УДК 681.323

А.А. Засядько, к.т.н., доц.
Черкаський державний технологічний університет

МЕТОДИКА ГНУЧКОЇ АДАПТАЦІЇ В ЗАДАЧАХ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Запропоновано два етапи, що входять у схему гнучкої адаптації і вирівнювання частинних критеріїв, що реалізують зведення напруженої ситуації до спокійної. При чисельній реалізації задач оптимізації за цією схемою не потрібно вводити додаткові обмеження за «спокійними» критеріями, які неминучі при наявності напружених критеріїв.

Задачі багатокритеріальної оптимізації можуть бути вирішені різними методами [1–5]. Ці методи, як правило, протиставляються один одному. У роботі пропонується використовувати переваги різних методів багатокритеріальної оптимізації для гнучкої адаптації до зміни ситуації в процесі оптимізації.

Нехай задана множина можливих розв'язків X, що складається з векторів $x = \{x_i\}_{i=1}^{n}$ n-мірного евклідового простору. Якість розв'язків оцінюється за сукупністю суперечливих частинних критеріїв, що утворюють S-мірний вектор $y(x) = \{y_k(x)\}_{k=1}^{S} \subset F$, що визначений на множині X і який належить класу F припустимих векторів ефективності. Вектор частинних критеріїв обмежений припустимою областю: $y \in M$.

Необхідно визначити такий розв'язок $x^* \in X$, що при заданих умовах і обмеженнях оптимізує вектор ефективності $y(x)$.

Компоненти вектора $y(x)$ повинні бути піддані нормалізації, тому що розв'язок задачі визначення множини ефективних точок (області Парето) можливий тільки за умови приведення всіх критеріїв до єдиної розмірності або безрозмірної форми. В [3–4] представлений об'єктивний спосіб нормалізації, в результаті якого не порушується рівноправність ні одного з критеріїв і який не залежить від масштабу. Для нього компонентами нормуючого вектора y_0 служать екстремуми частинних критеріїв, визначені на просторі розв'язків

$$y^0 = \left\{\sup_{x \in X} y_k(x)\right\}_{k=1}^{s}. \tag{1}$$

Припустимо, що всі частинні критерії $y_k(x)$ вимагають мінімізації і що вони усі додатні й обмежені (найбільш розповсюджений випадок):

$$M = \{y \mid 0 \le y_k(x) \le A_k, k \in [1, s]\}. \tag{2}$$

Дана система нерівностей являє собою структурований вираз припустимої області $y \in M$, у якій нормуючий вектор (1) має вигляд заданого вектора обмежень

$$y^0 = A = \{A_k\}_{k=1}^{s}, \tag{3}$$

тому що супремами критеріїв є задані обмеження A_k.

У залежності від наявності і виду апріорної інформації підходи до розв'язків багатокритеріальних задач можуть бути різними.

На практиці поширена ситуація, що в процесі оптимізації вектора ефективності $y(x)$ частинні критерії y_k оптимізуються нерівномірно, причому один частинний критерій може змінюватися повільно, у той час як інші – дуже швидко. У такому випадку отриманий розв'язок може виявитися нестійким і неоптимальним, тобто буде знаходитися поза областю Парето.

В [3–4] введене поняття напруженості ситуації як міри близькості відносних частинних критеріїв до свого граничного значення (одиниці):

$$\zeta_k = 1 - y_{0k}, \ \zeta_k \in [0,1]. \tag{4}$$

Якщо багатокритеріальний розв'язок приймається в напруженій ситуації, то це значить, що в заданих умовах один чи декілька частинних критеріїв в результаті розв'язку можуть опинитися в небезпечній близькості до своїх граничних розв'язків ($\zeta_k \approx 0$). Ця подія не компенсується можливим малим рівнем інших критеріїв. У цій ситуації необхідно всіляко перешкоджати небезпечному зростанню найбільш неблагополучного (тобто найбільш близького до своєї межі) частинного критерію, не дуже зважаючи на поводження у цей час інших критеріїв. А в дуже напруженій ситуації ($\zeta_k \approx 0$) необхідно залишати в полі зору тільки цей один, найбільш неблагополучний частинний критерій, не звертаючи уваги на інші. Отже, адекватним вираженням схеми компромісів у випадку напруженої ситуації є мінімаксна модель

$$x^* = \arg \min_{x \in X} \max_{k \in [1,k]} y_{ok}(x). \tag{5}$$

Ця схема (чебишевська модель) змушує мінімізувати гірший (найбільший) з відносних критеріїв, зводячи його до рівня інших, тобто вирівнюючи всі частинні критерії. Такий критерій в [3, 4] називається «напруженим» критерієм. Недолік (5) – забезпечення найбільш близького один одному рівня відносних критеріїв часто досягається за рахунок значного підвищення їхнього сумарного рівня.

У менш напружених ситуаціях необхідно повертатися до одночасного задоволення й інших критеріїв, з огляду на суперечливу єдність всіх інтересів і конфліктуючих цілей системи. Зі зменшенням напруженості ситуації переваги за окремими критеріями вирівнюються. У проміжних випадках необхідно вибирати схеми компромісів, що дають різні ступені часткового вирівнювання частинних критеріїв.

У другому полярному випадку ($\zeta_k = 1$) ситуація настільки спокійна, що частинні критерії малі і не виникає ніякої погрози порушенню обмежень. Такі частинні критерії названі в [3, 4] «спокійними» критеріями. Можна вважати, що одиниця погіршення кожного з частинних критеріїв компенсується рівнозначною одиницею поліпшення кожного з інших. Цьому випадку відповідає економічна схема компромісів, що забезпечує мінімальні для заданих умов сумарні втрати за частинними критеріями. Така схема виражається моделлю інтегральної оптимальності

$$x^* = \arg \min_{x \in X} \sum_{k=1}^{s} \alpha_k y_{ok}(x). \tag{6}$$

Модель інтегральної оптимальності (6) забезпечує мінімальний сумарний рівень частинних критеріїв. Загальним недоліком цієї схеми є можливість різкої диференціації рівня окремих критеріїв, тому рішення на основі (6) за допомогою комп'ютерних програм як безумовної задачі оптимізації дає неприйнятні результати за межами припустимої області розв'язків (2). Тому необхідно вводити додаткові обмеження вигляду (2) для компенсації цієї диференціації.

Якщо прийняти висновки з наведеного аналізу *як логічну основу для* формалізації *вибору* схеми компромісів, то можна запропонувати різні конструктивні концепції, однією з який є концепція нелінійної схеми компромісів.

Нелінійна схема компромісів (чи згортка за Вороніним), яка введена в [3–4], враховує як поводження моделі інтегральної оптимальності (6) у спокійних ситуаціях, так і мінімаксної моделі (5) у напружених. Вона має вигляд:

$$Y(\alpha, y_0) = \sum_{k=1}^{S} \alpha_k [1 - y_k(x)]^{-1}; \alpha_k \geq 0, \sum_{k=1}^{S} \alpha_k = 1, \tag{7}$$

де a_k = const – формальні параметри, що мають двояку інтерпретацію. З одного боку, – це коефіцієнти, що виражають пріоритет критеріїв. З іншого боку, – це коефіцієнти регресії змістовної регресійної моделі (7), побудованої на основі концепції нелінійної схеми компромісів. Таким чином, нелінійній схемі компромісів відповідає модель векторної оптимізації, яка у явному вигляді залежна від характеристик напруженості ситуації (4)

$$x^* = \arg \min_{x \in X} \sum_{k=1}^{S} \alpha_k [1 - y_k(x)]^{-1}. \tag{8}$$

З виразу (8) видно, що коли який-небудь з відносних частинних критеріїв, наприклад, $y_{0i}(x)$ почне близько підходити до своєї межі (одиниці), тобто ситуація стане напруженою, то відповідний член $Y_i = 1/\alpha_i[1 - y_{0i}(x)]$ у сумі, що мінімізується, зросте настільки, що проблема мінімізації всієї суми зведеться до мінімізації тільки даного найгіршого члена, тобто в остаточному підсумку критерію $y_{0i}(x)$. Це еквівалентно дії мінімаксної моделі (5). Якщо ж відносні частинні критерії далекі від одиниці, тобто ситуація спокійна, то модель (8) діє еквівалентно моделі інтегральної оптимальності (6). У проміжних ситуаціях виходять різні ступені часткового вирівнювання критеріїв.

Показано [3–4], що коли $y_0(x)$, $i = \overline{1,m}$ – безупинні і строго опуклі на паралелепіпеді $\Pi_x = \{x \in E^n \mid a_i \le x_i \le b_i, i = \overline{1,n}\}$ функції, то скалярна згортка за нелінійною схемою компромісів

$$\Phi(x) = \sum_{k=1}^{m} \alpha_k (1 - y_{0k}(x))^{-1}, x \in \Gamma_x,$$

при нормуванні частинних критеріїв за допомогою виразів

$$y_{0i} = \tfrac{y_i(x)}{A_i},\ A_i = \sup_{x \in \Gamma_x} y_i(x);\ i = \overline{1,m}$$

має єдиний мінімум на паралелепіпеді Π_x, тобто є унімодальним. Значить, для частинних критеріїв підбираються строго опуклі функції, щоб задача оптимізації за схемою (8) була безумовною.

Нехай відомо, що серед критеріїв y_k присутні «напружені» $y_н$, але невідомо, які саме. Причина існування «напружених» критеріїв – нерівномірність зміни кожного частинного критерію в процесі оптимізації. Чим швидше змінюється критерій, тим більший ризик його наближення до свого граничного значення. Тоді схема (8) у цій ситуації реалізує дію Чебишевського (мінімаксного оператора) за цим частинним критерієм (чи критеріями). Інші («спокійні») критерії y_c при оптимізації будуть ігноруватися, хоча це не значить, що вони не важливі для розробника, що включив їх у вектор $y(x)$. Через присутність «напружених» критеріїв розв'язок виходить нестійким і незбалансованим через невиконання вимог по інших частинних критеріях і тому незадовільним. Для того, щоб збалансувати процес оптимізації в безумовній задачі (8), необхідно вводити обмеження за «спокійними» критеріями. Якість розв'язку при цьому може бути значно поліпшено, однак задача істотно ускладнюється, оскільки не враховується одне з головних переваг нелінійної схеми компромісів (8) (за умови строгої опуклості $y(x)$) – відсутність обмежень, що уже закладені в її структурі як нормуючий вектор обмежень (4).

Усі частинні критерії рівні між собою для схеми інтегральної оптимальності (6), як говорилося раніше, тільки в спокійній ситуації.

Виходячи з викладеного, можна запропонувати методику побудови вектора $y(x)$, що враховував би як наявність «напружених» частинних критеріїв і адаптацію до поточної ситуації за схемою (8), так і «спокійні», враховуючи властивості схеми (6). Цю схему назвемо методикою адаптивного переходу від напруженої ситуації до спокійної.

На першому етапі використовуємо нелінійну схему компромісів (8) для виявлення серед всіх частинних критеріїв «напружених» $y_н$ і подальшого їх сортування за напруженістю.

На другому етапі зважується задача знаходження оптимального розв'язку x^* за допомогою формули:

$$x^* = \arg\min_{x \in X}\left(\sum_{k=1}^{s_н} \alpha_k [1 - y_k(x)]^{-1} + \sum_{k=1}^{s - s_н} y_{ok}(x)\right);$$
$$\alpha_k \ge 0, \sum_{k=1}^{s} \alpha_k = 1, \qquad (9)$$

де $s_н$ – кількість «напружених» критеріїв.

Тут перша сума адаптується до напруженої ситуації, а друга – збільшує внесок у вектор $y(x)$ звичайних, «спокійних» критеріїв. Як видно, запропонована формула поєднує в собі переваги як нелінійної схеми компромісів (8), так і схеми інтегральної оптимальності (6).

Таким чином, запропоновано два етапи, що входять у схему гнучкої адаптації і вирівнювання частинних критеріїв, що реалізують зведення напруженої ситуації до спокійної.

При чисельній реалізації задач оптимізації за цією схемою не потрібно вводити додаткові обмеження за «спокійними» критеріями, що неминучі при наявності «напружених» критеріїв, тобто задача оптимізації за запропонованою схемою є безумовною, що показали попередні дослідження за допомогою моделювання.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Баранов В.Л., Залогин Н.С., Уруский О.С., Баранов Г.Л., Комаренко Е.Ю.* Квазианалоговые многокритериальные модели оптимизации динамических процессов // Электронное моделирование. – 1996. – Т.18 , № 5. – С. 3–9.
2. Векторная оптимизация динамических систем / А.Н. Воронин, Ю.К. Зиатдинов, О.И. Козлов, В.С. Чабанюк / Под ред. А.Н. Воронина. – К.: Техніка, 1999. – 284 с.
3. *Воронин А.Н.* Многокритериальный синтез динамических систем. – Киев: Наук. думка, 1992. – 160 с.
4. *Воронин А.Н.* Нелинейная схема компромиссов в векторной оптимизации эргодических систем // Кибернетика и вычислительная техника. – 1986. – Вып. 72. – С. 9–13.
5. *Салуквадзе М.Е.* Задачи векторной оптимизации в теории управления. – Тбилиси: Мецниереба, 1975. – 201 с.

ЗАСЯДЬКО Аліна Анатоліївна – кандидат технічних наук, доцент кафедри інформатики Черкаського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- моделювання;
- оптимізація;
- цифрова обробка сигналів;
- некоректні задачі.

E-mail: sagitta@gomail.com.ua

Подано 06.06.2002