

П.П. Мельничук, к.т.н., доц.
Житомирський інженерно-технологічний інститут
В.Б. Струтинський, д.т. н., проф.
Національний технічний університет України «КПІ»

СТРУКТУРНА СТОХАСТИЧНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ БИТТЯ ШПИНДЕЛЯ ВЕРТИКАЛЬНО-ФРЕЗЕРНОГО ВЕРСТАТА

Розглянута стохастична математична модель биття шпинделя фрезерного верстата.

При фінішній обробці поверхонь фрезами косокутного різання похибки обробки суттєво залежать від неточностей (биття) підшипникових опор шпиндельного вузла.

В процесі обробки деталі фрезами косокутного різання має місце складний просторовий рух інструмента. Він обумовлений як обертанням фрези, а відповідно неточностями, які при цьому виникають, так і деформаціями, які мають місце в системі шпиндель-інструмент. Розміри фрези косокутного різання (300 мм) порівняно з розмірами міжопорної відстані шпинделя 250–400 мм. Тому при дослідженні процесу обробки треба розглядати пружну обертову систему шпиндель-інструмент.

Дана система включає власне фрезу із ріжучими ножами, вузол кріплення фрези на шпинделі та шпиндельний вузол верстата з приводом.

Кожна із названих складових системи шпиндель-інструмент вносить свій вклад у формування похибки обробки деталі фрезами косокутного різання. Зокрема, для точного виготовлення фрези і шпинделя верстата, точність якого задовольняє встановлені вимоги, неправильне регулювання вузла кріплення може призвести до суттєвих похибок обробки.

В процесі обробки деталі мають місце геометричне зміщення та деформації елементів системи шпиндель-інструмент (рис. 1). Деформації виникають під дією сил різання, що діють на ножі, та під дією динамічних навантажень у приводі. Геометричні зміщення обумовлені, в основному, биттям підшипників, неточностями шпинделя, фрези та кінематичних ланцюгів привода головного руху.

Незалежно від причини зміни положення фрези при обробці деталі вона зміщується в трьох напрямках (x , y , z) і додатково змінює своє кутове положення (повертається на кути θ_x і θ_y).

В залежності від напрямку подачі деякі із цих переміщень не є суттєвими і мало впливають на точність обробки.

Метою геометричного аналізу системи шпиндель-інструмент є встановлення впливу геометричних факторів на геометричне положення кожного із ножів фрези.

Геометричний аналіз системи шпиндель-інструмент виконано із врахуванням випадкових змін параметрів системи.

Фреза жорстко з'єднана із шпинделем верстата і обертається разом із ним у підшипниках. При установці фрези виникають геометричні неточності її розташування відносно геометричної осі обертання шпинделя.

Основні геометричні неточності, пов'язані з установкою і закріпленням фрези, проявляються у вигляді ексцентриситета фрези відносно геометричної осі обертання шпинделя і похибки кутового положення фрези.

При обертанні шпинделя має місце зміщення (биття) його осі. Воно викликається факторами різноманітного характеру. Биття має місце як при різанні так і при роботі верстата на холостому ході.

Биття геометричної осі шпинделя є незначним (порядка кількох мкм). Визначення закономірностей "биття" являє собою складну задачу. В літературних джерелах не виявлено достатньо точних методик визначення биття геометричної осі шпинделя верстата. Врахування биття при аналізі роботи фрез косокутного різання є необхідним.

Для аналізу биття опор шпинделя використані як теоретичні, так і експериментальні методи.

Як абсолютну систему координат приймаємо положення геометричної осі шпинделя при певному кутовому положенні фрези, а саме в момент, коли фактична вісь Y_f фрези, яка проходить через вісь ножа, є паралельною осі Y абсолютної системи координат. При цьому вісь X буде перпендикулярною осі Y і осі Z .

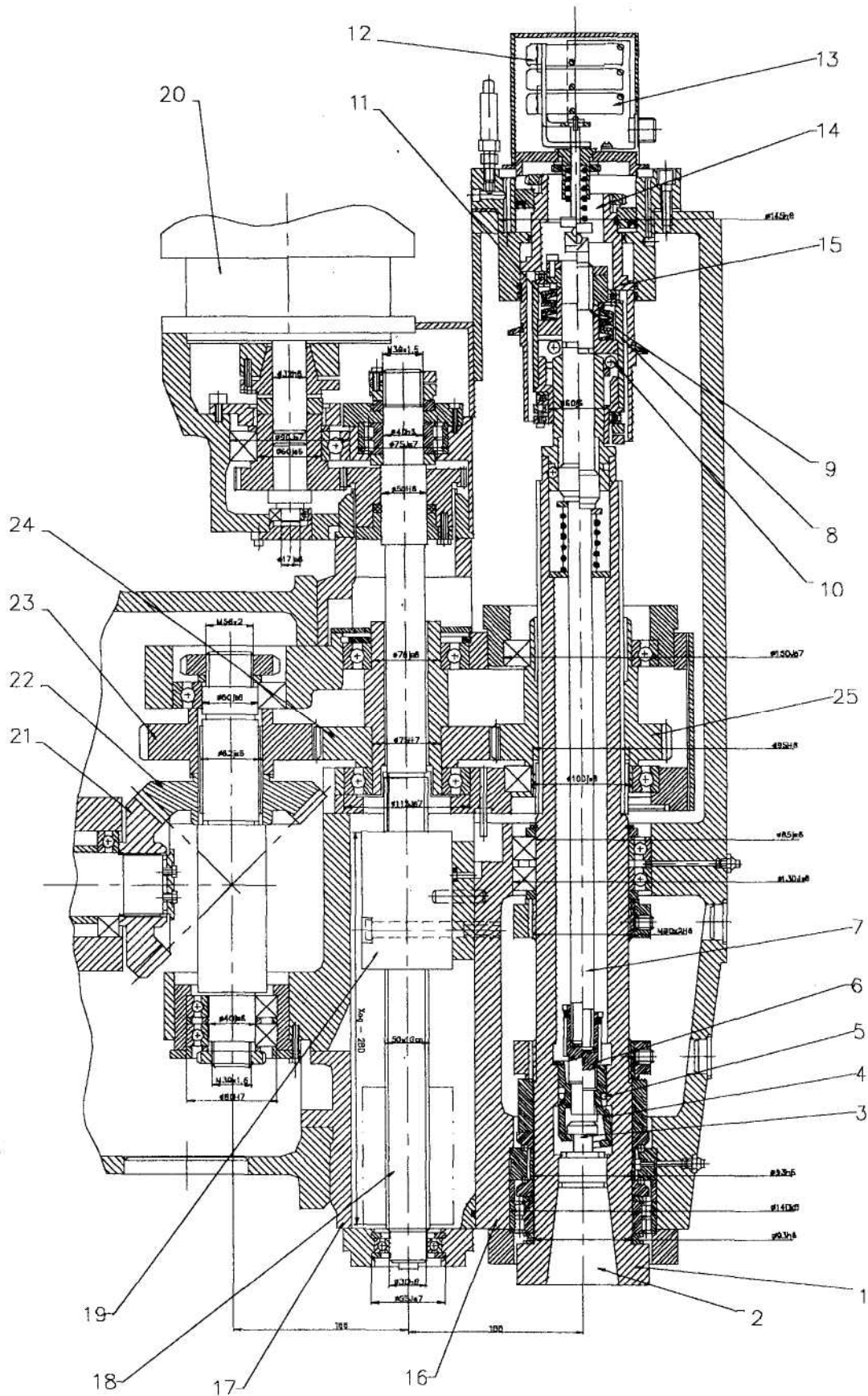


Рис. 1. Система шпindel-інструмент із фрезою косокутного різання, схема переміщення елементів системи

При обертанні шпинделя має місце зміщення “биття” його осі обертання. Воно проявляється в переміщенні осі обертання шпинделя в області передньої і задньої опор. Ці переміщення показані на рис. 2 у вигляді проекцій переміщень передньої опори шпинделя $X_n Y_n Z_n$ та задньої опори $X_3 Y_3 Z_3$.

Переміщення опор приведуть до зміщення осі обертання шпинделя і фрези в площині її торця. Із геометричних міркувань зміщення осі обертання фрези (точки O_1) у двох напрямках визначиться за схемою, що наведена на рис. 2

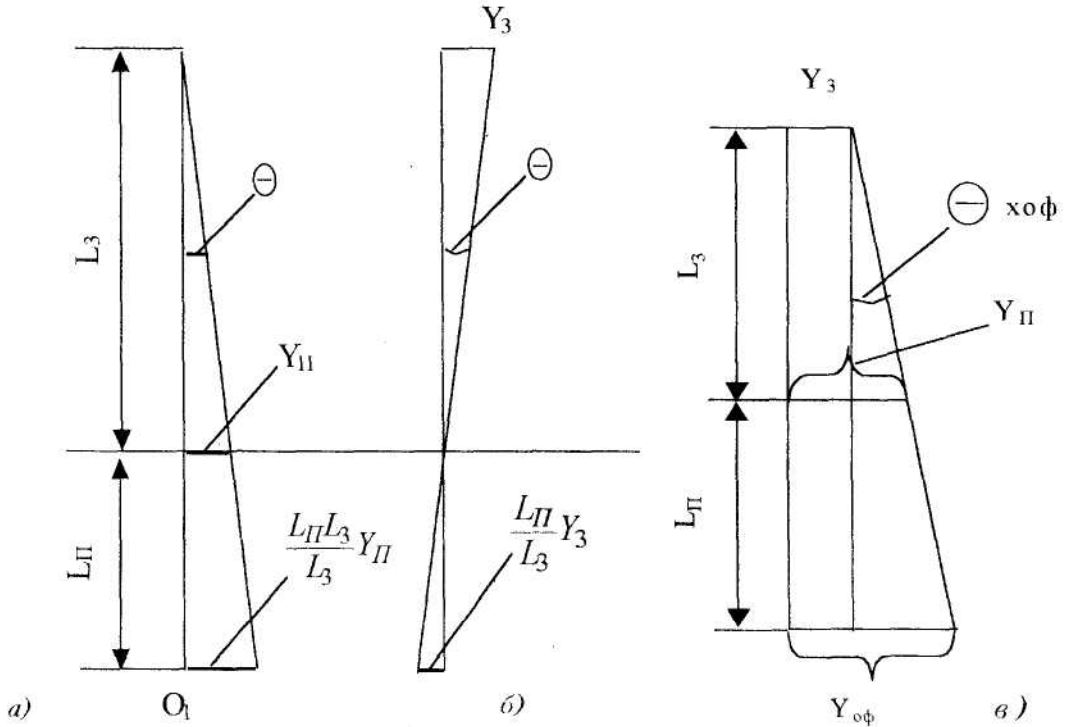


Рис. 2. Переміщення центра фрези в площині її торця обумовлені биттям передньої (а) та задньої (б) опор шпинделя в напрямку осі Y та загальне переміщення (в)

Загальне переміщення центра фрези напрямку осі Y визначається так:

$$Y_{оф} = \frac{L_{п} + L_3}{L_3} Y_{п} - \frac{L_{п}}{L_3} Y_3. \quad (1)$$

Аналогічно визначається переміщення центра фрези в напрямку осі X . Це переміщення загалом складне:

$$X_{оф} = \frac{L_{п} + L_3}{L_3} X_{п} - \frac{L_{п}}{L_3} X_3. \quad (2)$$

При переміщенні центра фрези внаслідок биття опор має місце зміна кутового положення фрези на деякі кути $\theta_{хоф}$ та $\theta_{yoф}$.

Визначимо кутове переміщення фрези, що відповідає її повороту відносно осі O, X . Згідно зі схемою рис. 3, в кутове переміщення фрези визначиться як:

$$t_{\gamma} - \theta_{хоф} = (Y_{оф} - Y_3) \frac{1}{L_3 + L_{п}}. \quad (3)$$

Враховуючи незначний кут відхилення фрези, одержимо:

$$t_{\gamma} \theta_{хоф} \approx \theta_{хоф}. \quad (4)$$

Підставивши значення величин із формул (2) та (4) у залежність (3), знайдемо кут повороту фрези навколо осі OX , що обумовлений биттям підшипників шпинделя:

$$\theta_{хоф} = \frac{\frac{L_{п} + L_3}{L_3} Y_{п} - \frac{L_{п}}{L_3} Y_3 - Y_3}{L_3 + L_{п}} = (Y_{п} - Y_3) \frac{1}{L_3}. \quad (5)$$

Аналогічно визначено кут повороту фрези навколо осі OY , що обумовлений биттям підшипників шпинделя:

$$\theta_{y00} = (X_{II} - X_3) \frac{1}{L_3} \tag{6}$$

В результаті виконаних досліджень розроблена математична модель для розрахунку закономірностей биття шпинделя верстата. Модель враховує випадковий характер процесу биття. В результаті чисельних досліджень виконана ідентифікація параметрів моделі. При цьому уточнені їх значення. Показано, що модель із уточненими параметрами адекватна реальному процесу і результати моделювання відповідають експериментним даним.

Математична модель биття шпинделя являє собою сукупність символічних нелінійних функціональних залежностей (1)–(6). У ці залежності входять значення биття опор шпинделя. Вони визначені шляхом розкладу в гармонічні ряди.

Наприклад, радіальне биття шпинделя описується такою залежністю:

$$\rho = \frac{L_{II} + L_3}{L_3} \sum_{i=1}^{n_1} \left(\frac{\varepsilon}{\omega_{in}} + g_{in}^* \right) \sin(\omega_{in} \varphi + \psi_{oin}) - \frac{L_{II}}{L_3} \sum_{j=1}^{n_3} \left(\frac{\varepsilon}{\omega_{j3}} + g_{j3}^* \right) \sin(\omega_{j3} \varphi + \psi_{oj3}) \bar{g}_{on} + \frac{L_{II} + L_3}{L_3} g_{II}^* - \frac{L_{II}}{L_3} g_{3}^* \tag{7}$$

В даній формулі g_{in}^* і g_{j3}^* являють собою центровані випадкові величини з нормальним законом розподілу і середньоквадратичними відхиленнями, а саме:

$$\sigma_{in} = \frac{1}{3} \varepsilon \frac{1}{\omega_{in}}; \quad \sigma_{j3} = \frac{1}{3} \varepsilon \frac{1}{\omega_{j3}} \tag{8}$$

Значення початкових фаз Ψ_{oin} , Ψ_{oj3} являє собою випадкові величини з рівномірним законом розподілу в діапазоні $[0; 2\pi]$.

У формулу (8) входять також центровані випадкові величини з нормальним законом розподілу g_{II}^* , g_{3}^* . Їх середньоквадратичні відхилення становлять:

$$\sigma_{g_{II}} = \sigma_{g_3} = \bar{g}_{on} / 3 \tag{9}$$

Одержані формули використані з розрахунку значень биття осі шпинделя фрезерного верстата в околі закріплення фрези косокутного різання. При розрахунках використані засоби математичних пакетів MathCAD 2000 та MATLAB 6.0.

Математична модель у вигляді залежності (7) включає масиви випадкових коефіцієнтів. Для використання цієї символічної залежності розроблена структурна математична модель в системі SIMULINK математичного пакета MATLAB (рис. 3).

Входом моделі є кут повороту шпинделя верстата (задається входом In1), входом моделі розраховані значення радіального биття циліндричної кінцевої частини шпинделя верстата (відповідає виходу Out 1). Додатковими входами моделі є блоки для визначення масивів випадкових коефіцієнтів моделі.

Зокрема, це блоки формування випадкових амплітуд гармонік биття передньої та задньої опор шпинделя (блоки Psio1 1 та Psio1 3). Випадкові фази гармонік відповідно до передньої і задньої в блоках Psio1 та Psio1 2. Чисто випадкові складові биття передньої та задньої опор (g_{II}^* та g_{3}^* (7)) формуються блоками Psio1 4 та Psio1 5. Всі вищеназвані блоки формують масиви випадкових чисел із нормальним або рівномірним (у випадку початкових фаз) законом розподілу.

Масиви коефіцієнтів, які визначають частоти складових гармонік биття передньої та задньої опор шпинделя, задаються блоками Freqn 1 та Freqn 2, формують векторами компоненти, які є оберненими значеннями частот гармонік відповідно для передньої і задньої опор.

Структурна математична модель включає блоки множення, суматори, підсилювачі і, в цілому, точно відповідає формулі (7).

Для реалізації розрахунків биття за допомогою структурної математичної моделі розроблена допоміжна S-модель (рис. 4).

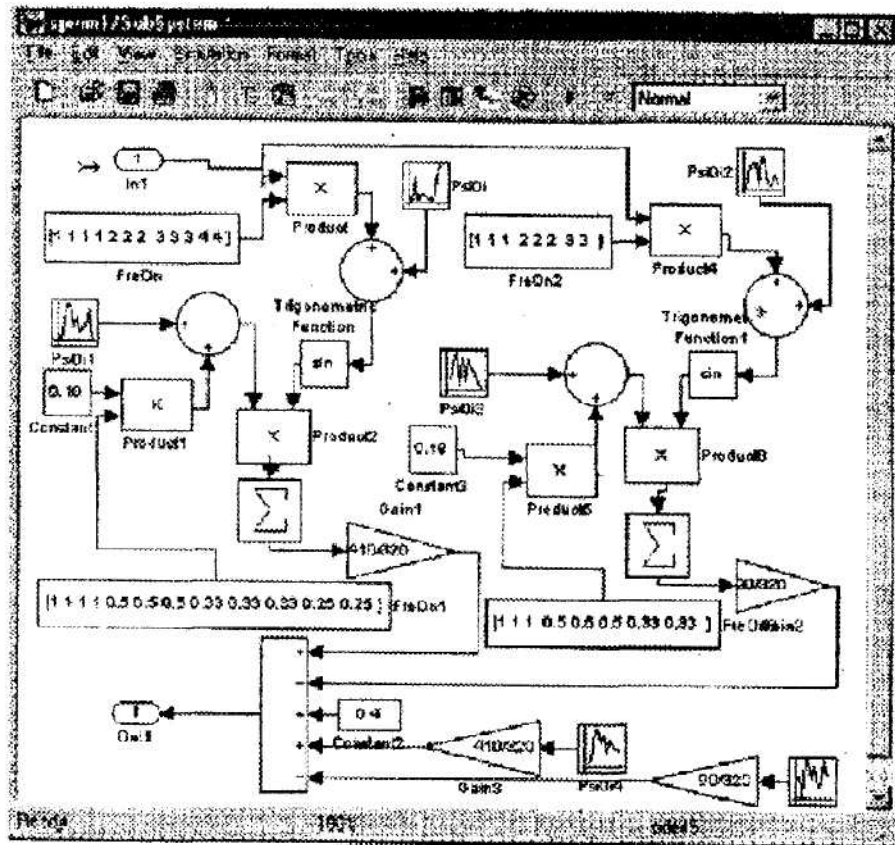
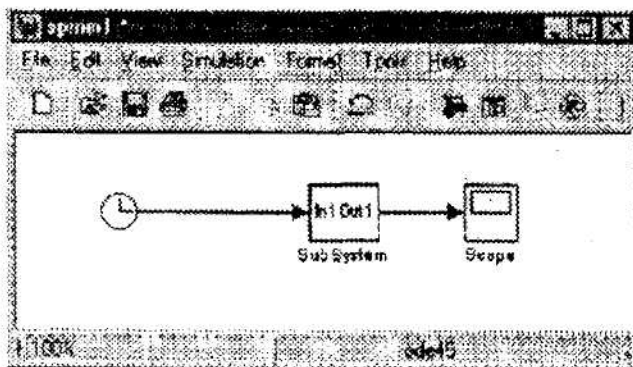


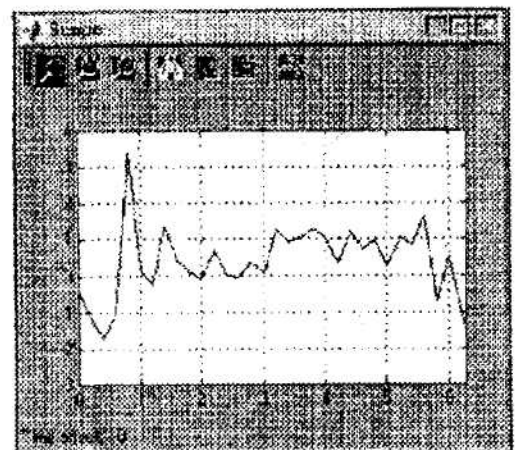
Рис. 3. Структурна математична модель в системі SIMULINK пакета MATLAB, яка служить для визначення випадкового биття шпинделя в залежності від кута його повороту

Допоміжна S-модель (рис. 4, а) включає блок, який задає змінний кут повороту шпинделя у вигляді лінійної функції часу і блок Scope для виводу графіка биття у функції кута повороту шпинделя.

Результати розрахунків наведені на рис. 4, б. Там показана одна із реалізацій випадкової функції, що визначає радіальне биття шпинделя в залежності від кута його повороту.



а)



б)

Рис. 4. S – модель (а) для реалізації розрахунку биття шпинделя в залежності від кута його повороту та результати розрахунків окремої реалізації випадкового биття шпинделя (б)

Із аналізу графіка видно, що максимальне значення биття становить 3 мкм, а середнє значення – приблизно 0,8 мкм. За своєю структурою дана реалізація випадкового процесу відповідає нестационарному квазіперіодичному випадковому процесу.

Розроблена структурна модель биття шпинделя може бути використана як складова загальної математичної моделі шпиндель–інструмент, призначеної для розрахунку геометричної та кінематичної точності верстата, оснащеного фрезою косокутного різання.

МЕЛЬНИЧУК Петро Петрович – кандидат технічних наук, доцент, ректор Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- дослідження у галузі механіки руйнування;
- технологія машинобудування.

СТРУТИНСЬКИЙ Василь Борисович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри “Конструювання верстатів та машин” Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Наукові інтереси:

- математичне моделювання технічних систем і процесів;
- статистична динаміка машин;
- системи приводів.

Подано 13.06.2001