УДК 621.9

**П.О. Захаров, к.т.н., доц.**
*Луцький державний технічній університет*

# ВИЗНАЧЕННЯ СТРАТЕГІЇ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ПРИ ДОСЛІДЖЕННЯХ ОБ'ЄКТА В КРИТИЧНІЙ ОБЛАСТІ ЙОГО РОБОТИ

*Запропонована методика реалізації стратегії планування експериментів при дослідженні об'єктів нової техніки і технічних процесів у критичній області їх працездатності.*

При експериментальному дослідженні об'єктів нової техніки або нових технологічних процесів виникає задача управління в критичній області їх працездатності. При цьому часом поведінка досліджуваного об'єкта, наприклад, надшвидкого вузла, прогнозується лише на рівні гіпотези, а вихід об'єкта з ладу обумовлює значні затрати часу і коштів на його відновлення. Природною в цьому випадку є стратегія експериментальних досліджень, коли вихід в критичну область функціонування об'єкта здійснюється поступово при накопиченні навчальної інформації про його поведінку. Стратегія планування експериментів, таким чином, полягає в поступовому виконанні таких циклічних етапів: здійснення навчальних експериментів у докритичній зоні функціонування об'єкта з метою накопичення інформації про його поведінку; обробка цієї інформації з метою отримання математичної моделі, яка відображає цікаві властивості об'єкта; екстраполяція поведінки об'єкта при його управлінні, яка веде у критичну зону функціонування, оцінка глибини цього управління та його амортизація; проведення експерименту в критичній зоні; вибір навчальної серії експериментів на новому, досягнутому в критичній зоні, рівні. Така стратегія дозволяє звести до мінімуму ризик виникнення небезпечних і аварійних ситуацій.

1. Пропонується методика реалізації даної стратегії за допомогою ідентифікації часової характеристики деякого процесу $F(t)$ поведінки об'єкта.

Нехай $i$-та реакція процесу $F_i(t)$ визначається відповідним $i$-тим управлінням $f_i(t)$. Сукупність $N = 1$, $i$ реалізацій $F_i(t)$ та управляння $f_i(t)$ назвемо навчальною. Реалізація $\Phi(t)$ і управління $U(t)$ – прогнозований процес та прогнозоване управління відповідно.

Приймемо ряд припущень, характерних для класичного регресивного аналізу. Вважаємо, що після попередньої реалізації процесу об'єкт перед проведенням кожної наступної цілком відновлюється до початкового стану, а його внутрішні властивості залишаються незмінними.

Припустимо далі, що кожне $i$-те управління, в тому числі і прогнозоване, відтворюється в експерименті без помилок.

Всі управління та реалізації контролюються на однаковому інтервалі часу $t = (0, T)$. Помилки відтворення реалізацій підлягають нормальному закону розподілу, а всі реалізації однаково точні.

Приймемо також одне важливе специфічне припущення: помилка реалізації у момент часу складається адитивне з помилкою $\tau$ у момент часу $\tau + \Delta t$, тобто процес, який вивчається, має лінійну адитивну післядію. При цьому відбувається корекція реалізації за такою формулою:

$$F_i(t + \Delta t) = F_i(t + \Delta t) + \Delta F_i(t), \tag{1}$$

де $\Delta F_i(t)$ – відхилення $i$-ої реалізації від значення в момент часу $t$.

Об'єкт також вважається лінійним динамічним, однак припускається подальша оцінка лінійності.

2. Постановка задачі.

Основною задачею, яку треба розв'язати при реалізації обраної стратегії планування експериментальних досліджень, є знаходження математичної моделі, що характеризує в імовірностному значенні передавальну функцію, яка пов'язує задане управління з реалізацією процесу, що визначає поведінку досліджуваного об'єкта. За таку модель зручно взяти перехідну характеристику $h(t)$, а в ролі функції зв'язку управління $f_i(t)$, реалізації $F_i(t)$ та перехідної характеристики $h(t)$ – інтеграл згортки (або інтеграл Дюамеля) вигляду [1]:

$$F(t) = f(t)h(0) + \int_0^t f'(\tau)h(t-\tau)\,d\tau . \tag{2}$$

Другою задачею є вибір управління $U(t)$, який забезпечує з мінімальними ризиками досягнення потрібного рівня $\Phi(t)$ у критичній зоні.

Третьою задачею є формування достатньої мінімальної серії навчальних управлінь $f_i(t)$, $i = 1, N$ .

3. Визначення перехідної характеристики об'єкта.

Розв'яжемо задачу в дискретному вигляді. Розіб'ємо часовий інтервал $(0, T)$ на однакові інтервали $\Delta t$ і будемо вважати, що управляючий сигнал змінюється стрибком у момент часу $t_j = j\Delta t$, де $j = 0,1,...k$. При цьому інтегрування в (2) заміниться сумуванням:

$$F_i(t_k) = f_i(t_k)\cdot h(0) + \sum_{j=1}^{k} f_i'(\tau_j)\cdot h(t_k - \tau_j). \tag{3}$$

Позначимо похідну $f_i'(\tau_j)$ лівою кінцевою різницею:

$$f_i'(\tau_j) = \frac{f_i(\tau_j) - f_i(\tau_{j-1})}{\Delta t} = \frac{f_i(j\Delta t) - f_i[(j-1)\Delta t]}{\Delta t}.$$

Підставляючи останній вираз у (3) і замінюючи $t_j = j\Delta t$, одержимо:

$$F_i(k\Delta t) = f_i(k\Delta t)\cdot h(0) + \frac{1}{\Delta t}\sum_{j=1}^{k}\{f_i(j\Delta t) - f_i[(j-1)\Delta t]\}\cdot h[\Delta t(k-j)]$$

або в позначеннях для решітчатих функцій:

$$F_k^i = f_k^i h_0 + \sum_{j=1}^{k}\left(f_j^i - f_{j-1}^i\right)\cdot h_{k-j}. \tag{4}$$

Змінюючи $k$ від 1 до $k$ і вважаючи $f_0 = 0$, одержимо систему лінійних рівнянь відносно $h_j$, $j = 0,\ k-1$:

$$\begin{bmatrix} 2f_1^i & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 2f_2^i - f_1^i & f_1^i & 0 & \dots & 0 \\ 2f_3^i - f_2^i & f_2^i - f_1^i & f_1^i & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2f_k^i - f_{k-1}^i & f_{k-1}^i - f_{k-2}^i & f_{k-2}^i - f_{k-1}^i & \dots & f_1^i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1^i \\ F_2^i \\ F_3^i \\ \vdots \\ F_k^i \end{bmatrix}$$

або в матричній формі:

$$f^i \cdot h = F^i, \tag{5}$$

де $f$ – матриця розмірності $k \times k$;

$h$ та $F$ – вектори розмірності $k$.

Розв'язком (5) буде вектор

$$H = f^i \cdot F, \tag{6}$$

компонентами якого є дискретні значення $h(t_j)$ у момент часу $t_j$ перехідної характеристики об'єкта на одиничний вплив $f(t_j)$.

Нехай є $M$ реалізацій $F_i(t)$ при $i$-му управлінні $f_i(t)$. Здійснимо корекцію реалізацій адитивного лінійного додавання помилок, усуваючи тим самим впливи передції, відповідно до формули (1).

Середнє значення $i$-ої реалізації при $j = 1$ ($t = \Delta t$) має вигляд:

$$F_1^i = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} F_{1m}^i. \tag{7}$$

Дисперсія реалізації в цій точці –

$$S_1^{i^2} = \frac{\sum_{m=1}^{M}\left(F_1^i - F_{1m}^i\right)^2}{M-1}.$$

Величина відхилення реалізації від середнього значення:

$$\Delta F_{1m}^i = F_{1m}^i - F_1^i.$$

Відповідно до формули (1) здійснимо корекцію реалізації у другій точці або корекцію у рекурентній формі:

$$F_{j+1,m}^i = F_{j=1,m}^i - \Delta F_{j,m}^i, \qquad j = 1, k, \qquad m = 1, m. \tag{9}$$

Після корекції дискретних значень всіх $M$ реалізацій при $i$-му управлінні за формулами (7) та (8) обчислюється середня реалізація $F_j^i$ й дисперсія $S_j^{2i}$. Далі здійснюється перевірка відтворюваності реалізацій при $i$-му управлінні за критерієм Кохрена [2]:

$$G_p^i = \frac{\max\limits_j S_j^{2i}}{\sum\limits_{j=1}^{k} S_j^2} \le G_T(M-1,\, K). \tag{10}$$

При виконанні умови (10) дисперсія відтворюваності реалізацій при $i$-му управлінні така:

$$S^{2i} = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K} S_j^2 . \tag{11}$$

Таким чином, здійснивши $N$ експериментів за $M$ серій, отримаємо значення перехідної характеристики $U$ у вигляді $N$ векторів розмірністю $K$.

Для подальших обчислень $h$ необхідно перепровірити гіпотезу про однорідність вибіркових дисперсій відтворення при окремих $i$-х управліннях:

$$H_0 : S^{1^2} = S^{2^2} = \ldots = S^{i^2} = \ldots = S^{N^2} .$$

При однаковій кількості серій $M$ в кожному досліді можна також скористатися статистикою Кохрена:

$$G_p = \frac{\max\limits_i S^{i^2}}{\sum\limits_{i=1}^{N} S^{i^2}} \le G_i(M-1,\, N).$$

При використанні умови (12) середнє значення перехідної характеристики обчислюється:

$$h_j = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} h_j^i}{N}, \tag{13}$$

з дисперсією відтворюваності прогнозованого сигналу

$$S^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} S^{i^2} .$$

4. Прогнозування поведінки об'єкта при заданому управлінні $U(t)$. Задане управління $U(t)$ представляється у дискретній формі $U_j$, $j = 1, k$.

Використовуючи (4), запишемо:

$$\Phi_k = U_k h_0 + \sum_{j=1}^{k}\left(U_k - U_{r-1}\right)\cdot h_{k-j},\, k = 1, k . \tag{14}$$

Останній вираз дозволяє отримати прогнозовану реалізацію "в середньому". При відомій дисперсії $S^2$ (13) нескладно здійснити інтервальну оцінку $\Phi(t)$ на підставі припущення про нормальний закон розподілу $\Phi(k)$, правомірність якого обумовлена центральною граничною теоремою [3].

Наведена методика опробована імітаційною комп'ютерною програмою, в якій на об'єкт, що має задану перехідну функцію, накладався псевдовипадковий параметр шуму та дрейфу. Моделювання показало достатню ефективність здійснення експериментальних досліджень динамічних об'єктів у критичній області їх роботи.

**ЛІТЕРАТУРА:**

1. *Ершова В.В.* Импульсные функции. Функции комплексной переменной. Операционное исчисление / Под ред. В.И. Ахматовой. – Минск: "Вышэйш. школа", 1976.
2. *Н.Джонсон, Ф.Лион.* Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Метод обработки данных: Пер. с английского / Под ред. Э.К. Лецкого. – М.: "Мир", 1980.
3. Математическая теория планирования экспериментов / Под ред. С.М. Ермакова. – М.: Наука, 1983.

ЗАХАРОВ Петро Олексійович – кандидат технічних наук, доцент кафедри верстатів Луцького державного технічного університету.

Наукові інтереси:

– прецизійна обробка деталей машин.

Адреса: 263026 м. Луцьк, проспект Соборності, 6, кв. 133;

дом.тел. (03322) 35133, роб.тел. (03322) 68068; E-mail: Zaharov@ldtu.lutsk.ua

Подано 12.06.2001