УДК 621.396.96

М.В. Коваленко, д.т.н., проф.
Р.М. Ромашко, інж.
Житомирський інженерно технологічний інститут

АНАЛІЗ РАДІОСИГНАЛІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ

В статті розглядаються питання визначення можливостей вейвлет-перетворення. Наводяться результати математичного моделювання процесів вейвлет-перетворення косинусоїдальних сигналів з метою визначення параметрів сигналу, впливу зміни амплітуд сигналу на якість вейвлет-перетворення та роздільної здатності при рівносигнальних та нерівносигнальних випадках.

Проблема різнобічного аналізу радіосигналів стає все більш актуальнішою зі збільшенням числа різноманітних систем та пристроїв зі складною обробкою радіосигналів.

Останнім часом досить широкого поширення отримали методи аналізу радіосигналів із використанням вейвлет-перетворення.

Вейвлет-аналіз виник при обробці записів сейсмодатчиків у нафторозвідці і з самого початку був зорієнтований на локалізацію різномасштабних деталей [1].

Теорію, що виросла з цих ідей, тепер зазвичай називають *теорією неперервного вейвлет-аналізу*. Її основні задачі – це локалізація та класифікація особливих точок сигналу, обчислення різноманітних його характеристик, а також частотно-часовий аналіз нестаціонарних сигналів.

Термін „вейвлет" (дослівний переклад – маленька хвиля) з'явився досить недавно – його ввели Гроссман та Морле в середині 80-х років у зв'язку з аналізом властивостей сейсмічних та акустичних сигналів.

Вейвлети – це математичні функції, що дають змогу аналізувати різноманітні частотні та часові компоненти радіосигналів. Вейвлети вперше були використані при аналізі даних, що надходили із сейсмодатчиків. З їх допомогою досить легко можна аналізувати як неперервні, так і перервні нестаціонарні сигнали. Унікальні властивості вейвлет-перетворення дозволяють сконструювати такий базис, в якому результати аналізу сигналів будуть виражатися лише декількома ненульовими коефіцієнтами. Ця властивість робить вейвлети досить привабливими для стиснення даних, у тому числі аудіо- та відеоінформації (вже сьогодні стиснення даних за допомогою вейвлет-перетворення дає на порядок кращий результат, ніж із використанням методу JPEG).

Вейвлет-перетворення знайшло широке використання в цифровій обробці сигналів, обробці зображень та аналізі даних.

Основним недоліком широкого використання вейвлет-перетворення є відносна громіздкість математичного апарату.

Неперервне вейвлет-перетворення використовується там, де спектр радикально змінюється в часі, а характер цих змін є дуже важливою інформацією. Основним використанням дискретного вейвлет-перетворення є стискання даних та зменшення рівня шумових складових.

Якість вейвлет-перетворення залежить від того, яка функція використана у ролі „материнської вейвлет-функції". Це повинна бути функція, що досить локалізована як у часі, так і за частотою.

Ідея вейвлет-перетворення одномірного сигналу полягає в його розкладі по базису, який сконструйований із функцій, що мають властивості вейвлета шляхом стискання та зсувів. Кожна із функцій цього базису характеризує як означену просторову (часову) частоту, так і її локалізацію у фізичному просторі (часі) [2]. Якщо використовувати загальновідомі терміни, то ідея полягає в тому, щоб роздивитися сигнал спочатку під мікроскопом, потім за допомогою збільшуючого скла, а потім відійти на декілька кроків і подивитися на сигнал зовсім здалеку.

Ця ідея реалізується різними шляхами, але всі вони зводяться до послідовного огрубіння тієї інформації, що дана на початку. Іноді діють навпаки – спочатку сильно огрубляють сигнал, дивляться на ті особливості, котрі ще збереглися, і починають уточнювати їх положення.

Що це нам дає? Можна виявити локальні особливості сигналу та класифікувати їх за інтенсивністю. Наприклад, при обробці зображень досить поширена багатомасштабна локалізація різких кордонів, бо дуже різкі перепади яскравості можна помітити як на малих масштабах, так і на великому масштабі. При рішенні деяких задач їх можна вважати найбільш інформативною частиною і обчислювати з великою точністю, опускаючи все інше.

Вейвлет-перетворення має перевагу над перетворенням Фур'є в тому, що масштаб вікна, у якому аналізується сингал за допомогою вейвлет-перетворення, змінюється (рис. 1) на противагу перетворенню Фур'є, у якого він залишається незмінним на всьому проміжку аналізу (рис. 2) [3].

Порівнюючи рис. 1 та рис. 2, можна помітити, що розмір вікна при перетворенні Фур'є („віконне перетворення Фур'є") залишається незмінним незалежно від положення вікна у часі та за частотою, в той час коли при використанні вейвлет-перетворення розміри вікна змінюються: при аналізі сигналу з низькою частотою розмір вікна розширюється у часі та звужується за частотою, а при аналізі сигналу з високою частотою розмір вікна розширюється за частотою та звужується у часі.

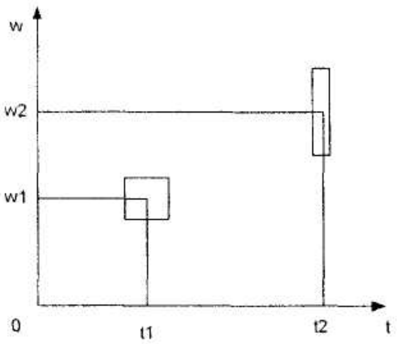

Рис. 1

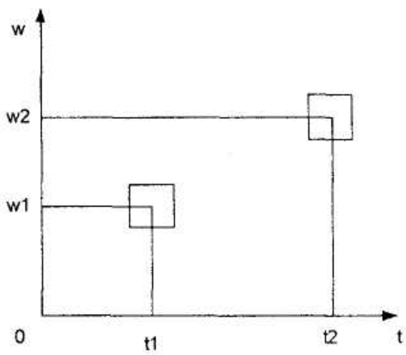

Рис. 2

Одновимірне перетворення Фур'є дає також одновимірну інформацію про відносний вклад (амплітуди) різних часових масштабів (частот).

Результатом вейвлет-перетворення одновимірного ряду є двовимірний масив амплітуд вейвлет-перетворення – значень коефіцієнтів $W(a,b)$. Розподіл цих значень в просторі (a,b) (часовий масштаб, часова локалізація) дає інформацію про еволюцію відносного вкладу компонент різного масштабу у часі та називається спектром коефіцієнтів вейвлет-перетворення, масштабно-часовим спектром (англ. – „time-scale spectrum", або „wavelet spectrum" на відміну від „single spectrum" перетворення Фур'є).

Коефіцієнти вейвлет-перетворення мають у собі комбіновану інформацію про вейвлет, що аналізує, та про сигнал, котрий аналізується. Не дивлячись на це, вейвлет-аналіз дозволяє отримати також і об'єктивну інформацію про сигнал, що аналізується, оскільки деякі властивості вейвлет-перетворення не залежать від вибору вейвлет-функції. Незалежність від аналізатора робить ці прості властивості вейвлет-перетворення досить важливими.

Вейвлет-перетворення в інтегральному вигляді [2]:

$$W(a,b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi^{*}\left(\frac{t-b}{a}\right)dt = \int f(t)\psi^{*}_{ab}\left(\frac{t-b}{a}\right)dt\,. \tag{1}$$

На основі формули (1) було проведено математичне моделювання процесу неперервного вейвлет-перетворення.

Було проведено вейвлет-перетворення косинусоїдального сигналу типу (3) за допомогою різних материнських вейвлет-функцій.

Найбільш інформативним є вейвлет-перетворення із застосуванням у якості материнської вейвлет-функції вейвлета Морле, за рахунок мінімальних побічних сплесків (це стосується лише випадку аналізу косинусоїдального сигналу; для інших сигналів найкращі результати можна отримати із застосуванням інших материнських вейвлет-функцій).

За материнську вейвлет-функцію використаємо вейвлет Морле (2) (рис. 3):

$$\psi(t) = e^{\frac{-t^2}{2}}\cos(5t)\,. \tag{2}$$

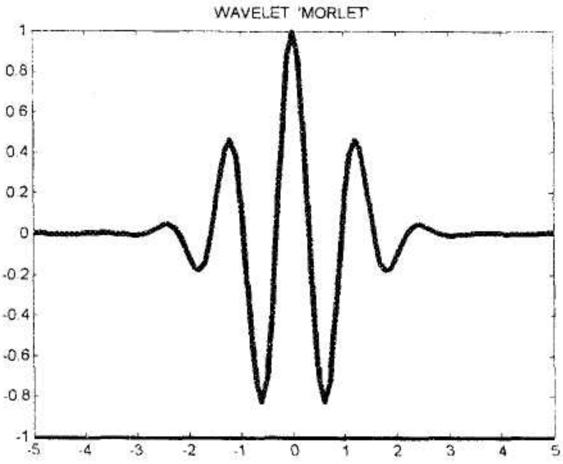

Рис. 3. Материнська вейвлет-функція (вейвлет Морле)

Наведемо деякі результати вейвлет-перетворення косинусоїдального коливання виду:

$$f(t) = A\cos(2\pi ft + \varphi_0) \qquad (3)$$

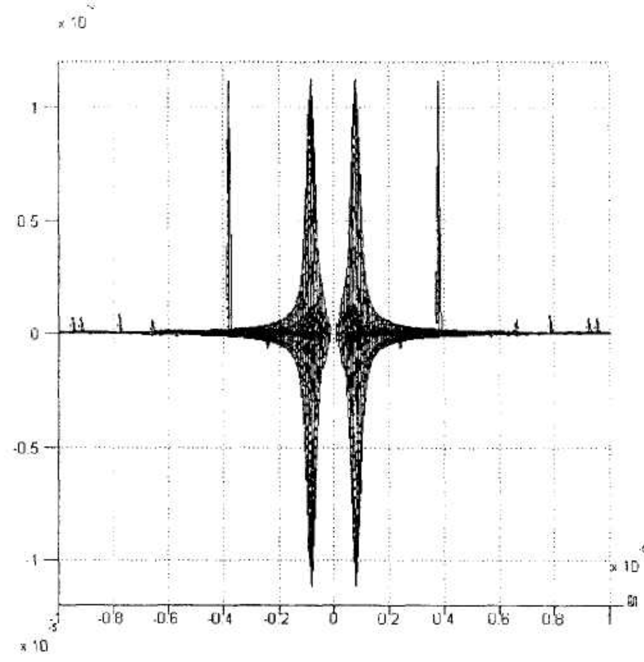

Рис. 4. Проекція вейвлет-перетворення на площину $[W(a,b);a]$

Результати вейвлет-перетворення косинусоїдального сигналу типу (3), де $A=1$, $f=1$ $МГц$, $\varphi_0=0$, наведені на рис. 4. Як видно, екстремуми вейвлет-перетворення розташовані вздовж лінії $0{,}8T$, де $T=1/f$ – період сигналу $f(t)$. Перший екстремум знаходиться на перетині таких ліній: $a=0.8T$ та $b=0$.

Таким чином, використовуючи вейвлет-перетворення із застосуванням такої материнської вейвлет-функції, що дає мінімум бокових пелюсток та випадкових сплесків, можна визначити основні параметри сигналу, а саме значення частоти сигналу або періоду, а також дістати інформацію про початкову фазу, або іншими словами, затримку сигналу.

Проаналізуємо роздільну здатність вейвлет-перетворення при рівносигнальному випадку.

Для математичного моделювання використовувався наступний сигнал:

$$f(t) = A_1\cos(2\pi f_1 + \varphi_1) + A_2\cos(2\pi f_2 + \varphi_2)\,. \qquad (4)$$

На рис. 5 наведено проекцію вейвлет-перетворення на площину $[W(a,b);a]$ сигналу типу (4) з наступними параметрами: $A_1 = A_2 = 1$, $f_1 = 1$ МГц, $f_2 = 0.5$ МГц, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$.

Вейвлет-перетворення проводилось для наступних значень параметрів a та b: від $-1*10^{-5}$ до $1*10^{-5}$ з інтервалом $1*10^{-7}$.

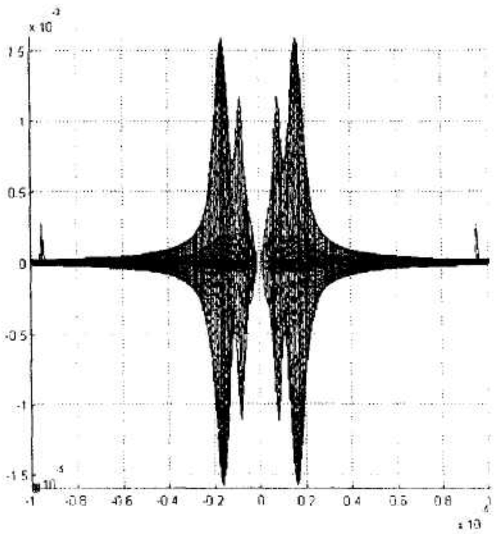

Рис. 5. Проекція вейвлет-перетворення на площину $[W(a,b);a]$

Аналізуючи рис. 5, можна сказати, що чітко видно два екстремуми, які відповідають двом частотам сигналу (4) $f_1 = 1$ МГц та $f_2 = 0.5$ МГц.

На рис. 6 наведено проекцію вейвлет-перетворення на площину $[W(a,b);a]$ сигналу типу (4) з наступними параметрами: $A_1 = A_2 = 1$, $f_1 = 1$ МГц, $f_2 = 0.6$ МГц, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$.

Значення параметрів a та b залишалися при цьому незмінними.

Ті ж два екстремуми, які відповідають вже частотам $f_1 = 1$ МГц, $f_2 = 0.6$ МГц, ще можна розрізнити, але задача по розрізненню цих двох сигналів вже стає дещо ускладненою.

На рис. 7 наведено проекцію вейвлет-перетворення на площину $[W(a,b);a]$ сигналу типу (4) з наступними параметрами: $A_1 = A_2 = 1$, $f_1 = 1$ МГц, $f_2 = 0.7$ МГц, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$, параметри a та b такі ж самі.

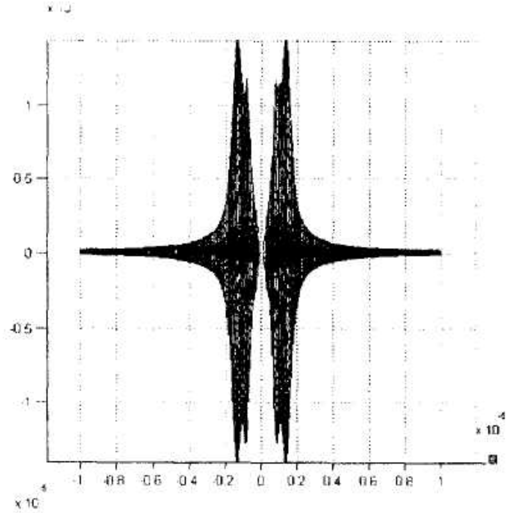

Рис. 6. Проекція вейвлет-перетворення на площину $[W(a,b);a]$

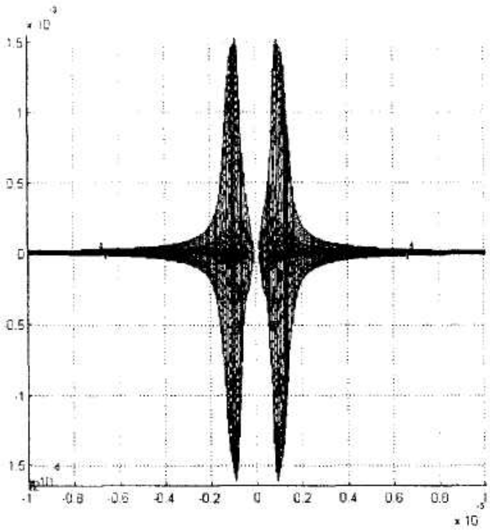

Рис. 7. Проекція вейвлет-перетворення на площину $[W(a,b);a]$

Аналізуючи рис. 7, можна сказати, що чітких меж між вейвлет-образами сигналів, які аналізувалися, немає. Отже, такі два сигнали розрізнити вже неможливо.

Виходячи з вищесказаного, робимо висновок, що роздільна здатність при таких параметрах проведення вейвлет-перетворення лежить в межах 0.4 МГц, що є досить низьким значенням.

Таким чином, було проаналізовано рівносигнальну роздільну здатність вейвлет-перетворення сигналу типу (4).

Тепер проаналізуємо роздільну здатність для нерівносигнального випадку вейвлет-перетворення сигналу типу (4).

Тип сигналу, що аналізується, залишається незмінним (4).

На рис. 8 представлено вейвлет-образ сигналу типу (4) з наступними параметрами: $A_1 = 1$, $A_2 = 0.5$, $f_1 = 1$ МГц, $f_2 = 0.5$ МГц, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$.

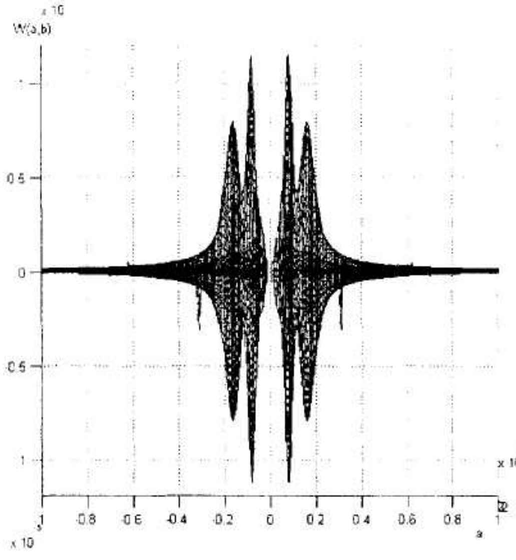

Рис. 8. Проекція вейвлет-перетворення на площину $[W(a,b);a]$

Проводячи порівняльний аналіз рис. 5 та рис. 8, можна сказати, що у випадку різних амплітуд сигналу дещо покращується роздільна здатність вейвлет-перетворення. Як бачимо, на рис. 8 досить чітко видно два екстремуми, за якими можна виділити два сигнали з частотами $f_1 = 1$ МГц, $f_2 = 0.5$ МГц.

На рис. 9 наведено результат вейвлет-перетворення сигналу типу (4) з наступними параметрами: $A_1 = 1$, $A_2 = 0.5$, $f_1 = 1$ МГц, $f_2 = 0.7$ МГц, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$, параметри a та b такі ж самі.

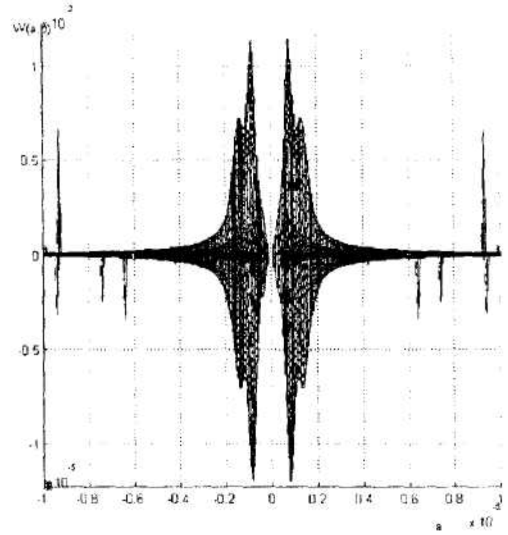

Рис. 9. Проекція вейвлет-перетворення на площину $[W(a,b);a]$

Аналізуючи рис. 9, можна сказати, що роздільна здатність у такому випадку покращилась і тепер становить 0.3 МГц.

Проведемо аналіз впливу амплітуди сигналу на якісну картину вейвлет-образу.

Проведемо аналіз сигналу типу (3) при двох значення амплітуди А = 1 та А = 0.5.

На рис. 4 вже наведено результат для значення амплітуди А = 1, $f = 1$ $МГц$, $\varphi_0 = 0$.

На рис. 10 наведено результат вейвлет-перетворення сигналу типу (3) з амплітудою А = 0.5 при незмінних всіх інших параметрах, тобто $f = 1$ $МГц$, $\varphi_0 = 0$.

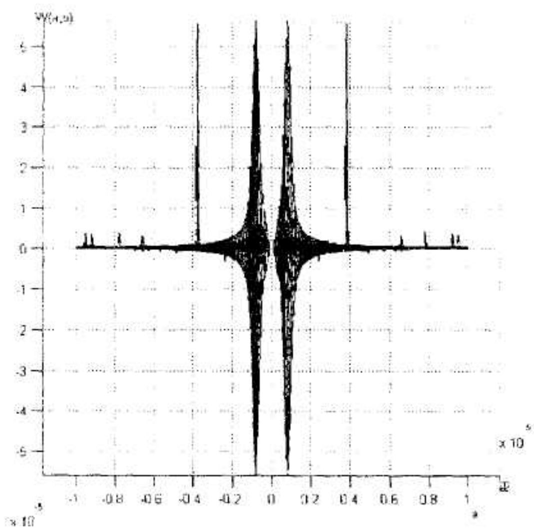

Рис. 10. Проекція вейвлет-перетворення на площину $[W(a,b);a]$

З порівняльного аналізу рис. 4 та рис. 10 видно, що чіткий сплеск та й сам вейвлет-образ не змінилися, за винятком амплітуди вейвлет-коефіцієнтів. При зміні амплітуди сигналу у два рази амплітуда вейвлет-коефіцієнтів змінилась абсолютно пропорційно, тобто також у два рази.

Таким чином, робимо висновок, що за допомогою вейвлет-перетворення можна отримувати відомості про наступні параметри сигналу: частота або період сигналу та початкова фаза сигналу або затримка сигналу (оскільки всі екстремуми на рис. 3–10 знаходяться на лінії $b = 0$, що відповідає початковій фазі, рівній нулю). Також є можливість розрізняти два сигнали як при рівносигнальному, так і при нерівносигнальному випадках суми двох синусоїд, причому при нерівносигнальному випадку роздільна здатність дещо вища. При аналізі впливу зміни амплітуди (потужності) сигналу робимо висновок, що амплітуда вейвлет-коефіцієнтів змінюється пропорційно до зміни амплітуди вхідного сигналу. На якісну картину вейвлет-перетворення двох косинусоїдальних сигналів зміна амплітуд не впливає жодним чином.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Левкович-Маслюк Л.* Дайджест вейвлет-анализа в двух формулах и 22 рисунках // КомпьюТерра № 8 (236), 1998.
2. *Астафьева Н.М.* Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук, № 11, 1996.
3. *Горьев Г.С.* Частотно-временной анализ и Wavelet-преобразование // Сборник докладов 5-й Международной научно-технической конференции «Достижения в телекоммуникациях за 10 лет независимости Украины», часть 2, Харьков, 2001 – С. 68–71.

КОВАЛЕНКО Микола Вікторович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри радіотехніки Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

– пристрої НВЧ та антени;

– радіотехнічні системи.

РОМАШКО Роман Михайлович – інженер кафедри радіотехніки Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

– обробка сигналів.

Подано 13.08.2002