

С.М. Іщеняков, к.т.н., доц.  
Т.П. Каюк, інж.

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

## ВЗАЄМОКOREЛЯЦІЙНІ ВЛАСТИВОСТІ АНСАМБЛІВ БАГАТОРІВНЕВИХ М-ПОСЛІДОВНОСТЕЙ

У роботі проведено порівняльний аналіз взаємокореляційних властивостей дворівневої та багаторівневих, близьких за довжиною кодового слова, М-послідовностей. У результаті проведеного моделювання показана теоретична можливість застосування поряд із дворівневими – багаторівневих М-послідовностей для збільшення кількості абонентів в асинхронних адресних системах зв'язку без нарощення довжини кодового слова за рахунок погіршення кореляційних властивостей сигналів. У результаті усунення кількох найбільш неприйнятних фаз у ансамблі багаторівневих кодів вдається покращити взаємокореляційні властивості, що робить можливим практичне використання такого роду послідовностей для збільшення кількості абонентів в каналах зв'язку.

Кількість абонентів сучасних асинхронних адресних систем зв'язку з кодовим розділенням визначається ансамблем кодових послідовностей із завданими взаємокореляційними властивостями. Об'єм ансамблю бінарних лінійних рекурентних послідовностей максимальної довжини (М-послідовностей), що мають найкращі взаємокореляційні властивості і є найбільш поширеними в системах зв'язку із кодовим розділенням, згідно з функцією Ейлера збільшується при зростанні довжини послідовності. Втім, збільшення довжини кодової послідовності призводить до небажаного зменшення швидкості передавання даних. Одним із шляхів вирішення проблеми збільшення кількості абонентів при збереженні швидкості передавання даних за рахунок зменшення рівня завадостійкості є розширення ансамблю послідовностями приблизно однакової довжини па основі кодів Лежандра, Якобі та іншими, що мають гірші взаємокореляційні властивості у порівнянні з М-послідовностями.

Для збільшення кількості абонентів в асинхронних адресних системах зв'язку без збільшення довжини інформаційного повідомлення запропонованій метод кодового розділення абонентів із використанням багаторівневих М-послідовностей.

В роботі дослідженні взаємокореляційні властивості М-послідовностей з основами 2, 5, 11 приблизно однакової довжини ( $2^7 - 1 = 127$ ,  $5^3 - 1 = 124$ ,  $11^2 - 1 = 120$ ).

Необхідно зауважити, що зазначені дослідження стали доступними саме зараз в силу можливості реалізації доволі складних обчислень та задіяння спеціальних апаратних засобів, практична реалізація яких ще кілька років тому була проблематичною через великі їх габарити та значні матеріальні витрати.

Зокрема, для порівняння властивостей бінарних кодових послідовностей при передаванні інформації з обмеженою кількістю каналів проведено дослідження їх взаємокореляційної та автокореляційної функцій. На рис. 1 наведені максимальні (найгірші) значення коефіцієнтів взаємокореляції для всіх можливих пар з ансамблю 18 М-послідовностей довжиною  $L = 2^7 - 1 = 127$ . Можна зробити висновок, що кількість абонентів для обраної кодової послідовності рівна 18 при найгіршому коефіцієнти взаємокореляції 0,58.

Для збільшення кількості абонентів в асинхронних адресних системах зв'язку для кодового розділення проаналізуємо взаємокореляційні властивості багаторівневої М-послідовності з основою  $r = 5$  та довжиною кодової послідовності  $L = 5^3 - 1 = 124$ .

На рис. 2 подані максимальні значення коефіцієнтів взаємокореляції всіх можливих пар з ансамблю 20 М-послідовностей довжиною  $L = 5^3 - 1 = 124$ . Проте, для визначення реальних коефіцієнтів взаємокореляції між кодовими послідовностями абонентів асинхронної адресної системи необхідно визначити взаємокореляційні властивості всіх пар М-послідовностей довжинами відповідно  $L = 2^7 - 1 = 127$  та  $L = 5^3 - 1 = 124$ . Коефіцієнти взаємокореляції визначались після зрівноваження довжин ( $124 \gg 127$ ) і амплітуд бінарних та багаторівневих (0, 1  $\gg$  0, 1, 2, 3, 4) М-послідовностей. На рис. 3 та в табл. 1 представлена максимальні значення коефіцієнтів взаємокореляції, що знаходяться в межах 0,75–0,92 для 38 кодових послідовностей.

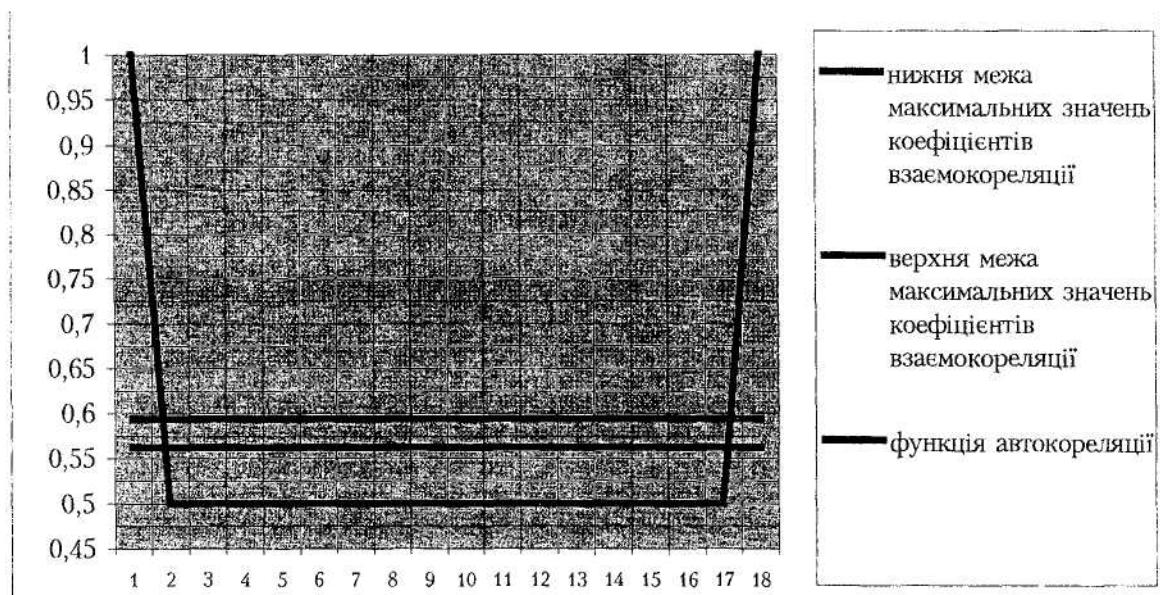


Рис. 1. Діапазон максимальних значень коефіцієнтів взаємокореляції  
18 бінарних M-послідовностей довжиною  $L = 2^7 - 1$

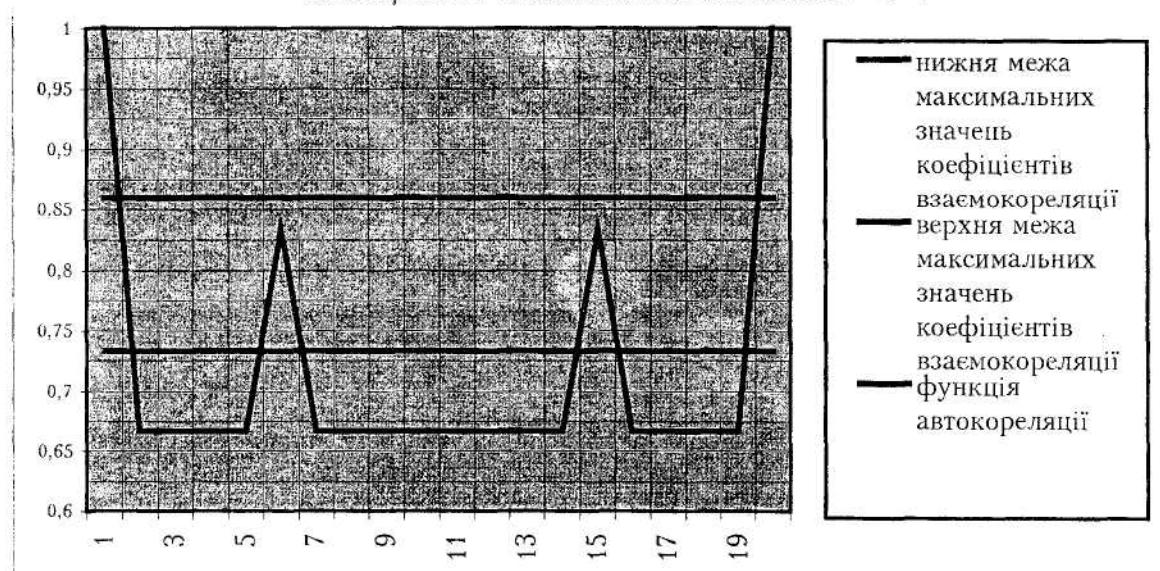


Рис. 2. Діапазон максимальних значень коефіцієнтів взаємокореляції  
20 M-послідовностей довжиною  $L = 5^3 - 1$

Для покращення взаємокореляційних властивостей M-послідовностей з основами  $p = 2$  та  $p = 5$  можливим є відкидання (ігнорування) певних фаз утворюючих багаточленів із максимальними значеннями коефіцієнтів взаємокореляції. У результаті коректування таблиці 1 максимальне значення коефіцієнта взаємокореляції зменшено до 0,86 із задіянням 34 абонентських каналів.

З метою більш детального аналізу методики розділення багаторівневих та бінарних сигналів використаємо також багаторівневу M-послідовність довжиною  $L = 11^2 - 1 = 120$ .

Задіяння ансамблю 16 M-послідовностей довжиною  $L = 11^2 - 1 = 120$  (діапазон максимальних значень коефіцієнтів взаємокореляції подано на рис. 4) теоретично призведе до розширення кількості абонентів до 54. Проте, для визначення реальних взаємокореляційних властивостей кодових послідовностей після відповідного зрівноваження довжин та амплітуд необхідний аналіз коефіцієнтів взаємокореляції всіх пар M-послідовностей довжинами  $L = 2^7 - 1 = 127$ ,  $L = 5^3 - 1 = 124$ ,  $L = 11^2 - 1 = 120$  (рис. 5, 6).

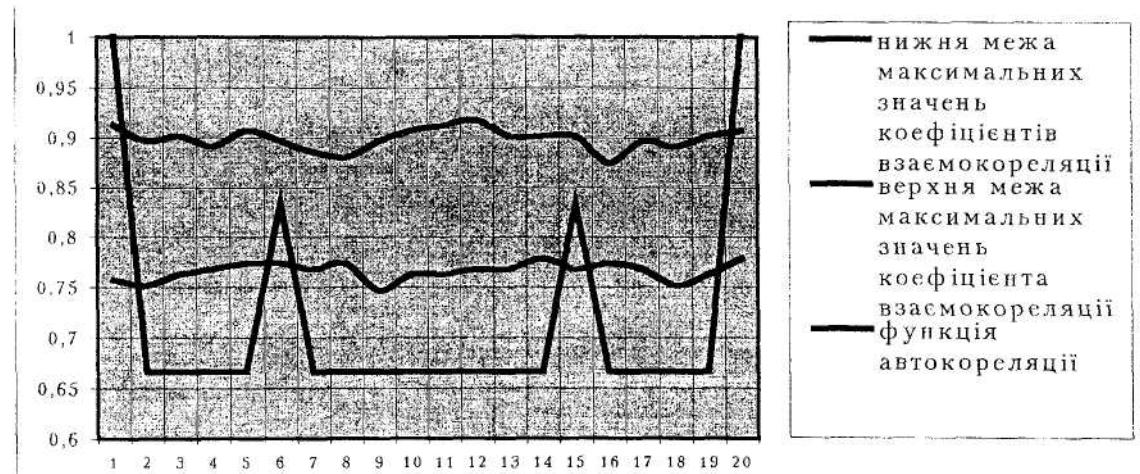


Рис. 3. Діапазон максимальних значень коефіцієнтів взаємокореляції 18 бінарних  $M$ -послідовностей довжиною  $L = 2^7 - 1$  та 20  $M$ -послідовностей довжиною  $L = 5^3 - 1+3$

Таблиця 1

Таблиця максимальних значень коефіцієнтів взаємокореляції 18 бінарних  $M$ -послідовностей довжиною  $L = 2^7 - 1$  та 20  $M$ -послідовностей довжиною  $L = 5^3 - 1+3$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0,91	0,85	0,75	0,81	0,82	0,88	0,79	0,87	0,78	0,81	0,81	0,86	0,76	0,75	0,85	0,81	0,81	0,81
2	0,87	0,82	0,75	0,82	0,8	0,88	0,82	0,89	0,79	0,84	0,78	0,86	0,76	0,8	0,82	0,77	0,77	0,77
3	0,90	0,83	0,76	0,83	0,80	0,90	0,78	0,87	0,81	0,85	0,76	0,83	0,78	0,78	0,81	0,78	0,78	0,78
4	0,89	0,81	0,77	0,79	0,82	0,86	0,83	0,86	0,77	0,83	0,79	0,86	0,76	0,78	0,82	0,77	0,77	0,77
5	0,90	0,82	0,77	0,82	0,83	0,86	0,80	0,88	0,80	0,87	0,78	0,90	0,78	0,77	0,82	0,78	0,78	0,78
6	0,89	0,83	0,79	0,81	0,82	0,84	0,80	0,88	0,77	0,82	0,78	0,83	0,79	0,78	0,8	0,8	0,8	0,8
7	0,88	0,82	0,77	0,8	0,83	0,84	0,79	0,87	0,80	0,81	0,76	0,85	0,77	0,78	0,81	0,79	0,79	0,79
8	0,88	0,86	0,79	0,81	0,80	0,85	0,81	0,8	0,83	0,86	0,77	0,86	0,77	0,77	0,80	0,78	0,78	0,78
9	0,89	0,80	0,76	0,85	0,81	0,87	0,81	0,85	0,79	0,84	0,78	0,85	0,77	0,74	0,81	0,83	0,83	0,83
10	0,90	0,79	0,76	0,80	0,80	0,84	0,81	0,85	0,79	0,82	0,77	0,88	0,76	0,76	0,82	0,77	0,77	0,77
11	0,91	0,84	0,76	0,83	0,85	0,88	0,81	0,85	0,81	0,82	0,81	0,90	0,76	0,76	0,81	0,76	0,76	0,76
12	0,91	0,83	0,76	0,80	0,81	0,83	0,80	0,88	0,77	0,83	0,78	0,86	0,77	0,81	0,84	0,83	0,83	0,83
13	0,90	0,82	0,76	0,80	0,8	0,85	0,80	0,88	0,79	0,82	0,78	0,87	0,78	0,78	0,83	0,84	0,84	0,84
14	0,90	0,81	0,77	0,82	0,78	0,85	0,80	0,86	0,79	0,83	0,78	0,84	0,78	0,78	0,83	0,80	0,80	0,80
15	0,90	0,84	0,76	0,78	0,8	0,85	0,80	0,86	0,79	0,82	0,78	0,85	0,83	0,76	0,84	0,78	0,78	0,78
16	0,87	0,82	0,77	0,83	0,81	0,84	0,81	0,90	0,77	0,83	0,77	0,84	0,78	0,77	0,81	0,77	0,77	0,77
17	0,89	0,88	0,76	0,81	0,80	0,91	0,81	0,85	0,8	0,85	0,78	0,83	0,75	0,8	0,83	0,79	0,79	0,79
18	0,89	0,80	0,75	0,81	0,82	0,85	0,8	0,86	0,82	0,82	0,76	0,85	0,76	0,76	0,83	0,79	0,79	0,79
19	0,90	0,84	0,76	0,82	0,81	0,85	0,8	0,89	0,80	0,86	0,78	0,85	0,78	0,81	0,83	0,77	0,77	0,77
20	0,90	0,84	0,77	0,8	0,83	0,85	0,8	0,91	0,83	0,82	0,77	0,84	0,76	0,77	0,82	0,77	0,77	0,77

Як бачимо з вищезгаданих результатів (табл. 2 та рис. 4, 6) для можливості задіяння в одному каналі зв'язку кодових послідовностей з різними основами та степенями існує необхідність зменшення коефіцієнтів взаємокореляції ансамблів  $M$ -послідовностей. Цей результат досягається як і в попередньому випадку шляхом відкидання фаз утворюючих поліномів з найбільшими значеннями коефіцієнтів взаємокореляції.

Таблиця 2

Таблиця максимальних значень коефіцієнтів взаємокореляції 18 бінарних  $M$ -послідовностей довжиною  $L = 2^7 - 1$  та 16  $M$ -послідовностей довжиною  $L = 11^2 - 1+4$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0,86	0,86	0,87	0,90	0,88	0,89	0,88	0,90	0,87	0,87	0,90	0,85	0,88	0,87	0,87	0,91
2	0,91	0,89	0,92	0,9	0,87	0,87	0,89	0,90	0,97	0,87	0,9	0,89	0,87	0,90	0,87	0,86
3	0,89	0,87	0,90	0,90	0,86	0,88	0,88	0,89	0,89	0,87	0,87	0,88	0,94	0,9	0,87	0,89
4	0,88	0,86	0,87	0,89	0,91	0,89	0,91	0,90	0,84	0,87	0,88	0,84	0,98	0,90	0,87	0,90
5	0,88	0,88	0,88	0,89	0,86	0,86	0,89	0,90	0,86	0,88	0,87	0,86	0,91	0,87	0,90	0,89
6	0,87	0,86	0,88	0,88	0,9	0,87	0,88	0,91	0,86	0,87	0,87	0,85	0,90	0,90	0,89	0,88
7	0,89	0,87	0,95	0,88	0,89	0,86	0,89	0,89	0,86	0,86	0,87	0,87	0,89	0,90	0,89	0,87
8	0,88	0,88	0,87	0,87	0,86	0,88	0,89	0,86	0,87	0,90	0,86	0,87	0,90	0,89	0,89	0,86
9	0,86	0,86	0,88	0,91	0,89	0,88	0,90	0,90	0,87	0,88	0,9	0,87	0,89	0,87	0,9	0,9
10	0,87	0,88	0,89	0,90	0,87	0,90	0,87	0,89	0,86	0,88	0,87	0,90	0,88	0,91	0,89	0,86

## Закінчення таблиці 2

11	0,89	0,87	0,88	0,87	0,88	0,89	0,88	0,86	0,86	0,90	0,89	0,87	0,89	0,94	0,86	0,88
12	0,86	0,86	0,91	0,88	0,85	0,87	0,9	0,89	0,86	0,86	0,89	0,86	0,89	0,89	0,9	0,89
13	0,88	0,88	0,89	0,87	0,92	0,8	0,90	0,88	0,87	0,88	0,88	0,86	0,89	0,89	0,87	0,88
14	0,86	0,90	0,88	0,87	0,87	0,88	0,88	0,87	0,87	0,88	0,88	0,86	0,88	0,90	0,88	0,89
15	0,85	0,85	0,88	0,93	0,87	0,88	0,89	0,88	0,87	0,87	0,88	0,90	0,88	0,89	0,87	0,86
16	0,86	0,87	0,86	0,89	0,89	0,90	0,91	0,88	0,89	0,86	0,88	0,85	0,90	0,90	0,88	0,88
17	0,88	0,87	0,89	0,89	0,88	0,93	0,87	0,86	0,86	0,86	0,87	0,85	0,9	0,89	0,88	0,90
18	0,88	0,9	0,92	0,89	0,85	0,91	0,89	0,87	0,85	0,88	0,86	0,88	0,88	0,92	0,88	0,89

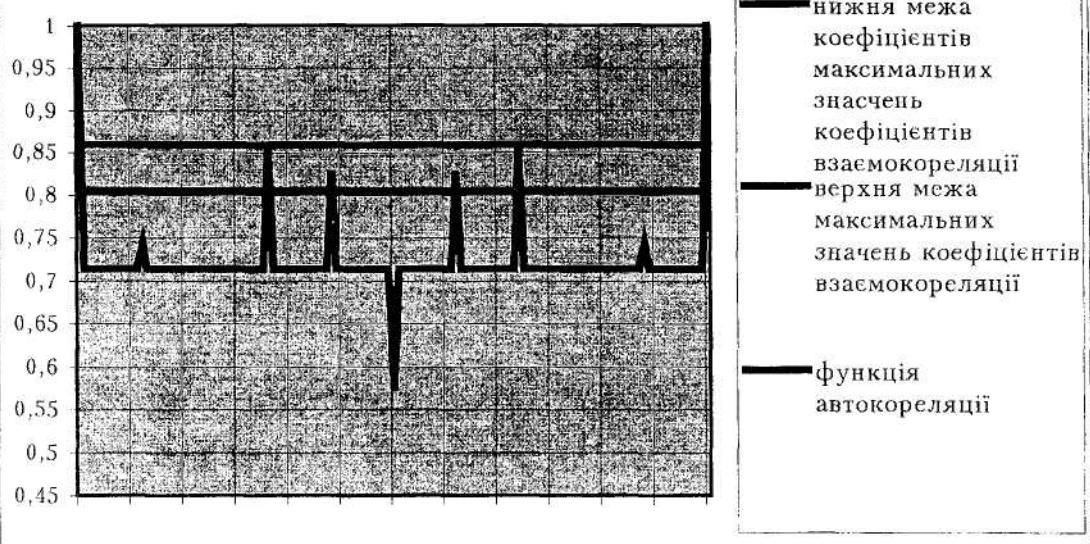


Рис. 4. Діапазон максимальних значень коефіцієнтів взаємокореляції 16 M-послідовностей довжиною  $L = 11^2 - 1$

При використанні трьох типів поліномів коефіцієнт кореляції для найгіршого випадку (таблиця 2, рис. 6) з урахуванням відкинутих фаз (в таблиці 2 викинено рядки 7 та 14 та стовпчики 3 та 13) (рис. 7) буде на рівні 0,94 (без врахування – 0,97). При цьому, довжина кодового слова (за початкових умов рівна 127) зменшиться до рівня 123–120 в залежності від системи відкидання окремих фаз M-послідовностей.



Рис. 5. Діапазон максимальних значень коефіцієнтів взаємокореляції 18 бінарних M-послідовностей довжиною  $L = 2^7 - 1$  та 16 M-послідовностей довжиною  $L = 11^2 - 1 + 4$

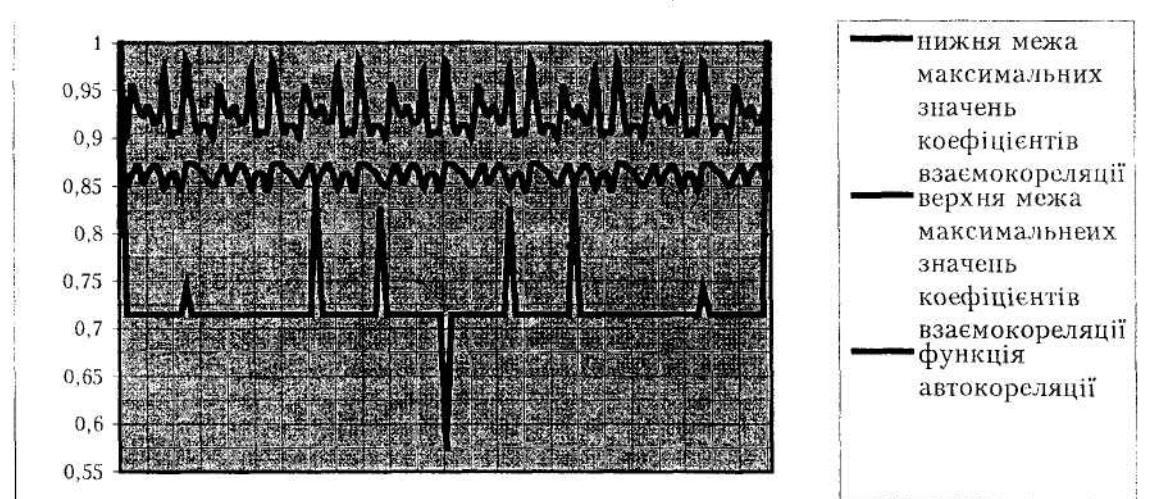


Рис. 6. Діапазон максимальних значень коефіцієнтів взаємокореляції 16 М-послідовностей довжиною  $L = 11^2 - 1 + 4$  та 20 М-послідовностей довжиною  $5^3 - 1$

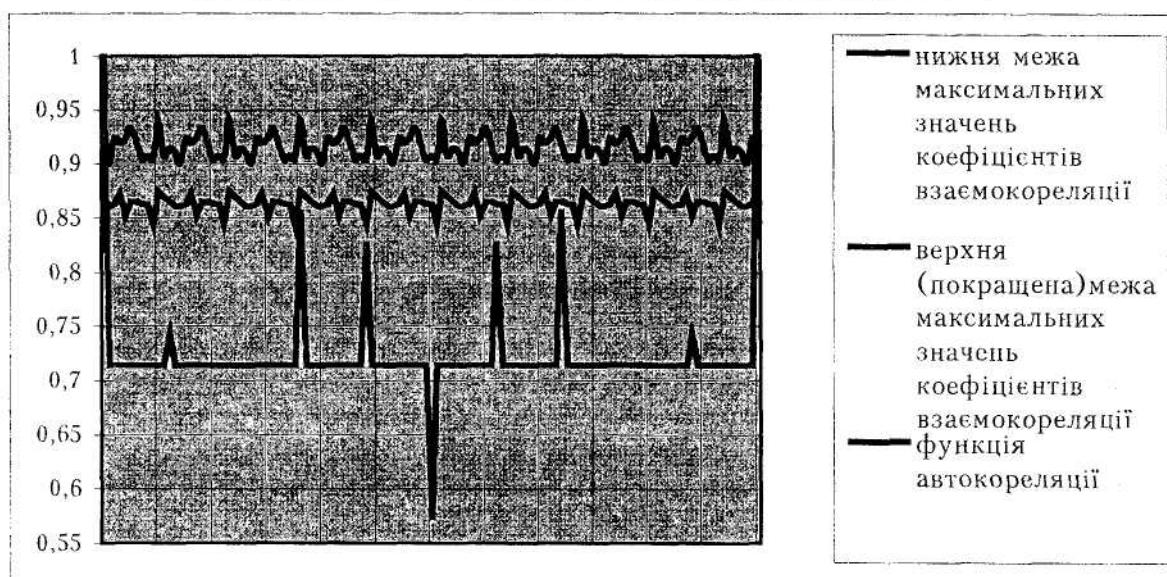


Рис. 7. Діапазон максимальних значень коефіцієнтів взаємокореляції 16 бінарних М-послідовностей довжиною  $L = 2^7 - 1$  та 14 М-послідовностей довжиною  $L = 11^2 - 1 + 4$

Отже, використання багаторівневих М-послідовностей для кодового розділення сигналів у каналах асинхронних адресних системах зв'язку дає можливість розширення мережі абонентів з 18 до 40–45 при збільшенні коефіцієнта взаємокореляції з 0,58 до 0,9.

**ІЩЕРЯКОВ Сергій Михайлович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри прикладної математики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Наукові інтереси:

– цифрова обробка сигналів.

Тел.: (803422)-42127.

E-mail: [ism@ac.ifdtung.if.ua](mailto:ism@ac.ifdtung.if.ua)

**КАЮК Тарас Петрович** – інженер Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Наукові інтереси:

– багатоканальні системи зв'язку.

Тел.: (803422)-48242.

E-mail: [tarask@ifdtung.if.ua](mailto:tarask@ifdtung.if.ua)