

УДК 517.97:621.3.01

О.Г. Фролова, аспір.

Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України

### МЕТОД БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОГО СИНТЕЗУ ЗАМКНЕНИХ ЗАКОНІВ КЕРУВАННЯ НА ОСНОВІ ЗМІЩЕНИХ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

*Запропоновано метод багатокритеріального синтезу замкнених законів керування, що є адаптований до дії зовнішніх збурень. Для реалізації методу застосовано математичний апарат зміщених диференційних перетворень, який дозволяє підвищити точність моделювання.*

Потреба у розв'язку задач багатокритеріального синтезу законів керування виникає у різних областях науки і техніки, наприклад, таких, як керування наземним, морським та повітряним транспортом, а також керування аерокосмічними літальними апаратами. Обчислювальна складність багатокритеріальної оптимізації лінійно залежить від розмірності векторного критерію і експоненціально від розмірності простору станів [1]. В [2] з позиції зменшення обчислювальної складності була показана ефективність застосування скалярної згортки часткових критеріїв за нелінійною схемою компромісів [3] разом з математичним апаратом диференційних перетворень [4]. Квазіаналогові багатокритеріальні моделі оптимізації динамічних процесів у [2] були побудовані на базі основних диференційних перетворень з центром розкладу оригіналу в степеневий ряд Тейлора в точці  $t = 0$ .

В даній роботі для розв'язку задач багатокритеріального синтезу законів керування пропонується використовувати зміщені диференційні перетворення [4], що утворюються шляхом переносу центру розкладу оригіналу в степеневий ряд Тейлора із точки  $t = 0$  в зміщену точку  $t = t_v$ . Зміщені перетворення у порівнянні з основними дозволяють побудувати більш точні багатокритеріальні моделі на основі диференційних спектрів з обмеженою кількістю дискрет.

Розглянемо задачу багатокритеріальної оптимізації динамічних процесів у рамках наступної математичної моделі. Задано векторне диференційне рівняння, що описує керований динамічний процес

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x, u, v), \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

де  $x = x(t)$  –  $n$ -вимірний вектор стану;  $u$  –  $m$ -вимірний вектор керування ( $m \leq n$ );  $v$  –  $l$ -вимірний вектор збурень;  $f$  – неперервна і неперервно диференційована за сукупністю змінних  $t, x, u, v$  вектор-функція узагальненої сили;  $t \in [t_0, T]$  – час, граничне значення якого  $T$  в залежності від постановки задачі може бути заданим або не фіксованим.

Задача керування полягає в переведенні динамічного об'єкта (1) із початкового стану  $x(t_0) = x_0$  в кінцевий (термінальний), який визначений в момент часу  $t = T$   $q$ -вимірним ( $q \leq n$ ) векторним рівнянням

$$S[x(T), T] = 0. \quad (2)$$

Якість керування динамічним процесом (1) оцінюється сукупністю часткових критеріїв, що задані функціоналами

$$I_j = G_j[x(T), T] + \int_{t_0}^T \varphi_j(t, x, u, v) dt, \quad (3)$$

де  $j = 1, 2, \dots, r$ ; функції  $G_j$  та  $\varphi_j$  мають неперервні часткові похідні по  $x, u, v$ . Часткові критерії (3) є компонентами  $r$ -вимірного векторного критерію  $I = (I_1, I_2, \dots, I_r)$ .

Вважаємо, що векторний функціонал  $I$  мінімізується, а допустима область його зміни задається системою обмежень

$$I_{jm} \geq I_j \geq 0, \quad j = \overline{1, r}, \quad (4)$$

де  $I_{jm}$  визначає верхню границю допустимого значення компоненти  $I_j$  векторного критерію  $I$ .

Математична модель (1)–(4) дозволяє врахувати обмеження на вектори стану і керування в процесі вибору вигляду функціоналів (3) і задання умов (4). Кожна компонента векторного критерію  $I$  описується функціоналом (3), що визначений на розв'язках векторного диференцій-

ного рівняння (1) при керуванні у границях допустимої області (4) з умовами на границі (2). Багатокритеріальна задача синтезу оптимального керування [3] полягає у визначенні екстремалей  $\{x^*(t), u^*(t)\}$ ,  $I^* \in (I)$ ,  $t \in [t_0, T]$ , які при заданих диференційних зв'язках (1), граничних умовах (2) та обмеженнях (4) оптимізують векторний функціонал  $I$ .

Розв'язок багатокритеріальної задачі (1)–(4) може бути отриманий різними методами. На основі аналізу різних методів розв'язку багатокритеріальної задачі в [2] обґрунтований вибір скалярної згортки часткових критеріїв за нелінійною схемою компромісів [3], яка забезпечує скорочення об'єму обчислень на засобах обчислювальної техніки. У подальшому будемо розглядати багатокритеріальну модель (1)–(4) у найбільш загальній формі скалярної згортки [2]:

$$J(u) = \sum_{j=1}^r \frac{\alpha_j}{\left(1 - \frac{I_j}{I_{jm}}\right)^{\beta_j}}, \tag{5}$$

де задані константи  $\alpha_j > 0$ ,  $\sum_{j=1}^r \alpha_j = 1$  та  $\beta_j > 0$ .

Скалярна згортка (5) при  $\beta_j = 1, j = \overline{1, r}$  дає при мінімізації розв'язок, який належить множині Парето [3]. Обираючи потрібний вектор  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)$ , можна одержати довільну точку із множини парето-оптимальних розв'язків.

У частковому випадку рівнозначності часткових критеріїв (3) скалярну згортку (5) можна представити у найбільш простому вигляді:

$$\bar{J}(u) = \sum_{j=1}^r \frac{1}{1 - \frac{I_j}{I_{jm}}}. \tag{6}$$

У роботі [5] показано, що коли  $I_j(u), j = \overline{1, r}$ , – неперервні і строго опуклі на паралелепіпеді  $\Pi_u = \{u \in E^m \mid a_l \leq u_l \leq b_l, l = \overline{1, m}\}$  функції, то скалярна згортка (6) має єдиний мінімум на паралелепіпеді  $\Pi_u$  (є унімодальною). Властивість унімодальності скалярної згортки (6) суттєво спрощує розв'язок задачі оптимізації і на основі диференційних перетворень [4] дозволяє звести проблему синтезу багатокритеріального керування до розв'язку системи кінцевих рівнянь [2].

Другою важливою властивістю скалярної згортки (6) є її адаптивність до зміни вектора керування  $u$  в процесі оптимізації. У випадку наближення одного із часткових критеріїв  $I_j(u)$  до верхньої границі  $I_{jm}$  допустимих значень (4) скалярна згортка (6) реалізує дію Чебишевського (мінімаксного) оператора по цьому частковому критерію, перешкоджаючи порушенню умови (4). В інших випадках скалярна згортка (6) у границях (4) діє еквівалентно оператору інтегральної оптимальності з різним ступенем вирівнювання часткових критеріїв. Погіршення одного із часткових критеріїв компенсується покращанням решти часткових критеріїв.

Застосуємо до математичної моделі (1)–(6) зміщені диференційні перетворення [4]:

$$X(k, t_v) = \frac{H_1^k}{k!} \left[ \frac{d^k x(t_v + \tau)}{d\tau^k} \right]_{\tau=0}, \tag{7}$$

$$\bar{X}(k, t_v) = \frac{(-H_2)^k}{k!} \left[ \frac{d^k x(t_v - \tau)}{d\tau^k} \right]_{\tau=0}, \tag{8}$$

де  $X(k, t_v)$  та  $\bar{X}(k, t_v)$  – дискретні функції цілочисельного аргументу  $k = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\tau$  – локальний аргумент, значення якого обирається в межах  $H_1 \geq \tau \geq 0$ ;  $H_1$  та  $H_2$  – відрізки часового аргументу, на якому розглядаються відповідно функції  $x(t_v + \tau)$  та  $x(t_v - \tau)$ ,  $H_1 > 0$  та  $H_2 > 0$  повинні бути менше радіуса збіжності рядів Тейлора в околі точки  $t_v$ .

Вираз (7) визначає пряме перетворення функції часу  $x(t_v + \tau)$  в зображення  $X(k, t_v)$  у формі диференційного спектру. Аналогічно, вираз (8) описує перетворення оригіналу  $x(t_v - \tau)$  в зображення  $\bar{X}(k, t_v)$ . Величини дискретних функцій  $X(k, t_v)$  та  $\bar{X}(k, t_v)$  при цілочисельних значеннях аргументу  $k$  називаються дискретами відповідних диференційних спектрів.

З області зображень у часову область перехід здійснюється на основі обернених перетворень у формі рядів Тейлора:

$$x(t_v + \tau) = \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{\tau}{H_1} \right)^k X(k, t_v), \quad (9)$$

$$x(t_v - \tau) = \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{\tau}{H_2} \right)^k \bar{X}(k, t_v). \quad (10)$$

Задачу (1)–(6) можна розв'язати у формі програмного керування  $u(t)$ , що реалізує багатокритеріальне керування за розімкнутим контуром і гарантує виконання граничних умов (2) тільки при відсутності дії збурень  $v = 0$ . В реальних умовах дія зовнішнього середовища  $v(t)$  на динаміку руху динамічного об'єкта (1) призводить до значних термінальних помилок в момент закінчення процесу керування за програмою  $u(t)$ .

Синтезуємо закон оптимального керування із зворотним зв'язком для багатокритеріальної задачі (1)–(6):

$$u = u(x, t), \quad (11)$$

який в кожний момент часу  $t$  використовує інформацію про поточний стан  $x(t)$  динамічного об'єкта. Замкнений закон оптимального керування (11) реагує на зміну поточного стану  $x(t)$  об'єкта керування (1) в результаті дії збурення  $v(t)$  і тому дозволяє компенсувати дію збурюючих факторів.

Синтез закону оптимального керування (11) виконаємо методом системоаналогового моделювання. Сутність системоаналогового моделювання полягає в побудові системної моделі (системоаналога), що складається із множини моделей, кожна з яких характеризується не повним набором ознак подібності з об'єктом, що моделюється. Проте об'єднання цієї множини моделей у системоаналог дає збіжність за повним набором ознак подібності з об'єктом моделювання. Концепцію системоаналогового моделювання зручно реалізувати на основі зміщених диференціальних перетворень (7) та (8). Наприклад, моделювання часової функції  $x(t)$  на відрізку  $[t_0, T]$  можна реалізувати двома моделями. Одна модель (8) в області зображень представляє часову функцію  $x(t)$  на відрізку  $[t_0, t_v]$ , а друга модель (7) – на відрізку  $[t_v, T]$ . Об'єднання цих двох моделей (7) та (8) моделює  $x(t)$  в області зображень на всьому заданому відрізку  $[t_0, T]$ . Таким чином, системоаналогова модель часової функції  $x(t)$  на відрізку  $[t_0, T]$  може бути представлена моделлю (8) на відрізку  $[t_0, t_v]$  при  $H_1 = t_v - t_0$  і моделлю (7) на відрізку  $[t_v, T]$  при  $H_2 = T - t_v$ . З метою розділення цих моделей будемо називати модель (7) прямою, а модель (8) – зворотною. Прямі і зворотні моделі утворюють системоаналогову модель часової функції  $x(t)$  на відрізку  $[t_0, T]$ .

Системоаналоговий синтез оптимального керування (11) виконаємо на основі двох адаптивних програмних керувань  $\bar{u}(t, A)$  та  $u(t, A)$ , де  $A = (a_1, a_2, \dots, a_N)$  – вектор вільних параметрів. Будемо вимагати від керування  $u(t, A)$  виконати переведення об'єкта (1) з проміжного стану  $x(t_v)$  в зміщеній точці  $t_v$  в кінцевий стан  $x(T)$ . Керування  $\bar{u}(t, A)$  визначимо з умови зворотного переведення об'єкта (1) із проміжного стану  $x(t_v)$  в початковий стан  $x(t_0) = x_0$ . Якщо побудову системоаналогового керування  $\bar{u}(t, A)$  та  $u(t, A)$  виконувати неперервно для поточного стану  $x(t)$  об'єкта керування, то системоаналогове керування буде еквівалентне дії керування із зворотним зв'язком виду (11).

Методика багатокритеріального синтезу системоаналогового керування із зворотним зв'язком полягає в наступному.

На першому етапі синтезу задаються аналітичною структурою адаптивного програмного керування  $\bar{u}(t, A)$  та  $u(t, A)$ , де  $A = (a_1, a_2, \dots, a_N)$  – вектор вільних параметрів, що підлягає визначенню. Системоаналогове керування  $\bar{u}(t, A)$  та  $u(t, A)$  переводимо в область зображень зміщеними перетвореннями (7) та (8):

$$U(k, t_v, A) = \frac{H_1^k}{k!} \left[ \frac{d^k u(t_v + \tau)}{d\tau^k} \right]_{\tau=0}, \quad (12)$$

$$\bar{U}(k, t_v, A) = \frac{(-H_2)^k}{k!} \left[ \frac{d^k u(t_v - \tau)}{d\tau^k} \right]_{\tau=0} \quad (13)$$

На другому етапі, використовуючи змінені перетворення (7) та (8), формують системоаналогову модель диференційного рівняння (1):

$$X(k+1, t_v, x_v, A) = \frac{H_1}{k+1} F[T_c(k, t_v), X(k, t_v, x_v, A), U(k, t_v, A)], \quad (14)$$

$$\bar{X}(k+1, t_v, x_v, A) = -\frac{H_2}{k+1} F[\bar{T}_c(k, t_v), \bar{X}(k, t_v, x_v, A), \bar{U}(k, t_v, A)], \quad (15)$$

$$\bar{X}(0) = X(0) = x(t_v) = x_v, \quad H_1 = T - t_v, \quad H_2 = t_v - t_0,$$

де  $F$  – зображення оригіналу функції  $f$ ;  $T_c(k, t_v)$  – зображення часового аргументу  $t = t_v + \tau$ ,  $\bar{T}_c(k, t_v)$  – зображення часового аргументу  $t = t_v - \tau$ , що змінюється в зворотному напрямку.

Системоаналогова модель (14) і (15) із врахуванням виразів (12), (13) дозволяє, послідовно надаючи цілочисельні значення аргументу  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ , визначити дискретні диференційних спектрів  $X(k, t_v, x_v, A)$  та  $\bar{X}(k, t_v, x_v, A)$  від початкових умов  $X(0) = \bar{X}(0) = x_v$ .

На третьому етапі, підставляючи дискретні  $X(k, t_v, x_v, A)$  та  $\bar{X}(k, t_v, x_v, A)$  в обернені перетворення (9) та (10), одержуємо вирази для граничних значень розв'язку рівняння (1):

$$x(t_0) = x_0 = \sum_{k=0}^{\infty} \bar{X}(k, t_v, x_v, A), \quad (16)$$

$$x(T) = x(T, x_v, A) = \sum_{k=0}^{\infty} X(k, t_v, x_v, A). \quad (17)$$

Вираз (17) підставляємо в (2) і перетворюємо (16) в форму рівняння. В результаті отримуємо два векторних обмеження у формі рівностей:

$$S[x(T, x_v, A), T] = 0, \quad (18)$$

$$x_0 - \sum_{k=0}^{\infty} \bar{X}(k, t_v, x_v, A) = 0. \quad (19)$$

Векторне рівняння (18) має розмірність  $q$ , а рівняння (19) –  $n$ .

На четвертому етапі часткові критерії (3) при  $v = 0$  виражаємо через дискретні диференційних спектрів (12)–(15). Спочатку підставляємо вираз (18) в першу складову часткових критеріїв (3) і одержуємо функцію виду:

$$G_j[x(T, t_v, x_v, A), T], j = \overline{1, r}. \quad (20)$$

Інтегральні складові часткових критеріїв перетворюємо наступним чином. Інтервал інтегрування  $[t_0, T]$  розбиваємо на два інтервали  $[t_0, t_v]$  та  $[t_v, T]$  і підінтегральні функції  $\varphi_j(x, u)$ ,  $j = \overline{1, r}$  на цих інтервалах переводимо в область зображень відповідно диференційними перетвореннями (7) та (8). В результаті функціонали (3) перетворюються у функції вигляду:

$$I_j(T, t_v, x_v, A) = G_j[x(T, t_v, x_v, A), T] + H_1 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k+1} \Phi_j[T_c(k, t_v), X(k, t_v, x_v, A), U(k, t_v, A)] + H_2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k+1} \Phi_j[\bar{T}_c(k, t_v), \bar{X}(k, t_v, x_v, A), \bar{U}(k, t_v, A)], j = \overline{1, r}. \quad (21)$$

де  $H_1 = T - t_v$ ,  $H_2 = t_v - t_0$ ;  $\Phi_j$  – зображення функції  $\varphi_j$ .

На п'ятому етапі задачу багатокритеріальної оптимізації (1)–(4) у випадку застосування скалярної згортки (5) і зміщених диференційних перетворень (7)–(10) перетворюємо в задачу оптимізації функції багатьох змінних

$$J(T, t_v, x_v, A) = \sum_{j=1}^r \frac{\alpha_j}{\left[ 1 - \frac{I_j(T, t_v, x_v, A)}{I_{jm}} \right]^{\beta_j}} \quad (22)$$

при обмеженнях в формі рівностей (18), (19). Якщо використати скалярну згортку (6), задача багатокритеріальної оптимізації (1)–(4) зводиться до оптимізації функції виду

$$\bar{J}(T, t_v, x_v, A) = \sum_{j=1}^r \frac{1}{1 - \frac{I_j(T, t_v, x_v, A)}{I_{jm}}} \quad (23)$$

при умовах (18), (19).

Задачу оптимізації функції (22) або (23) з обмеженнями в формі рівностей (18), (19) розв'язуємо методом множників Лагранжа [6]. Попередньо введемо векторну функцію  $\Psi = (\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n)$ , що визначається виразом (19):

$$\Psi(t_v, x_v, A, x_0) = x_0 - \sum_{k=0}^{\infty} \bar{X}(k, t_v, x_v, A) = 0. \quad (24)$$

Функція (22) і умови (24), (18) об'єднуються множниками Лагранжа  $\lambda_x = (\lambda_{x_1}, \lambda_{x_2}, \dots, \lambda_{x_n})$  та  $\lambda_s = (\lambda_{s_1}, \lambda_{s_2}, \dots, \lambda_{s_q})$  в нову функцію:

$$J^*(T, x_v, A, \lambda_x, \lambda_s, x_0) = J(T, t_v, x_v, A) + \sum_{i=1}^n \lambda_{x_i} \Psi_i(t_v, x_v, A, x_0) + \sum_{j=1}^q \lambda_{s_j} S_j[x(T, x_v, A), T]. \quad (25)$$

У випадку оптимізації функції (23) вона об'єднується з умовами (24), (18) множниками Лагранжа  $\bar{\lambda}_x = (\bar{\lambda}_{x_1}, \bar{\lambda}_{x_2}, \dots, \bar{\lambda}_{x_n})$  та  $\bar{\lambda}_s = (\bar{\lambda}_{s_1}, \bar{\lambda}_{s_2}, \dots, \bar{\lambda}_{s_q})$  у функцію виду:

$$\bar{J}^*(T, x_v, A, \bar{\lambda}_x, \bar{\lambda}_s, x_0) = \bar{J}(T, t_v, x_v, A) + \sum_{i=1}^n \bar{\lambda}_{x_i} \Psi_i(t_v, x_v, A, x_0) + \sum_{j=1}^q \bar{\lambda}_{s_j} S_j[x(T, x_v, A), T]. \quad (26)$$

Необхідні умови екстремуму функції (25) складають систему кінцевих рівнянь для визначення векторів  $A, x_v, \lambda_x, \lambda_s$  і граничного значення часу  $T$  при довільному початковому стані  $x(t_0) = x_0$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial J^*(T, x_v, A, \lambda_x, \lambda_s, x_0)}{\partial T} = 0; \quad \frac{\partial J^*(T, x_v, A, \lambda_x, \lambda_s, x_0)}{\partial x_{v_i}} = 0; \quad \frac{\partial J^*(T, x_v, A, \lambda_x, \lambda_s, x_0)}{\partial a_j}; \\ \frac{\partial J^*(T, x_v, A, \lambda_x, \lambda_s, x_0)}{\partial \lambda_{x_i}} = 0; \quad \frac{\partial J^*(T, x_v, A, \lambda_x, \lambda_s, x_0)}{\partial \lambda_{s_l}} = 0; \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, N}; \quad l = \overline{1, q}. \end{aligned} \quad (27)$$

Аналогічно, необхідні умови екстремуму функції (26) складають систему:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{J}^*(T, x_v, A, \bar{\lambda}_x, \bar{\lambda}_s, x_0)}{\partial T} = 0; \quad \frac{\partial \bar{J}^*(T, x_v, A, \bar{\lambda}_x, \bar{\lambda}_s, x_0)}{\partial x_{v_i}} = 0; \quad \frac{\partial \bar{J}^*(T, x_v, A, \bar{\lambda}_x, \bar{\lambda}_s, x_0)}{\partial a_j}; \\ \frac{\partial \bar{J}^*(T, x_v, A, \bar{\lambda}_x, \bar{\lambda}_s, x_0)}{\partial \bar{\lambda}_{x_i}} = 0; \quad \frac{\partial \bar{J}^*(T, x_v, A, \bar{\lambda}_x, \bar{\lambda}_s, x_0)}{\partial \bar{\lambda}_{s_l}} = 0; \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, N}; \quad l = \overline{1, q}. \end{aligned} \quad (28)$$

Якщо достатні умови мінімуму або максимуму функції (22) чи (23) виконуються [6], то неперервний розв'язок системи кінцевих рівнянь (27) або (28) відповідно в реальному часі дозволяє знайти вектор  $A$  у вигляді  $A[T, x(t)]$ , де довільний початковий стан  $x(t_0)$  приймається рівним поточному стану  $x(t)$ . Підстановка розв'язків  $A(T, x)$  системи кінцевих рівнянь (27) або (28) в обрану аналітичну структуру системоаналогового адаптивного керування  $\bar{u}[t, A(T, x)]$  та  $u[t, A(T, x)]$  визначає багатокритеріальне керування із зворотним зв'язком вигляду (11), що здатне адаптуватися до дії вектора збурень  $v(t)$ .

Переваги застосування зміщених диференційних перетворень у порівнянні з основними проявляються в багатокритеріальних задачах синтезу оптимального керування, що діє на значних інтервалах часу  $[t_0, T]$ . В цьому випадку застосування основних диференційних перетворень потребує розбиття часового інтервалу  $[t_0, T]$  на  $L$  підінтервалів [4]. Застосування зміщених диференційних перетворень для синтезу оптимального керування вдвічі зменшує кількість підінтервалів розбиття інтервалу  $[t_0, T]$  при умові отримання однакової точності з основними перетвореннями.

У випадку, коли в задачах багатокритеріальної оптимізації потреба високої точності вимагає врахування значного числа дискрет диференційного спектра вектора керування  $u$ , а розмірність  $n$  вектора стану  $x(t)$  невелика ( $1 \leq n \leq 3$ ), зміщені диференційні перетворення дозволяють зменшити розмірність вектора вільних параметрів  $A(T, x)$  і цим скоротити розмірність системи кінцевих рівнянь (27) або (28) при умові однакової точності з основними перетвореннями.

## ЛІТЕРАТУРА:

1. Попов Н.М. Об оценке вычислительной сложности многокритериальной оптимизации // Вычислительные комплексы и моделирование сложных систем. – М., 1989. – С. 142–152.
2. Баранов В.Л., Залогин Н.С., Уруский О.С. и др. Квазианалоговые многокритериальные модели оптимизации динамических процессов // Электрон. моделирование. – 1996. – 18, № 1. – С. 3–9.
3. Воронин А.Н. Многокритериальный синтез динамических систем. – Киев: Наук. думка, 1992. – 160 с.
4. Пухов Г.Е. Приближенные методы математического моделирования, основанные на применении дифференциальных Т-преобразований. – Киев: Наук. думка, 1988. – 216 с.
5. Козлов А.И. Об унимодальности нелинейной схемы компромиссов // Автоматика. – 1993. – № 4. – С. 81–85.
6. Брайсон А., Хо Ю-Ши Прикладная теория оптимального управления. – М.: Мир, – 1972. – 544 с.

ФРОЛОВА Олена Геннадіївна – аспірантка Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України.

Наукові інтереси:

- моделювання;
- оптимізація;
- диференціальні перетворення.

Тел.: (044)450-41-99.

E-mail: [frolov@alfacom.net](mailto:frolov@alfacom.net)

Подано 20.09.2002