\rho = a^{\varphi}$	
Параболічна спіраль	$\rho = a\sqrt{\varphi} + l$	$l = \text{var}$
Гіперболічна спіраль	$\rho = \frac{a}{\varphi}$	
Галілея спіраль	$\rho = a\varphi^2 - l$	$l = \text{var}$
Ферма спіраль	$\rho = a\sqrt{\varphi}$	
Інвертована Галілея спіраль	$\rho = \frac{a}{\varphi^2}$	
Спіраль “жезл”	$\rho = \frac{a}{\sqrt{\varphi}}$	
Конхоїда гіперболічної спіралі	$\rho = \frac{a}{\varphi} + l$	$l = \text{var}$

де  $l$  – довільна константа кривої.

Слід зазначити, що наявність параметра  $l$  в параболічній спіралі, спіралі Галілея та конхоїді гіперболічної спіралі дозволяє значно розширити спектр кривих, придатних до використання в спірально-ступінчастих схемах різання.

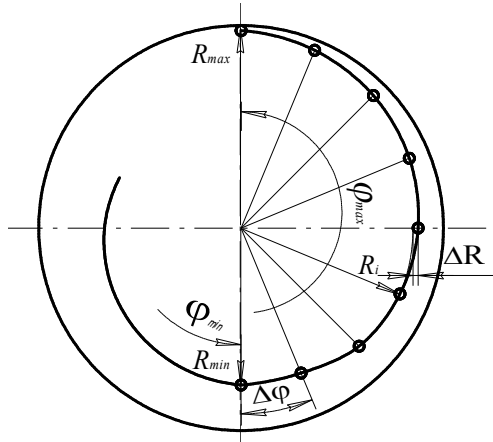


Рис. 1. Схематичне зображення розташування різальних елементів торцевої фрези за спіральною схемою різання

Для моделювання миттєвих значень сил різання та аналізу рівномірності фрезерування з врахуванням характеристик точності та динамічних явищ, що виникають при обробці використовувався прикладний пакет програм MatLAB, зокрема програма Simulink. Моделювання в Simulink вимагає поблочного моделювання окремих процесів, що протікають, та подальшого поєднання таких блоків в єдину модель. Для моделювання роботи багатозубої торцевої фрези складаємо підсистему, яка моделює силу різання, яка виникає на одному ножі. Для цього моделюємо імпульсний скачок сили різання на відносне значення, рівне одиниці, накладаємо на нього коливання, що виникають при ударному навантаженні, та шуми, і через певний проміжок часу – час задіяння ножа в різанні, погашаємо даний імпульс до нульового значення з врахуванням динаміки розвантаження.

Оскільки напрям дії та величина вектора результуючої сили постійно змінюється, будемо проводити моделювання для кожної із складових сил окремо. Будемо використовувати природний спосіб завдання координат, тобто будемо проводити розклад руху тіла на осі природного тригранника (трієдра). Для складання диференціального рівняння руху тіла (ножа фрези) припустимо, що пружні сили в технологічній системі (ТС) замінені сумарною пружною силою  $\bar{F}$ , що діє на приведену масу  $m$ . Жорсткість всіх елементів ТС представлена приведеною жорсткістю  $C$ . Вплив дисипативної складової

представлено силою  $\bar{R}$ , а збуджуюча сила –  $\bar{P}$ . Тоді диференціальне рівняння буде мати вигляд:

$$m_i \frac{d^2 i}{dt^2} = \bar{F}_i + \bar{R}_i + \bar{P}_i, \quad (1)$$

де  $i$  – координата триєдра, за якою складається диференціальне рівняння.

Враховуючи, що дисипативна складова буде пропорційна першій степені швидкості руху точки можна визначити її значення як

$$R_i = b_i \cdot \frac{di}{dt} \quad (2)$$

де  $b_i$  – приведений коефіцієнт дисипативних сил.

Експериментально встановлено [4], що збуджуюча сила в процесі різання не досягає свого значення миттєво, а збільшується за певною залежністю. При врізанні однозубої торцевої фрези, оснащеної НТМ, збуджуюча сила на одному ножі визначається експоненціальною залежністю:

$$P_i = P_{i0} \cdot (1 - e^{-n_{i1} \cdot t}), \quad (3)$$

а при виході ножа з різання наступною залежністю:

$$P_i = P_{i0} \cdot e^{-n_{i2} \cdot t}, \quad (4)$$

де  $n_{i1}$ ,  $n_{i2}$  – показники степені, що характеризують форму експоненціального закону,  $P_{i0}$  – значення сили при сталому різанні.

Враховуючи залежності (1 – 3) диференціальне рівняння руху тіла для моменту врізання інструмента буде мати вигляд:

$$m_i \frac{d^2 i}{dt^2} + b_i \cdot \frac{di}{dt} + C \cdot i = P_{i0} \cdot (1 - e^{-n_{i1} \cdot t}) \quad (5)$$

і для моменту виходу інструмента з різання, коли значення сили спадає із значення  $P_{i0}$  до нульового:

$$m_i \frac{d^2 i}{dt^2} + b_i \cdot \frac{di}{dt} + C \cdot i = P_{i0} \cdot e^{-n_{i2} \cdot t} \quad (6)$$

Розв'язком рівняння (5) буде наступна залежність:

$$i = C_{i2} \cdot e^{\left(\frac{-b_i + \sqrt{b_i^2 - 4C_i m_i}}{2 m_i}\right) t} + C_{i1} \cdot e^{\left(\frac{b_i + \sqrt{b_i^2 - 4C_i m_i}}{2 m_i}\right) t} + \frac{P_{i0} e^{-n_{i1} t} \left( (-n_{i1} b_i + n_{i1}^2 m_i + C_i) e^{n_{i1} t} - C_i \right)}{C_i \left( -n_{i1} b_i + n_{i1}^2 m_i + C_i \right)}$$

Розв'язок рівняння (6) буде мати наступний вигляд:

$$i = C_{i2} \cdot e^{\left(\frac{-b_i + \sqrt{b_i^2 - 4C_i m_i}}{2 m_i}\right) t} + C_{i1} \cdot e^{\left(\frac{b_i + \sqrt{b_i^2 - 4C_i m_i}}{2 m_i}\right) t} + \frac{P_0 e^{-n_{i2} t}}{C_i - b_i n_{i2} + m_i n_{i2}^2}$$

де значення постійних  $C_{i1}$  та  $C_{i2}$  будуть залежати від співвідношення між приведеною жорсткістю  $C_i$  та приведеним коефіцієнтом дисипативних сил  $b_i$ .

Оскільки програма Matlab оперує з розв'язками диференціальних рівнянь через перетворення Лапласа, то рівняння (5) і (6) після відповідних перетворень дорівнюють відповідно:

$$i = \frac{P_{i0} \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s + n_{i1}} \right)}{m_i s^2 + b_i s + C_i} \quad \text{та} \quad i = \frac{P}{m_i s^2 + b_i s + C_i} \quad (7)$$

Підсистема для завдання одиничного імпульсу сили різання, яка враховує перехідний процес при врізанні та виході різального елемента та шуми, що виникають від інших джерел коливань представлена на рис. 2, а результати моделювання даної підсистеми на рис. 3.

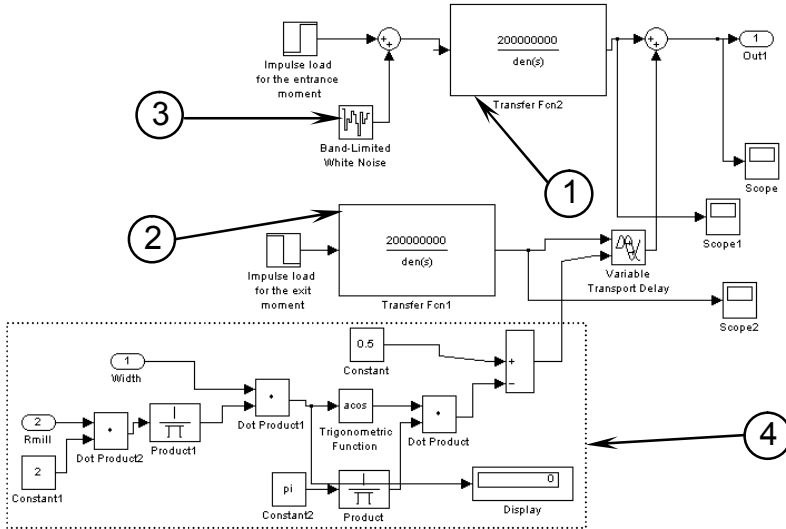


Рис. 2. Модель підсистеми для відображення одиничного імпульсу сили різання на одному ножі

На рис. 2.: ① – блок завдання перехідного процесу при врізанні різального елемента заданий, у вигляді перетворення Лапласа згідно рівнянням (7); ② – блок завдання перехідного процесу при виході ножа торцевої фрези з різання, заданий у вигляді перетворення Лапласа згідно з рівнянням (7); ③ – блок завдання білого шуму з обмеженим потужністю, яка згідно з [11] для торцевого фрезерування на вертикальних фрезерних верстатах знаходиться в діапазоні  $1 \cdot 10^{-6} \dots 1 \cdot 10^{-7}$ ; ④ – блок для розрахунку часу різання при вхідних параметрах  $R_i$  та  $B$  – ширини фрезерування. Дана величина обчислюється як частка від одного оберту  $2\pi$  за виразом

$$\theta = \frac{1}{2} - \frac{\arccos\left(\frac{B}{2R_i}\right)}{\pi}.$$

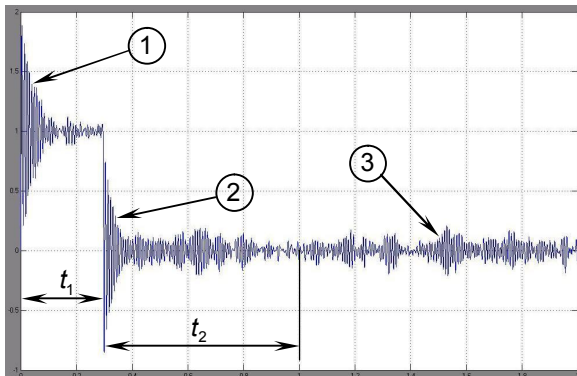


Рис. 3. Результат моделювання підсистеми одиночного імпульсу

На рис. 3 (результат моделювання підсистеми для відображення одиночного імпульсу сили різання на одному ножі) видно одиничний імпульс сили з накладеними на нього перехідними процесами при врізанні ① і виході ② інструмента з різання, білий шум ③ від інших джерел коливань, час різання  $t_1$  та холостий хід  $t_2$ .

Для проведення моделювання приймалася двоспіральна шестиступінчаста фреза. Розглянемо випадок, коли як спіраль для розташування ножів використовувалась логарифмічна спіраль, рівнянням якої є  $\rho = a^\varphi$  або  $R_i = \rho \cdot q^\varphi$ .

Моделювання проводиться для двоспіральної дванадцяти-ножової фрези; при ньому необхідною умовою для розташування ножів є проходження логарифмічної спіралі в певний момент через положення ножа на мінімальному радіусі  $R_{\min}$  і проходження через положення ножа на максимальному радіусі  $R_{\max}$  через 180 градусів. З цієї умови було визначено значення  $\rho$  та  $\varphi$ , які відповідно дорівнюють:

$$\rho = \frac{R_{\min}}{e^{\frac{\varphi_{\min} \ln\left(\frac{R_{\max}}{R_{\min}}\right)}{\pi}}} \quad \text{та} \quad q = e^{\left(2 \ln\left(\frac{R_{\max}}{R_{\min}}\right)\right)}$$

Тоді кутові значення розташування ножів за логарифмічною спіраллю будуть визначатися з такого рівняння:



$$R_{\min} e^{\left( \frac{\varphi_{\min} \ln \left( \frac{R_{\max}}{R_{\min}} \right)}{\pi} \right)} \cdot \left( \frac{R_{\max}^2}{R_{\min}^2} \right)^{\left( \frac{\varphi_i}{2\pi} \right)} - R_i = 0. \tag{8}$$

Розв'язок рівняння (8) відносно поточного значення кутового положення різального елемента  $\varphi_i$  буде дорівнювати:

$$\varphi_i = \frac{2 \left( \ln \left( \frac{R_i}{R_{\min}} \right) \pi + \ln \left( \frac{R_{\max}}{R_{\min}} \right) \varphi_{\min} \right)}{\ln \left( \frac{R_{\max}^2}{R_{\min}^2} \right)}. \tag{9}$$

Для реалізації даного рівняння була створена підсистема розрахунку кутових значень розташування різальних ножів, що представлена на рис. 4.

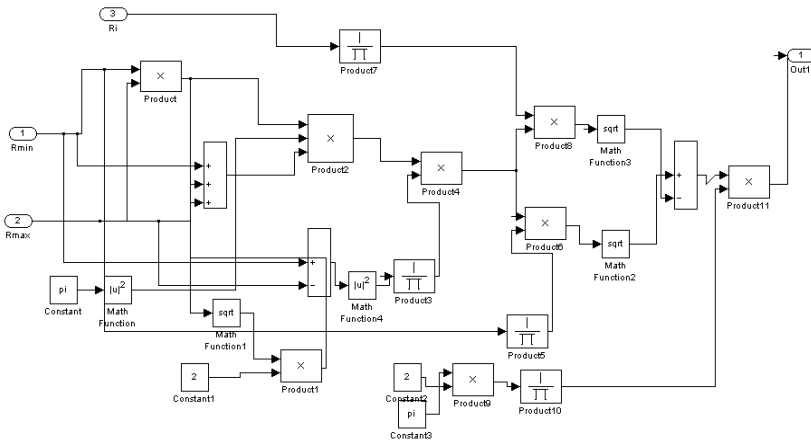


Рис. 4. Блок завдання кутових значень розташування різальних елементів на торцевій фрезі

Підсистема (рис. 4) реалізує розрахунок поточних значень кутових положень різальних елементів, розташованих на  $R_i$  радіусах як частку від одного оберту торцевої фрези  $2\pi$ . Підсистема також враховує похибку кутового положення яка виникає внаслідок неточності установки ножів як в радіальному напрямку, так і в кутовому.

Оскільки перша підсистема (рис. 2) моделює стрибок сили різання на відносну величину рівну одиниці та розраховує рівняння руху

різального елемента, а також припускаючи, що навантаження (сила різання) на різальний елемент буде прямо-пропорційною зміні деформації ТС (рівняння руху), необхідним є збільшення відносного значення на величину сили різання, яке сягає значення  $P_{i0}$ . З [9] відомою є залежність для визначення складових сил різання на одному ножі при торцевому фрезеруванні інструментом, оснащеним надтвердими матеріалами, яка має вигляд:

$$P_{i0} = C_{ip} \cdot t^{u_i} \cdot S^{M_i} \cdot V^{\eta_i}$$

Підсистема для розрахунку сили різання  $P_{i0}$  для її подальшого врахування в моделі для визначення миттєвих значень сил різання представлена на рис. 5.

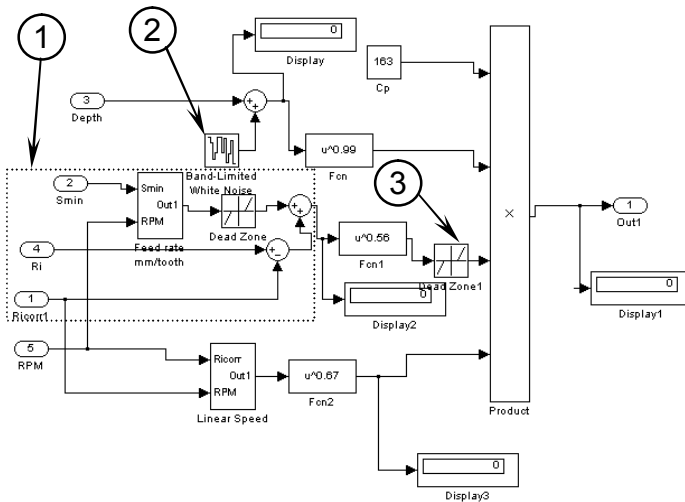


Рис. 5. Блок завдання середнього значення складової сили різання на одному ножі торцевої фрези: де ① – блок для розрахунку точного значення подачі, з врахуванням її похибки внаслідок неточності установки різальних елементів в радіальному напрямку; ② – генератор випадкових чисел, який моделює неточність установки різальних елементів в торцевому напрямку; ③ – блок для завдання обмеження величини подачі, що обумовлено конструкцією торцевої фрези та похибками установки різальних елементів.

Підсистема (рис. 4) моделює середнє значення сили різання на окремому різальному елементі з врахуванням коливання значень подачі та глибини різання. Значення подачі на оберт  $S_{об}$  корегується до її точного значення відповідно до наступної залежності

$$S_{об} = \frac{S_{xe}}{z \cdot n} + (R_i - R_{i\text{corr}}),$$

де  $z$  – кількість різальних елементів на одній ступіні торцевої фрези;  $n$  – частота обертання шпинделя;  $S_{xe}$  – подача на хвилину;  $R_{i\text{corr}}$  – кореговане значення радіального положення різального елемента, яке визначається після установки ножа в корпусі торцевої фрези.

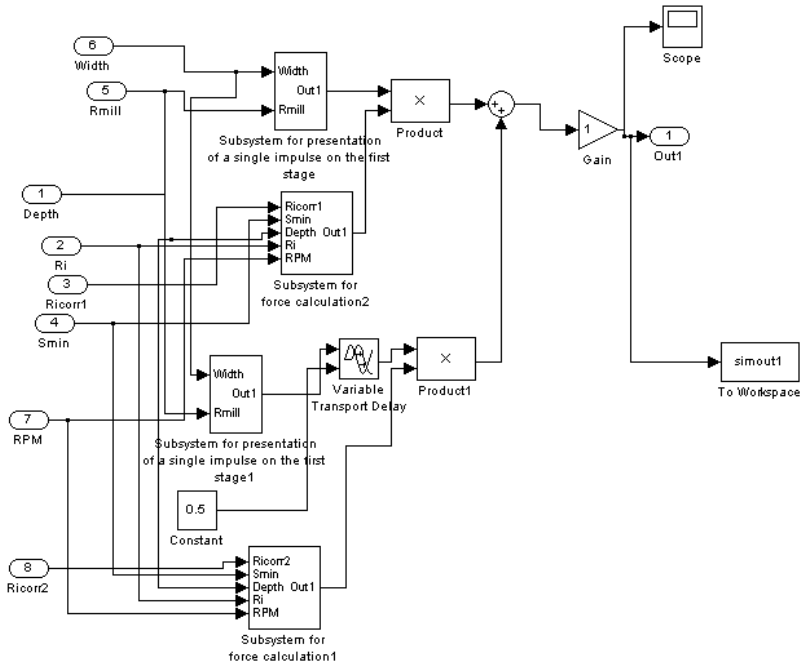


Рис. 6. Блок завдання миттєвої сили різання на різальних елементах, розташованих на однакових радіусах

Дана підсистема дозволяє врахувати неточності установки різальних елементів в торцевому напрямку.

Як було зазначено, дана модель розроблялась для випадку двоспіральної торцевої фрези яка включає шість пар діаметрально протилежних ножів, які розташовані на однакових радіусах. На рис. 6 показано підсистему, що дозволяє визначати миттєві значення сил різання на діаметрально протилежних ножах.

Загальна модель для визначення миттєвих значень сил різання була створена з блоків, представлених на рис. 6. а також з блоків для розрахунку кутових положень різальних елементів. Вхідними параметрами в кінцеву модель, яка включає всі підсистеми, є: глибина різання –  $t$ , мм; подача –  $S_{хв}$ , мм/хв.; частота обертання шпинделя верстата –  $n$ , об/хв.; ширина заготовки –  $B$ ; радіальні значення розташування ножів фрези –  $R_i$  та їх кореговані значення, які визначалися після установки ножів в корпусі фрези –  $R_{i\text{corr}}$ . Використання в даній моделі значень  $R_{i\text{corr}}$  дозволяє з більшою точністю визначити величини подачі, оскільки як відомо похибки виставлення ножів в радіальному напрямку призводять до недовантаження одних ножів і перевантаження інших. Дана модель враховує, що при коливаннях радіусів на яких розташовані ножі будуть виникати різні за величиною сили різання на кожному з окремих ножів. Дана модель також враховує, що при зменшенні радіусу розташування ножів на спіралі буде спостерігатися зменшення лінійної швидкості різання при однаковій кутовій швидкості обертання фрези і значень складових сил різання відповідно.

Загальна модель призначена для моделювання сил різання при торцевому фрезеруванні інструментом оснащеним надтвердими матеріалами представлена на рис. 7.

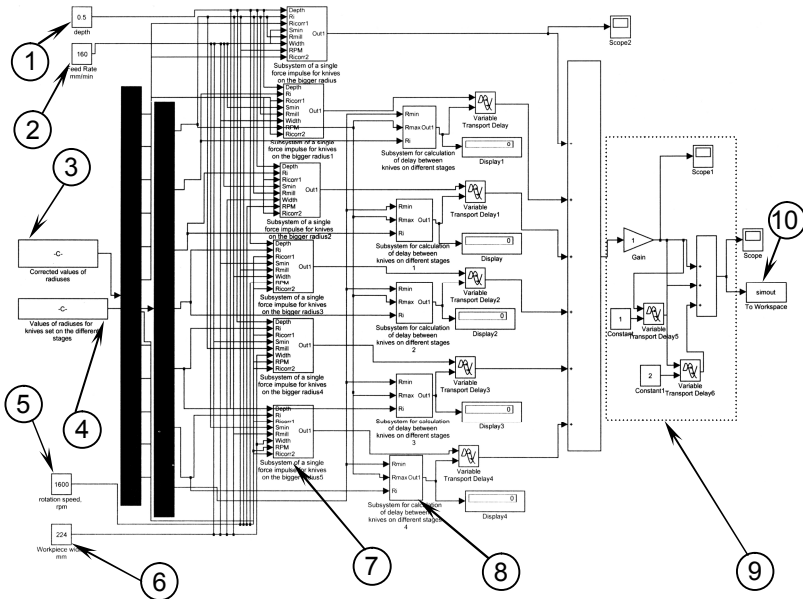


Рис. 7. Загальна модель для визначення сил різання: де 1 – блок задання глибини різання; 2 – блок задання подачі на  $x$  шпину; 3 – блок задання корегованих значень радіальних положень різальних елементів торцевої фрези; 4 – блок задання конструктивно заданих радіальних положень різальних елементів; 5 – блок задання кутової швидкості обертання торцевої фрези; 6 – блок задання ширини заготовки; 7 – блок задання миттєвої сили різання на різальних елементах розташованих на одноккових радіусах (рис. 5); 8 – блок задання кутових значень розташування різальних елементів на торцевій фрезі; 9 – підсистема для створення циклічності моделювання; 10 – блок для вивади результатів моделювання в табличному вигляді та для інтеграції з іншими програмними продуктами.

Створена математична модель дозволяє отримувати результати як в графічному (спектри сил різання), так і в числовому вигляді. Остання функція реалізована за допомогою інтеграції прикладного пакету програм Matlab з табличним редактором Microsoft Excel. Рис. 3 є прикладом графічного відображення результатів моделювання, а рис. 8 відображає кінцеві результати моделювання колової складової сили різання для випадку розташування ножів за логарифмічною спіраллю.

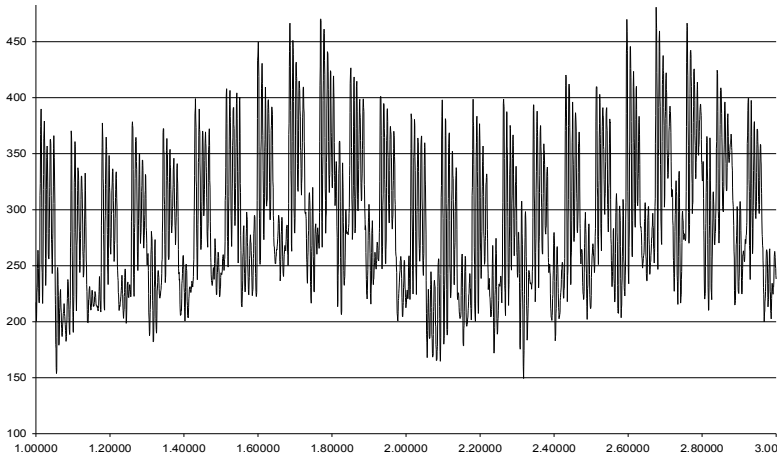


Рис. 8. Змодельований спектр колової сили різання для торцевої фрези з ножами, розташованими за логарифмічною спіраллю

### Висновки.

1. В роботі проведено аналіз варіантів розташування різальних елементів торцевих фрез для глибинної обробки інструментом, оснащеним НТМ, що дозволяє розширити спектр схем для спірального розташування різальних елементів торцевих фрез.

2. Розроблені математичні залежності перехідних процесів, що виникають при врізанні та виході різального елемента торцевої фрези, оснащеної НТМ, з включенням отриманих результатів в модель з визначення сил різання.

3. Створено комплексну математичну модель на базі програмного комплексу MatLab для прогнозування миттєвих значень складових сил різання при фрезеруванні інструментом зі спірально-ступінчастими схемами різання, яка враховує динаміку різання (врізання та вихід інструмента), вплив розташування різальних елементів та параметрів точності їх виставлення.

### Перспективи подальших розвідок.

В подальшому планується проводити аналіз раціональності схем різання та різних конструкцій торцевих фрез з метою збільшення стійкості інструмента та підвищення ефективності процесу обробки за рахунок зменшення впливу явища нерівномірності торцевого багатаножевого фрезерування. Ведеться експериментальне підтвердження адекватності моделі та аналіз раціональності спіралей, наведених в табл. 1, за критерієм коефіцієнта нерівномірності.

## ЛІТЕРАТУРА:

1. *Боровский Г.В., Якушева О.Б., Жамолетдинов А.А.* Высокоскоростное фрезерование серого чугуна // Станки и инструмент. – 1993. – № 2. – С. 29–31.
2. *Боровский Г.В.* Направления развития режущего инструмента из синтетических сверхтвердых материалов // Станки и инструмент. – 1986. – № 9. – С. 17–19.
3. *Жедь В.П.* Режущие инструменты, оснащенные СТМ и их применение. – М.: Наука, 1986. – 256 с.
4. *Боровский Г.В.* Особенности и эффективность внедрения в машиностроение режущего инструмента из композитов // Станки и инструмент. – 1984. – № 7. – С. 12–14.
5. *Фейман И.И., Буков М.Е.* Работоспособность многозубых фрез из сверхтвердых материалов // Станки и инструмент. – 1983. – № 12. – С. 25–26.
6. *Ординарцев И.А.* Проблемы широкого применения синтетических сверхтвердых материалов при механической обработке // Станки и инструмент. – 1984. – № 7. – С. 10–11.
7. *Сенькин Е.Н., Истомин В.Ф., Журавлев С.А.* Основы теории и практики фрезерования материалов. – Л.: Машиностроение, 1989. – 103 с.
8. *Громовий О.А., Виговський Г.М., Мельничук П.П., Ольшевський В.С.* Комп'ютерне моделювання процесу торцевого фрезерування одно- і багатоступінчастими фрезами // Вісник Сумського державного університету. – 2000. – № 15. – С. 27–35.
9. Технологические особенности механической обработки инструментом из поликристаллических сверхтвердых материалов / П.В. Захаренко, В.М. Волкогон, А.В. Бочко и др. – К.: Наук. думка, 1991. – 288 с.
10. *Громовий О.А., Мельничук П.П., Виговський Г.М.* Фрезерування плоских поверхонь торцевими фрезами з регульованими схемами різання // Збірник наукових праць Кіровоградського державного технічного університету. – 2003. – № 12. – С. 89–96.
11. *Струтинський В.Б., Мельничук П.П.* Математичне моделювання металорізальних верстатів: Монографія. – Житомир: ЖІТІ, 2002. – 570 с.

БУШЛЯ Володимир Миколайович – асистент кафедри технології

машинобудування і конструювання технічних систем Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- обробка металів різанням;
- глибина обробка плоских поверхонь інструментами з НТМ

ВИГОВСЬКИЙ Георгій Миколайович – к.т.н., професор кафедри технології машинобудування і конструювання технічних систем Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- обробка металів різанням;
- глибина обробка плоских поверхонь інструментами з НТМ