АЛГОРИТМИ І АПАРАТУРА ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ

УДК 621.396.96

В.Л. Баранов, д.т.н., проф.
С.В. Водоп'ян, к.т.н., нач. відділу
В.В. Умінський, ад'юнкт
Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова

РОЗРОБКА АЛГОРИТМУ ОЦІНКИ ГАРМОНІЧНОГО СИГНАЛУ НА ОСНОВІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

Розроблено алгоритм оцінки амплітуди гармонічного сигналу з використанням фільтра Калмана на основі диференціальних перетворень, який дозволяє проводити оцінку в реальному часі.

Вступ

В складі силового слідкуючого приводу (ССП) знаходяться датчики, які характеризують поточне положення валу опорно-поворотного механізму. Найбільш поширеними є електромеханічні, побудовані на основі синусно-косинусного обертового трансформатора (СКОТ) [1]. В них інформація про положення валу знаходиться в амплітуді синусного та косинусного сигналів. Тому від точності визначення амплітуди цих сигналів буде залежить і точність оцінки положення валу опорно-поворотного механізму.

На вихідні сигнали СКОТ діють різноманітні перешкоди, які викривляють амплітуду корисного сигналу. Тому пропонується в склад ССП ввести оптимальний нестаціонарний лінійний фільтр для оцінки амплітуди вихідних сигналів СКОТ.

Постановка задачі

Вихідними сигналами СКОТ є синусний та косинусний сигнали, пропорційні куту повороту вала, з відомою частотою та початковою фазою і невідомою амплітудою. Такі сигнали описуються диференціальним рівнянням другого порядку:

$$\ddot{x}(t) = -Ax(t) + q(t),\ x(t_0) = x_0,\ A \geq 0\ , \tag{1}$$

або двома диференціальними рівняннями першого порядку:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = -Ax_1(t) + q(t), \end{cases} \tag{1*}$$

де $q(t)$ – стаціонарний гауссівський білий шум з нульовим математичним очікуванням та постійною інтенсивністю $Q = \sigma_q^2$;

$x_1(t), x_2(t)$ – амплітуда вихідного сигналу СКОТ та швидкість її зміни відповідно.

При цьому на амплітуду сигналу $x_1(t)$ діє перешкода $\vartheta_1(t)$, тобто рівняння спостереження має вигляд:

$$\begin{cases} z_1(t) = x_1(t) + \vartheta_1(t), \\ z_2(t) = x_2(t), \end{cases} \tag{2}$$

де $\vartheta_1(t)$ – стаціонарний гауссівський білий шум з нульовим математичним очікуванням та постійною інтенсивністю $R = \sigma_{\vartheta_1}^2$.

Крім того, відомо, що випадкові процеси $q(t)$ та $\vartheta_1(t)$ некорельовані, тобто

$$M\{q(t)\vartheta'(\tau)\} = 0\ .$$

Необхідно синтезувати алгоритм оцінки амплітуди вихідного сигналу СКОТ на основі калманівської фільтрації з використанням математичного апарату диференціальних перетворень академіка Г.Є. Пухова.

Розробка алгоритму

Згідно з розробленою методикою синтезу оптимального нестаціонарного лінійного фільтра Калмана на основі диференціальних перетворень визначимо спочатку матриці, які характеризують динаміку процесу та об'єкта оцінювання:

$$\mathbf{F}=\begin{vmatrix}0 & 1\\ -A & 0\end{vmatrix};\ \mathbf{G}=\begin{vmatrix}0\\ 1\end{vmatrix};\ \mathbf{H}=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{vmatrix};\ \mathbf{Q}=\left\|\sigma_q^2\right\|;\ \mathbf{R}=\left\|\sigma_{\vartheta_1}^2\right\|;\ \boldsymbol{\eta}(t_0)=\begin{vmatrix}\sigma_{x_1}^2 & 0\\ 0 & \sigma_{x_2}^2\end{vmatrix}, \tag{3}$$

де $\mathbf{F}(t)$ – матриця стану;

$\mathbf{G}(t)$ – матриця управління.

$\mathbf{H}(t)$ – матриця спостереження;

$\mathbf{Q}(t)$ – матриця інтенсивності похибок спостереження;

$\mathbf{R}(t)$ – матриця інтенсивності похибок вимірювання;

$\boldsymbol{\eta}(t_0)$ – початкова коваріаційна матриця похибок фільтрації.

З урахуванням (3) алгоритм калманівської фільтрації [2] буде мати вигляд:

$$\begin{cases}\dot{\hat{x}}_1=\hat{x}_2+K_{11}(z_1-\hat{x}_1)+K_{12}(z_2-\hat{x}_2),\\ \dot{\hat{x}}_2=-A\hat{x}_1+K_{21}(z_1-\hat{x}_1)+K_{22}(z_2-\hat{x}_2),\end{cases} \tag{4}$$

$$\mathbf{K}(t)=\begin{vmatrix}\dfrac{\eta_{11}(t)}{\sigma_{\vartheta_1}^2} & \dfrac{\eta_{12}(t)}{\sigma_{\vartheta_1}^2}\\ \dfrac{\eta_{21}(t)}{\sigma_{\vartheta_1}^2} & \dfrac{\eta_{22}(t)}{\sigma_{\vartheta_1}^2}\end{vmatrix}, \tag{5}$$

$$\begin{cases}\dot{\eta}_{11}=2\eta_{21}-\dfrac{1}{\sigma_{\vartheta_1}^2}\left(\eta_{11}^2+\eta_{21}^2\right),\\ \dot{\eta}_{12}=\dot{\eta}_{21}=\eta_{22}-A\eta_{11}-\dfrac{\eta_{21}}{\sigma_{\vartheta_1}^2}\left(\eta_{11}+\eta_{22}\right),\\ \dot{\eta}_{22}=-2A\eta_{21}-\dfrac{1}{\sigma_{\vartheta_1}^2}\left(\eta_{21}^2+\eta_{22}^2\right)+\sigma_q^2,\end{cases} \tag{6}$$

де $\hat{x}_1, \hat{x}_2$ – оцінені значення амплітуди та швидкості її змінення відповідно;

$\mathbf{K}(t)$ – матричний коефіцієнт підсилення.

Враховуючи правила диференціальних перетворень академіка Г.Є. Пухова [3], система нелінійних диференціальних рівнянь (6) буде перетворена до вигляду:

$$\begin{cases}\eta_{11}(k+1)=\dfrac{H}{k+1}\left[2\eta_{21}(k)-\dfrac{1}{\sigma_{\vartheta_1}^2}\left(\sum\limits_{l=0}^{k}\eta_{11}(k-l)\eta_{11}(l)+\sum\limits_{l=0}^{k}\eta_{21}(k-l)\eta_{21}(l)\right)\right],\\ \eta_{21}(k+1)=\dfrac{H}{k+1}\left[\eta_{22}(k)-A\eta_{11}(k)-\dfrac{1}{\sigma_{\vartheta_1}^2}\left(\sum\limits_{l=0}^{k}\eta_{21}(k-l)\eta_{11}(l)+\sum\limits_{l=0}^{k}\eta_{21}(k-l)\eta_{22}(l)\right)\right],\\ \eta_{22}(k+1)=\dfrac{H}{k+1}\left[-2A\eta_{21}(k)-\dfrac{1}{\sigma_{\vartheta_1}^2}\left(\sum\limits_{l=0}^{k}\eta_{21}(k-l)\eta_{21}(l)+\sum\limits_{l=0}^{k}\eta_{22}(k-l)\eta_{22}(l)\right)+\sigma_q^2\text{ъ}(k)\right],\end{cases} \tag{7}$$

де $\eta(k)$ – дискретний диференціальний спектр функції $\eta(t)$;

$\text{ъ}(k)=\begin{cases}1, & \textit{якщо}\quad k=0\\ 0, & \textit{якщо}\quad k\geq 1\end{cases}$ – тейлорівська одиниця або теда;

H – параметр диференціального перетворення;

$k=0,1,2,3,\ldots$ – номер дискрети.

За допомогою диференціальних перетворень нетейлорівського типу [3] отримаємо розв'язок системи (6) у вигляді дрібно-раціональної функції:

$$\begin{cases}\eta_{11}(t)=\dfrac{m_{01}+m_{11}\tau+m_{21}\tau^2}{1+n_{11}\tau+n_{21}\tau^2},\\ \eta_{12}(t)=\eta_{21}(t)=\dfrac{m_{02}+m_{12}\tau+m_{22}\tau^2}{1+n_{12}\tau+n_{22}\tau^2},\\ \eta_{22}(t)=\dfrac{m_{03}+m_{13}\tau+m_{23}\tau^2}{1+n_{13}\tau+n_{23}\tau^2},\end{cases} \tag{8}$$

де $\tau = \frac{t}{H}$ – відносний аргумент;

m_{ij}, n_{ij} – невідомі коефіцієнти, які легко визначити з системи лінійних алгебраїчних рівнянь [3], використовуючи відомі дискети диференціального спектра.

Структура фільтра, який відповідає системі рівнянь (4), представлена на рис. 1.

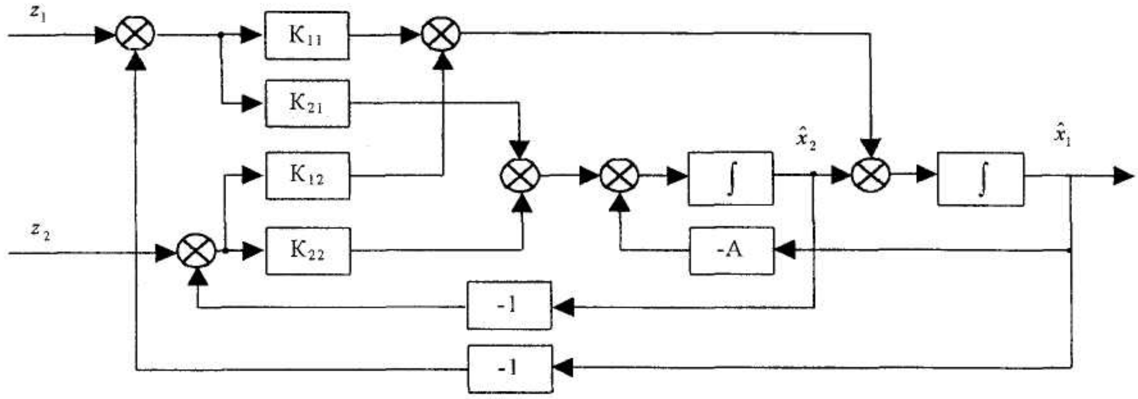

Рис. 1

Висновки

Рівняння (4), (5), (8) є алгоритмом оцінки гармонічного сигналу на основі диференціальних перетворень, який дозволяє оцінювати амплітуду вихідного сигналу СКОТ з високою точністю, що, в свою чергу, дозволяє з високою точністю визначити положення валу опорно-поворотного механізму. Алгоритм має невисоку обчислювальну складність, тому дозволяє проводити оцінку в реальному часі.

Отримані результати перевірені моделюванням на ПЕОМ.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Вульвет Дж.* Датчики в цифровых системах / Пер. с англ. под ред. А.С. Яроменка. – М.: Энергоиздат, 1981. – 200 с.
2. *Сейдж Э., Мелс Дж.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлениии / Пер. с англ. под ред. проф. Б.Р. Левина. – М.: Связь, 1976. – 496 с.
3. *Пухов Г.Е.* Дифференциальные спектры и модели. – К.: Наук. думка, 1990. – 184 с.

БАРАНОВ Володимир Леонідович – заслужений діяч науки і техніки України, доктор технічних наук, старший науковий співробітник, професор кафедри Житомирського військового орденів Жовтневої Революції і Червоного Прапора інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:
- моделювання;
- оптимізація;
- управління;
- диференційні перетворення.

ВОДОП'ЯН Сергій Васильович – кандидат технічних наук, начальник відділу наукового центру Житомирського військового орденів Жовтневої Революції і Червоного Прапора інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:
- алгоритми автоматичних систем управління та оцінювання.

УМІНСЬКИЙ Володимир Вікторович – ад'юнкт Житомирського військового орденів Жовтневої Революції і Червоного Прапора інституту радіоелектроніки ім С.П. Корольова.

Наукові інтереси:
- алгоритми автоматичних систем управління та оцінювання.

Подано 25.09.2002