

В.А. Сало, д.т.н., проф.  
А.П. Горбунов, к.т.н., доц.  
В.М. Нечипоренко, к.т.н., доц.

Національна академія Національної гвардії України (м. Харків)

## Дослідження вірогідної зони придатних посадок з натягом при автоматизованому проектуванні

В роботі виконується пошук форм вірогідної зони для вибору раціональної посадки у двовимірній системі координат та запропоновано алгоритм їх аналітичного опису за допомогою застосування математичного апарату теорії  $R$ -функцій на прикладі посадки з натягом при автоматизованому проектуванні.

**Ключові слова:** аналітичний апарат теорії  $R$ -функцій; посадка з натягом; автоматизований розрахунок; кінцева множина придатних посадок; вірогідна зона.

**Постановка проблеми.** До сучасних машин висуваються підвищені вимоги до їх ефективності та якісного технічного рівня. Такі вимоги все більше потребують оновлення та модернізації виробництва на основі проектування виробів із застосуванням комп'ютерних ІТ-технологій.

З'єднання з натягом по гладкій поверхні широко застосовуються у виробах технічного призначення. Вони відрізняються простотою конструкції, відносно швидкими способами складання, а також низькою собівартістю. Величина натягу залежить від багатьох факторів, які проектувальнику досить складно врахувати під час типового розрахунку. Впровадження автоматизованого проектування посадок з натягом дозволяє врахувати більшість з цих факторів та підвищити продуктивність процесу проектування (скоротити терміни проектування, технологічної підготовки виробництва та самого процесу виготовлення виробів) [4, с. 82–86], [5, с. 30–36]. Аналітичний опис математичних моделей при автоматизованому проектуванні з'єднань з натягом для вузлів машин і механізмів є основою для вибору раціонального остаточного проектного рішення. В цьому полягає актуальність роботи.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Проводячи аналіз останніх досліджень і публікацій [1, с. 49–62], [2, с. 9–11], [5, с. 30–36] та ін., не виявлено чітко сформульованої методики прийняття рішень щодо призначення остаточного варіанту стандартної посадки з натягом з переліку альтернативних, що відповідають допустимим умовам. Авторами даної статті ведуться дослідження, пов'язані з удосконаленням алгоритму вибору стандартної посадки [6, с. 84–87], [3, с. 75–78] і [9, с. 72–75], яка у найближчій перспективі має стати оптимальною.

Для цієї мети на основі розроблених програмних засобів (комп'ютерної програми «Pressing boarding») автоматизованого розрахунку посадок з натягом авторами наукових робіт [7, с. 73–75], [8, с. 98–101] проаналізовано результати статистико-аналітичних досліджень отриманих даних. За допомогою використання аналітичного апарату теорії  $R$ -функцій [10] запропоновано опис допустимих рішень плоскої моделі  $pN$  області існування посадок з натягом та кінцевої множини придатних стандартних посадок з натягом (КМПСПЗН) у зазначеному дискретному перерізі  $n$ -параметричної моделі для певного значення робочої довжини  $l$  (рисунку 1).

Опис такої аналітичної моделі кінцевої множини придатних стандартних посадок показав високу ефективність отриманої авторами методики та її відповідність реальної геометричної області існування раціональних посадок при автоматизованому проектуванні гладких з'єднань.

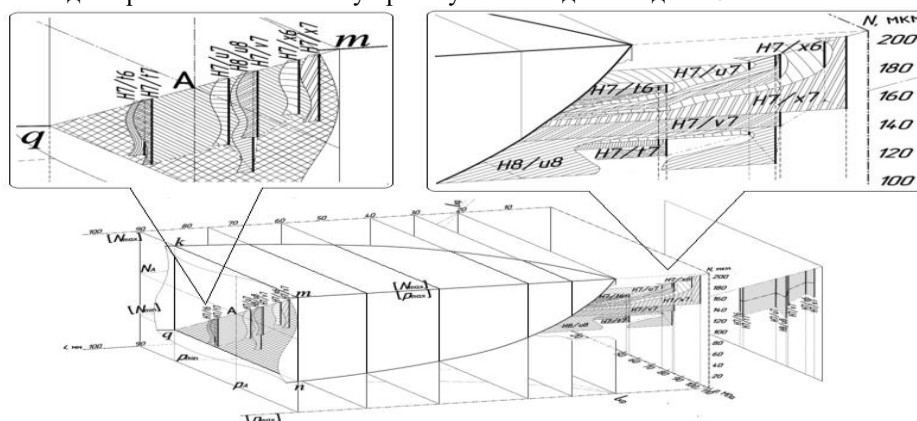


Рис. 1. Комплексні результати дослідження з'єднання з натягом у вигляді об'ємної моделі при дискретних значеннях довжини посадки

Для вибору оптимальної стандартної посадки з кінцевої множини придатних необхідно прийняти спочатку форму їх вірогідної зони, в яку попадає один чи декілька імовірнісних допусків. Очевидно, що слід обирати ту посадку, яка в означеній зоні має найбільшу довжину імовірнісного допуску [3, с. 77–78], [9, с. 73–74].

**Постановка завдання (формулювання мети статті).** Важливою задачею даного дослідження є аналітичний опис на основі теорії  $R$ -функцій [10] форми вірогідної зони локалізації сукупності придатних посадок з натягом у двовимірній системі координат з метою вибору раціонального проектного рішення й удосконалення запропонованої авторами методики при автоматизованому проектуванні гладких з'єднань.

**Викладення основного матеріалу.** Розглянемо розв'язання сформульованої задачі на прикладі гладкого з'єднання з натягом, що виконано в роботах [7, с. 73] і [8, с. 98].

Згідно з науковими результатами робіт [3, с. 77–78] і [9, с. 73–74] раціональну  $i$ -у стандартну посадку необхідно шукати в околицях точки  $A$  ( $p_i \rightarrow p_A, N_i \rightarrow N_A$ ) (див. рисунки 1 і 2). Навколо цієї точки треба виділити вірогідну зону, в яку попадає певна частина кількох стандартних посадок з сукупної множини допустимих.

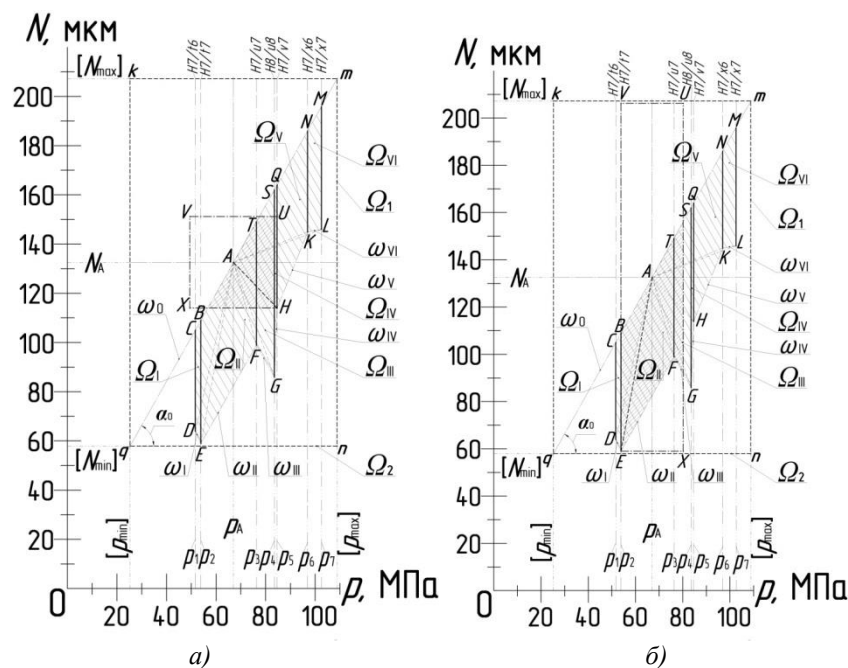


Рис. 2. Вірогідні прямокутні зони  $HUVX$  (а) і  $EXUV$  (б) відносно найменшого імовірнісного натягу  $N_{\min}$

Оскільки загальна плоска область допустимих рішень має форму прямокутника, то у першому наближенні вірогідну зону є сенс прийняти у вигляді подібної форми відносно найменшого імовірнісного натягу  $N_{\min}$ .

Для цієї мети можна прийняти за основу найближчу або найвіддаленішу від точки  $A$  екстремальну точку імовірнісного натягу  $N_{\min}$  з множини придатних з'єднань  $ABCDEFGHIJKLMNQST$  (рисунк 2), що вписується в область допустимих значень  $\Omega_{12}$  – прямокутник  $ktnq$ .

Якщо прийняти за основу найближче значення  $N_{\min}$  (точка  $H$  відрізка  $QH$ , що відповідає посадці  $H7/v7$ ) від точки  $A$  (рисунку 2, а), то відстань з базовою півдіагоналлю  $AH$  виявляється найменшою у порівнянні з іншими посадками. Описуючи замкнену зону, яка має центр симетрії у точці  $A$ , утворюється прямокутник  $HUVX$  з базовою вершиною  $H$ , тобто всі точки вершин такої фігури від центру рівновіддалені та дорівнюють величині  $AH$ .

Рівняння вірогідної зони  $HUVX$  прямокутної форми за теорією  $R$ -функцій отримується аналогічно результату роботи [7, с. 73]:

$$\begin{aligned}\Omega_{\overline{H}} &= \Omega_{H} \wedge_0 \Omega_{\underline{H}} = \left( (p_A - p_5)^2 - (p - p_A)^2 \right) \wedge_0 \left( (N_A - N_{5\min})^2 - (N - N_A)^2 \right) = \\ &= \left( p_5^2 - 2p_A(p_5 - p) - p^2 \right) \wedge_0 \left( N_{5\min}^2 - 2N_A(N_{5\min} - N) - N^2 \right),\end{aligned}\quad (1)$$

та має остаточно аналітичний вигляд:

$$\Omega_{\overline{H}} = \left( p_5^2 - 2p_A(p_5 - p) - p^2 \right) + \left( N_{5\min}^2 - 2N_A(N_{5\min} - N) - N^2 \right) - \sqrt{\left( p_5^2 - 2p_A(p_5 - p) - p^2 \right)^2 + \left( N_{5\min}^2 - 2N_A(N_{5\min} - N) - N^2 \right)^2}, \quad (2)$$

де  $\wedge_0$  – символ  $R$ -кон'юнкції, що означає перетин множин [10, с. 13, 19–24];

$\Omega_{\overline{H}}$  і  $\Omega_{\underline{H}}$  – області прямокутної зони  $HUVX$  у вигляді відповідно вертикальної і горизонтальної ліній відносно півдіагоналі  $AH$ ;

$p$  – змінна величина (аргумент функції координатної осі  $p$ ), МПа;

$N$  – змінна величина (аргумент функції координатної осі  $N$ ), мкм;

$p_A$ ;  $N_A$  – дійсні координати центру симетрії (точки  $A$ ) допустимих значень діапазонів питомого тиску і натягу;

$p_5$  – величина дійсного тиску стандартної посадки  $H7/v7$  (відрізку імовірнісного допуску  $QH$ ), МПа;

$N_{5\min}$  – координата мінімального натягу стандартної посадки  $H7/v7$  (точка  $H$  відрізка імовірнісного допуску  $QH$ ) для тиску  $p_5$ , мкм.

Рациональну посадку слід обирати з вірогідної зони  $HUVX$ , що входить до границь трикутника  $mnp$ , який відсікається діагоналлю  $mq$  [3, с. 78] і [7, с. 74]. Рівняння урізаної ефективної зони виглядає наступним чином:

$$\begin{aligned}\Omega_{\overline{H}} &= \Omega_{\overline{H}} \wedge_0 \omega_0 = \left( \Omega_{\overline{H}} \wedge_0 \Omega_{\underline{H}} \right) \wedge_0 \omega_0 = \\ &= \left( \left( p_5^2 - 2p_A(p_5 - p) - p^2 \right) \wedge_0 \left( N_{5\min}^2 - 2N_A(N_{5\min} - N) - N^2 \right) \right) \wedge_0 \left( p - \frac{[p_{\max}] - [p_{\min}]}{[N_{\max}] - [N_{\min}]} N + \frac{[p_{\max}] - [p_{\min}]}{2} \right).\end{aligned}\quad (3)$$

У рівнянні (3)  $\omega_0$  – верхня границя максимальних значень натягів  $N_{i\max}$  допуску стандартних посадок КМПСПЗН, що описано в роботі [7, с. 74]:

$$\omega_0 = p - \frac{[p_{\max}] - [p_{\min}]}{[N_{\max}] - [N_{\min}]} N + \frac{[p_{\max}] - [p_{\min}]}{2}, \quad (4)$$

де  $[p_{\min}]$  – мінімальний допустимий питомий тиск, МПа;

$[N_{\min}]$  – мінімальний допустимий натяг, мкм;

$[p_{\max}]$  – максимальний допустимий питомий тиск, МПа;

$[N_{\max}]$  – максимальний допустимий натяг, мкм.

У прямокутну урізану зону  $HUVX$  попадає більша частина відрізка  $QH$  (посадки  $H7/v7$ ), тобто  $UH = VX = 37,19$  мкм. Крім того, в цей прямокутник попадають більші частини відрізка  $SG$  ( $H8/u8$ ), що дорівнюють довжині  $UÍ$ , та трохи менша частина  $TF$  ( $H7/u7$ ), яка складає 35 мкм. Оскільки інші чотири посадки ( $H7/x6$ ,  $H7/x7$ ,  $H7/t7$  і  $H7/t6$ ) в означену зону не попадають, а  $H7/u7$  займає меншу довжину в порівнянні з  $H7/v7$  і  $H8/u8$ , тоді перед проектувальником стоїть альтернативний рівнозначний вибір серед цих двох останніх посадок. Отже, слід обрати посадку  $H8/u8$ , оскільки вона розташована ближче до центра групування точки  $A$  та є більш переважною, ніж  $H7/v7$ .

Якщо прийняти за основу найвіддаленіше значення  $N_{\min}$  (точка  $E$  відрізка  $BE$  для посадки  $H7/t7$ ) від точки  $A$  (рис. 2,б), з найбільшою базовою півдіагоналлю  $AA'$ , то в прямокутну зону  $EXUV$ , що відсікається діагоналлю  $mq$ , повністю попадає посадка  $H7/t7$ , а також  $H7/u7$  розміром імовірнісних допусків по 50 мкм кожна. В цьому випадку визначити перевагу однієї з двох посадок визначити також

складно, хоча посадка  $H7/u7$  знаходиться ближче до точки  $A$  і вона є більш переважною, ніж  $H7/t7$ .

Рівняння прямокутної форми вірогідної зони  $EXUV$  має аналітичний вигляд:

$$\Omega_{\square} = (p_2^2 - 2p_A(p_2 - p) - p^2) + (N_{2\min}^2 - 2N_A(N_{2\min} - N) - N^2) - \sqrt{(p_2^2 - 2p_A(p_2 - p) - p^2)^2 + (N_{2\min}^2 - 2N_A(N_{2\min} - N) - N^2)^2}, \quad (5)$$

а рівняння ефективної вірогідної зони (прямокутника  $EXUV$ ) виглядає наступним чином:

$$\Omega_{\square} = \Omega_{\square} \wedge_0 \omega_0 = (\Omega_{\square} \wedge_0 \Omega_{\square}) \wedge_0 \omega_0 = \left( (p_2^2 - 2p_A(p_2 - p) - p^2) \wedge_0 (N_{2\min}^2 - 2N_A(N_{2\min} - N) - N^2) \right) \wedge_0 \left( p - \frac{[p_{\max}] - [p_{\min}]}{[N_{\max}] - [N_{\min}]} N + \frac{[p_{\max}] - [p_{\min}]}{2} \right), \quad (6)$$

де  $\Omega_{\square}$  і  $\Omega_{\square}$  – області прямокутної зони  $EXUV$  у вигляді відповідно вертикальної і горизонтальної ліній відносно півдіагоналі  $AE$ ;

$p_2$  – величина дійсного тиску стандартної посадки  $H7/t7$  (відрізку імовірнісного допуску  $BE$ ), МПа;

$N_{2\min}$  – координата мінімального натягу стандартної посадки  $H7/t7$  (точка  $E$  відрізку імовірнісного допуску  $BE$ ) для тиску  $p_2$ , мкм.

Як видно з результатів дослідження, призначення єдиного раціонального проектного рішення гарантується не у всіх випадках. Тому на практиці слід покладатися на суб'єктивну думку проектувальника, який враховує досвід застосування посадок для відповідного випадку. Отже, при використанні вірогідної зони суттєво зменшується кількість альтернативних посадок з КМПСПЗН, чим значно спрощується вибір стандартної посадки.

**Висновки і перспективи подальших розвідок.** Таким чином, в результаті застосування аналітичного апарату теорії  $R$ -функцій, в роботі представлено математичний опис прямокутних ефективних форм, в яких слід обирати остаточне проектно рішення у вигляді стандартної посадки з натягом. За результатами даного дослідження з'являється можливість здійснити модернізацію програмного засобу (комп'ютерної програми «Pressing boarding»), призначеного для автоматизованого проектування посадок з натягом, який вже впроваджено у навчальний процес в НАНГУ, та автоматизувати процес вибору посадки.

У зв'язку з можливістю існування інших форм вірогідної зони кінцевої множини придатних стандартних посадок з натягом у перспективі авторами планується дослідити еліпсоїдні і колові форми зони КМПСПЗН та порівняти з дослідженими формами у даній статті.

#### Список використаної літератури:

1. Дунаев П.Ф. Допуски и посадки. Обоснование выбора / П.Ф. Дунаев, О.П. Леликов, Л.П. Варламова. – М. : Высш. шк., 1984. – 112 с.
2. Кулиш Е.В. Методика расчета прессовых полисоединений / Е.В. Кулиш // Вестник машиностроения. – 2007. – № 9. – С. 9–11.
3. Новий науково обґрунтований метод автоматизованого проектування посадок з натягом / П.І. Літовченко, В.М. Нечипоренко, В.А. Сало, Л.П. Іванова // Збірн. наук. праць Академії внутрішніх військ МВС України. – Х. : Акад. ВВ МВС України, 2013. – Вип. 1. – С. 74–79.
4. Літовченко П.І. Про підвищення ефективності і рівня формалізації автоматизованого розрахунку пресових посадок / П.І. Літовченко, В.М. Нечипоренко // Збірн. наук. праць Академії ВВ МВС України. – 2011. – Вип. 2. – С. 81–87.
5. Морозов И.М. Основы технологии сборки в машиностроении : учеб. пособие : компьютерная версия / И.М. Морозов, В.Ю. Шамин. – Челябинск : ЮУрГУ, 2006. – 72 с.
6. Вибір і автоматизований розрахунок раціональних посадок з натягом на основі додаткових критеріїв / В.М. Нечипоренко, П.І. Літовченко, В.А. Сало, Л.П. Іванова // Збірн. наук. праць Академії ВВ МВС України. – 2012. – Вип. 2. – С. 83–87.
7. Використання теорії  $R$ -функцій для створення раціональних посадок з натягом / В.М. Нечипоренко, В.А. Сало, П.І. Літовченко, Б.В. Ковбаска, Д.О. Верховубов // Збірник наукових праць НА НГУ. – Харків, 2016. – Вип. 2. – С. 72–76.
8. Метод аналітичного опису кінцевої множини придатних посадок з натягом в області її  $n$ -параметричної моделі / В.М. Нечипоренко, В.А. Сало, П.І. Літовченко, Л.П. Іванова // Збірник наукових праць НА НГУ. – Харків, 2017. – Вип. 1. – С. 97–102.

9. Універсальний алгоритм вибору посадки з натягом на основі нового методу автоматизованого розрахунку її раціональних параметрів / В.М. Нечипоренко, П.І. Литовченко, В.А. Сало, Л.П. Іванова // Збірн. наук. праць Акад. ВВ МВС України. – 2013. – Вип. 2. – С. 72–75.
10. Метод  $R$ -функцій в задачах об изгибе и колебаниях сложной формы / В.Л. Рвачев, Л.В. Крупа, Н.Г. Склепус, Л.А. Учишвили. – Х. : Наукова думка, 1973. – 124 с.

**References:**

1. Dunaev, P.F., Lelikov, O.P. and Varlamova, L.P. (1984), *Dopuski i posadki. Obosnovanie vybora*, Vyssh. shk., Moskva, 112 p.
2. Kulish, E.V. (2007), «Metodika rascheta pressovykh polisoedineniy», *Vestnik mashinostroeniya*, No. 9, pp. 9–11.
3. Litovchenko, P.I., Nechyporenko, V.M., Salo, V.A. and Ivanova, L.P. (2013), «Novyj naukovy obgruntovanyj metod avtomatyzovanogo proektuvannja posadok z natjagom», *Zbirn. nauk. prac' Akademii' vnutrishnih vijs'k MVS Ukrainy*, Issue 1, Akad. VV MVS Ukrainy, Harkiv, pp. 74–79.
4. Litovchenko, P.I. and Nechyporenko, V.M. (2011), «Pro pidvyshhennja efektyvnosti i rivnja formalizacii' avtomatyzovanogo rozrahunku presovyh posadok», *Zbirn. nauk. prac' Akademii' VV MVS Ukrainy*, Issue 2, pp. 81–87.
5. Morozov, I.M. and Shamin, V.Yu. (2006), *Osnovy tekhnologii sborki v mashinostroenii*, uchebnoe posobie, Komp'yuternaya versiya, YuUrGU, Chelyabinsk, 72 p.
6. Nechyporenko, V.M., Litovchenko, P.I., Salo, V.A. and Ivanova, L.P. (2012), «Vybir i avtomatyzovanyj rozrahunok racional'nyh posadok z natjagom na osnovi dodatkovykh kryterii'v», *Zbirn. Nauk. prac' Akademii' VV MVS Ukrainy*, Issue 2, pp. 83–87.
7. Nechyporenko, V.M., Salo, V.A., Litovchenko, P.I., Kovbaska, B.V. and Verhorubov, D.O. (2016), «Vykorystannja teorii'  $R$  – funkcij dlja stvorennya racional'nyh posadok z natjagom», *Zbirnyk naukovykh prac' NA NGU*, Issue 2, Harkiv, pp. 72–76.
8. Nechyporenko, V.M., Salo, V.A., Litovchenko, P.I. and Ivanova, L.P. (2017), «Metod analitychnogo opysu kincevoi' mnozhyny prydatnyh posadok z natjagom v oblasti i'i'  $n$ -parametrychnoi' modeli», *Zbirnyk naukovykh prac' NA NGU*, Issue 1, Harkiv, pp. 97–102.
9. Nechyporenko, V.M., Litovchenko, P.I., Salo, V.A. and Ivanova, L.P. (2013), «Universal'nyj alorytm vyboru posadky z natjagom na osnovi novogo metodu avtomatyzovanogo rozrahunku i'i' racional'nyh parametriv», *Zbirnyk naukovykh prac' Akad. VV MVS Ukrainy*, Issue 2, pp. 72–75.
10. Rvachev, V.L., Krupa, L.V., Sklepus, N.G. and Uchishvili, L.A. (1973), *Metod  $R$ -funktsiy v zadachakh ob izgibe i kolebaniyakh slozhnoy formy*, Naukova dumka, Harkiv, 124 p.

**Сало Валентин Андрійович** – доктор технічних наук, професор, професор кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України (м. Харків).

Наукові інтереси:

– дослідження з'єднань машин при автоматизованому проектуванні.

E-mail: valentinsalo@gmail.com.

**Горбунов Андрій Петрович** – кандидат технічних наук, доцент, заступник начальника навчально-методичного центру, начальник навчального відділу, Національної академії Національної гвардії України (м. Харків).

Наукові інтереси:

– дослідження з'єднань машин при автоматизованому проектуванні.

E-mail: AGorbunov@i.ua.

**Нечипоренко Володимир Миколайович** – кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України (м. Харків).

Наукові інтереси:

– дослідження з'єднань машин при автоматизованому проектуванні.

E-mail: 69nevlani@gmail.com.

Стаття надійшла до редакції 20.10.2017.