

П.В. Фриз, к.т.н., доц.

Житомирський військовий інститут ім. С. П. Корольова

Удосконалений математичний апарат для визначення спостережуваної площі заданого району землі у завданнях космічного моніторингу

Запропоновано удосконалений математичний апарат, адаптований для моделювання процесів космічного моніторингу земної поверхні, зокрема, для визначення географічних координат і розмірів спостережуваної площі заданих районів Землі. При цьому вирішено триєдине завдання: знаходження проекції зони огляду бортової цільової апаратури (БЦА) на плоскій та сферичній підстильній поверхні; обчислення площі земельних ділянок довільних форми і розмірів; обчислення спостережуваної частини заданого району Землі як результат перетину множини елементів проекції зони огляду та елементів всієї площі району спостереження.

Запропонований математичний апарат можна використовувати для моделювання процесів космічних спостережень на етапах планування космічної зйомки та для оцінювання результатів цієї зйомки, а також у навчальному процесі.

Ключові слова: космічні спостереження; моніторинг; спостережувана площа; проекція поля зору; космічний апарат; географічні координати; сферична трапеція; полігон.

Постановка проблеми. В задачах космічних спостережень Землі існує проблема визначення географічного положення та розмірів спостережуваної площі як на етапі планування спостережень, так і на етапі оцінювання їх результатів. Ця проблема породжується дистанційним характером спостережень, складними взаємними переміщеннями Землі і космічних апаратів (КА), похибками в орієнтації поля зору КА та стабілізації його кутового положення, формою та положенням заданих районів (ЗР) Землі та проекції зони огляду КА на земній поверхні і т. ін.

Огляд останніх досліджень і публікацій. Питанням визначення географічного положення та розмірів спостережуваної площі земної поверхні присвячено низку наукових робіт останнього часу, зокрема роботи [1–7]. Але в роботі [1] розглядаються питання визначення площі земельних ділянок без урахування процесу космічної зйомки, у статті [2] наведено математичний апарат для розрахунків розмірів контрольованої ділянки земної поверхні без врахування взаємного положення ЗР і КА.

В роботах [3–5] рекомендуються підходи до обчислення тільки розмірів контрольованих ділянок, але не враховується їх географічне положення. Стаття [6] присвячена проблемі керування кутовим положенням КА для максимізації коефіцієнта накриття полем зору КА заданої ділянки Землі, але не дає кількісних результатів. В роботі [7] зосереджена увага на оцінюванні спостережуваності ЗР у спрощених умовах.

У зв'язку з цим виникає необхідність вирішити завдання комплексного оцінювання спостережуваної площі заданого району Землі з урахуванням географічного положення і форми ЗР, взаємного переміщення цього району і КА та технічних характеристик бортової цільової апаратури (БЦА).

Тому мета даної статті полягає в удосконаленні відомого математичного апарату, адаптованого для визначення спостережуваної площі заданого району Землі у завданнях космічного моніторингу.

Викладення основного матеріалу. Під заданим районом Землі розумітимемо ділянку земної поверхні, яка цікавить замовника зйомки і для якої задані її координати, наприклад (рис. 1):

$$D_{\delta}^{\otimes} = P(\Phi_{\delta}^{\otimes}, \Lambda_{\delta}^{\otimes}), \quad (1)$$

де $\Phi_m^{\otimes}, \Lambda_m^{\otimes}$ – географічні координати центра m -го району (географічні довгота і широта відповідно).

Коли ЗР задається сферичною трапецією $ABCD$, сторонами якої виступають паралелі та меридіани, то формально це можна подати як

$$D_{\delta}^{\diamond} = D(\Phi_{\delta}^i, \Phi_{\delta}^a, \Lambda_{\delta}^n, \Lambda_{\delta}^c), \quad (2)$$

де $\Phi_m^n, \Phi_m^{\delta}, \Lambda_m^c, \Lambda_m^s$ – географічні межі m -го району (північна та південна широта, східна та західна довгота відповідно).

На практиці в цьому випадку часто обмежуються заданням ЗР через координати тільки двох вершин сферичної трапеції [8, 9], наприклад, північно-західної $A(\Phi_m^n, \Lambda_m^s)$ та південно-східної $C(\Phi_m^{\delta}, \Lambda_m^c)$.

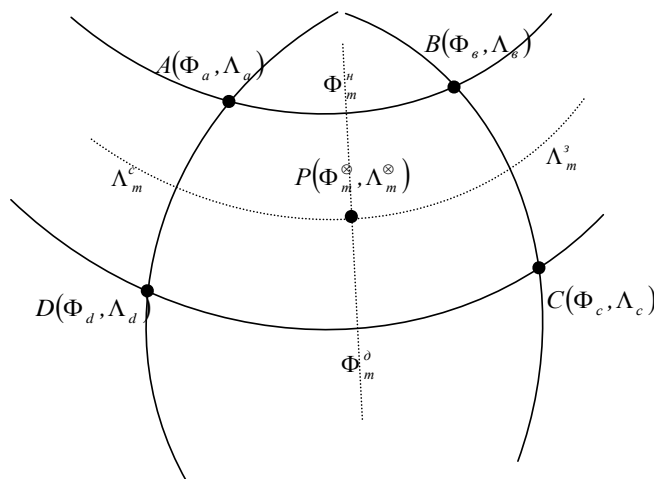


Рис. 1. Способи задання ЗР

Якщо ЗР має форму багатокутника (полігон), то його можна описати як [1, 3]

$$P_m^\perp = P[(X_m^1, Y_m^1), (X_m^2, Y_m^2), \dots, (X_m^k, Y_m^k)], \tag{3}$$

де верхні праві індекси 1, 2, ..., k – номери вершин багатокутника;

(X_m^k, Y_m^k) – декартові координати вершин багатокутника.

Під *спостережуваною площею* розумітимемо ту частину площі ЗР, яка накривається проекцією зони огляду бортової цільової (знімальної) апаратури (БЦА) космічного апарату (КА) за певний час спостереження Δt_{cn} .

Якщо $\Delta t_{cn} = 0$, то *спостережувана площа* ЗР являє собою *миттєву площу зйомки* і визначається площею проекції зони огляду БЦА на земній поверхні $S_{озл}$.

В інших випадках при $\Delta t_{cn} > 0$ отримують інтегральну площу – площу знятої сцени.

Визначення миттєвої площі космічної зйомки. Візьмемо, що зона огляду КА являє собою *правильну прямокутну піраміду KBCFG* (рис. 2а) з кутами при вершині 2α (рис. 2б) і 2β (рис. 1 в), візирна вісь БЦА збігається з висотою цієї піраміди H і направлена в надир, Земля – *плоска* [2, 10].

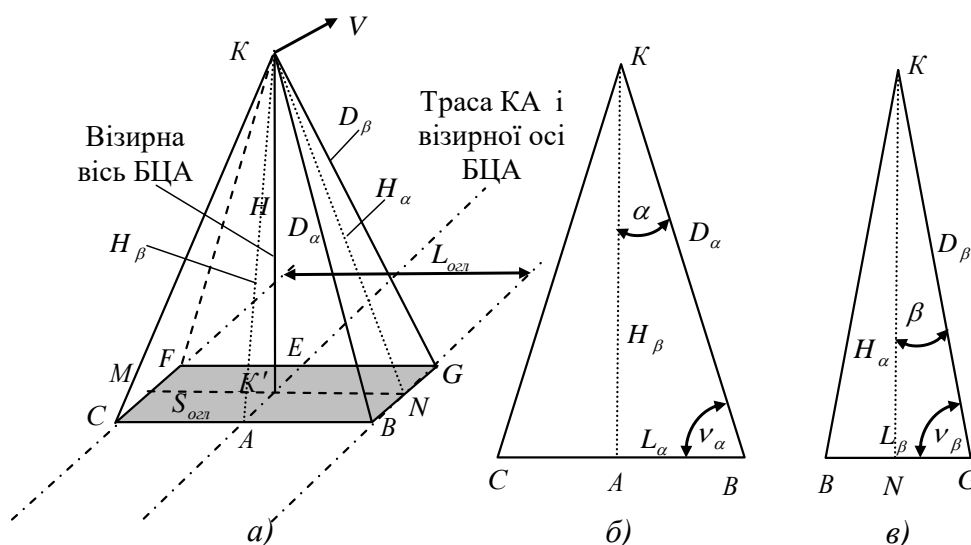


Рис. 2. До ситуації спостережень у надир плоскій Землі пірамідальною зоною огляду КА

У цьому випадку *площа проекції зони огляду* $S_{озл}$ являє собою площу прямокутника $CFGB$ (рис. 2 а), яку можна обчислити як добуток його сторін

$$S_{озл} = CB \cdot BG = 2L_\alpha \cdot 2L_\beta, \tag{4}$$

де

$$L_{\alpha} = H \cdot \operatorname{tg} \alpha / \cos \beta ; \quad (5)$$

$$L_{\beta} = H \cdot \operatorname{tg} \beta / \cos \alpha . \quad (6)$$

Підставивши (5) та (6) в (4), отримаємо миттєву площу космічної зйомки

$$S_{\text{озл}} = 4H^2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta / \cos \alpha \cdot \cos \beta . \quad (7)$$

Оскільки в реальних умовах кути поля зору БЦА невеликі ($\alpha \leq 10^\circ$ і $\beta \leq 10^\circ$), то отримані залежності можна застосовувати і для сферичної моделі Землі.

Якщо за рахунок кутового маневру КА за креном його зона огляду і візирна вісь БЦА відхилені від надира на кут η (рис. 3б), то проекція зони огляду БЦА на поверхні плоскої Землі трансформується в рівнобічну трапецію $C_1B_1G_1F_1$ (рис. 3а).

У цьому випадку площа проекції зони огляду являє собою площу трапеції $C_1F_1G_1B_1$ (див. рис. 3а), яку можна обчислити як добуток середньої лінії трапеції A_1E_1 на її висоту M_1N_1 [10], тобто

$$S_{\text{озл}}(\eta) = A_1E_1 \cdot M_1N_1 . \quad (8)$$

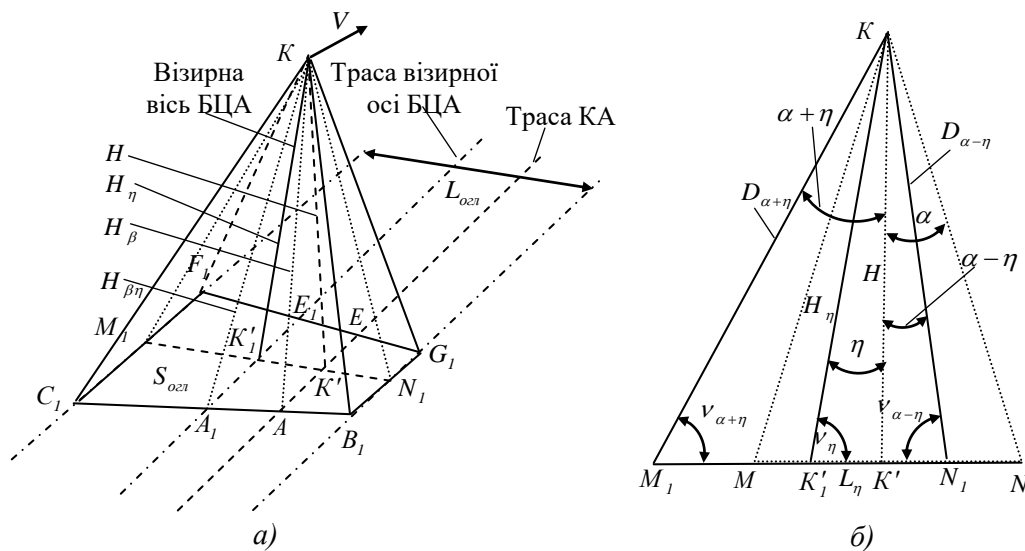


Рис. 3. До ситуації спостережень плоскої Землі пірамідальною зоною огляду КА з відхиленням візирної осі БЦА за креном

Середня лінія трапеції A_1E_1 являє собою півсуму її основ. Тоді можна записати (див. рис. 3а):

$$A_1E_1(\eta) = H [\sec(\alpha + \eta) + \sec(\alpha - \eta)] \operatorname{tg} \beta . \quad (9)$$

Ширина смуги огляду являє собою висоту трапеції M_1N_1 (див. рис. 3а). Її можна знайти як [10]

$$L_{\text{озл}}(\eta) = H [\operatorname{tg}(\alpha + \eta) + \operatorname{tg}(\alpha - \eta)] . \quad (10)$$

Для сферичної Землі ширину смуги огляду слід розраховувати за формулою [2]

$$\hat{L}_{\text{озл}}(\eta) = R_3 \{ \pi - 2\alpha - \arccos [A_H \sin(\alpha - \eta)] - \arccos [A_H \sin(\alpha + \eta)] \} . \quad (11)$$

де $A_H = (R_3 + H) / R_3$ – аргумент висоти орбіти КА.

Межі застосування формул (10) або (11) слід вибрати залежно від кута крену. Як видно із рис. 4 при відхиленнях візирної осі БЦА від надира в межах $\eta \approx \pm 30^\circ$, що характерно для вітчизняних КА типу Січ [8], можна застосовувати плоску модель Землі та користуватись формулою (10). Для сучасних іноземних

КА ДЗЗ допускають відхилення візирної осі БЦА в межах $\eta \approx \pm 60^\circ$ [11, 12]. Тому залежно від конкретного значення кута крену слід вибирати ту чи іншу формулу. До речі, оскільки формула (11) більш універсальна, то нею можна користуватись завжди.

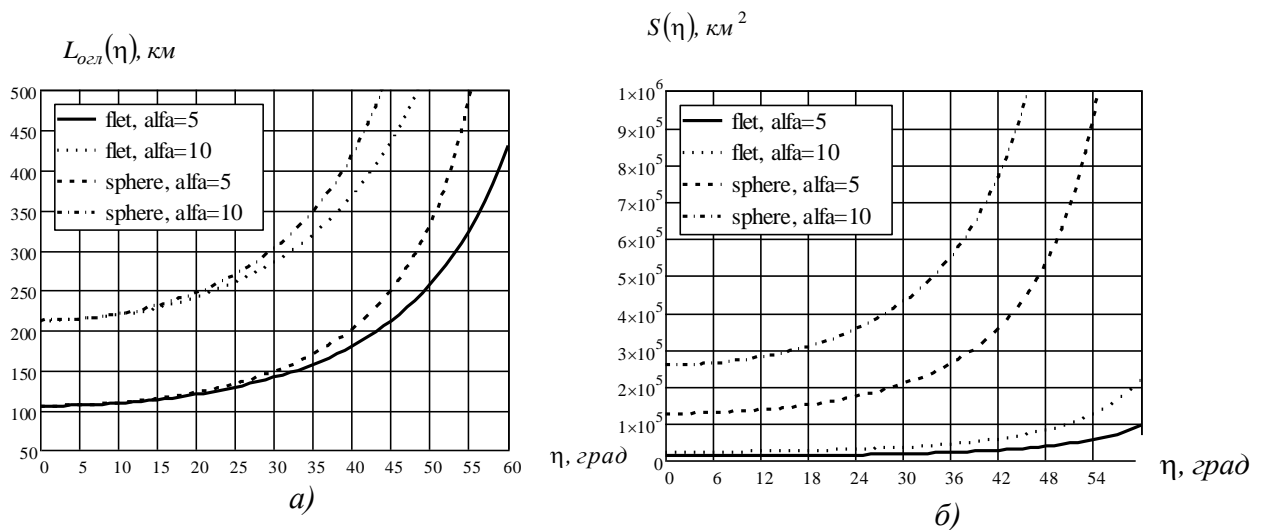


Рис. 4. Залежність ширини смуги огляду (а) та миттєвої площі зйомки (б) від крену
Flet – плоска Земля; sphere – сферична Земля; alfa – кут α в градусах

Підставивши вирази (9) та (10) у формулу (8), отримаємо кінцевий вираз для обчислення площі проекції зони огляду (миттєвої площі зйомки) на *плоскій* Землі при *відхиленнях* візирної осі від надира

$$S_{\text{озл}}(\eta) = H^2 \operatorname{tg} \beta [\operatorname{tg}(\alpha + \eta) + \operatorname{tg}(\alpha - \eta)] \cdot [\sec(\alpha + \eta) + \sec(\alpha - \eta)]. \quad (12)$$

Для обчислення миттєвої площі зйомки на *сферичній* Землі при *відхиленнях* візирної осі від надира можна скористатись наближеною формулою, отриманою як добуток виразів (9) та (11):

$$\widehat{S}_{\text{озл}}(\eta) \approx \widehat{L}_{\text{озл}}(\eta) \cdot H [\sec(\alpha + \eta) + \sec(\alpha - \eta)] \operatorname{tg} \beta. \quad (13)$$

Формула (13) є наближеною через те, що хоча ширина смуги огляду БЦА (11) враховує сферичність Землі, проте другий добуток – середня лінії трапеції (9) – знайдений тільки для плоскої Землі. Отже, формула (13) виражає добуток, перший із співмножників якого являє собою дугу на сферичній Землі, а другий – пряму на плоскій Землі. Іншими словами, ця формула характеризує площу *плоскої* трапеції, але зі збільшеною за рахунок сферичності Землі висотою, а насправді треба знайти площу *сферичної* трапеції. Як показав досвід, таке спрощення часто є прийнятним для практичних завдань космічних спостережень.

Графіки (рис. 4), побудовані за формулами (12) та (13), свідчать про те, що:

а) миттєві площі зйомки визначаються *технічними характеристиками* БЦА та *висотою* орбіти, але не залежать від параметрів орбітального руху КА;

б) при відхиленнях візирної осі БЦА від надира ці *площі суттєво зростають*, особливо при кутах крену $\eta \geq 30^\circ$;

в) відхилення візирної осі БЦА від надира поряд зі збільшенням миттєвої площі зйомки призводить, на жаль, до *погіршення детальності* отримуваних зображень. При $\eta \approx 30^\circ$ величина детальності ΔL_η погіршується на 40 % [13].

Миттєву площу зйомки заданого m -го ЗР можна обчислювати через операцію *перетинання* двох множин (рис. 5) [14]:

а) миттєвої площі зйомки $\mathbf{S}_{\text{орл}} = \{s_j\}$ – площі проекції зони огляду БЦА 1'2'3'4' (рис. 5 а, б), вираженої через множину елементарних ділянок земної поверхні s_j , $j = \overline{1, J}$;

б) повної площі m -го ЗР $\mathbf{Q}_m = \{q_{mi}\}$, $i = \overline{1, I}$, $s_j = q_{mi}$ – площі багатокутника 12345 (рис. 5 а).

Як наслідок отримаємо багатокутник 1"2"3"4"5"6"7"8" (рис. 5а), який і являє собою миттєву площу зйомки заданого ЗР.

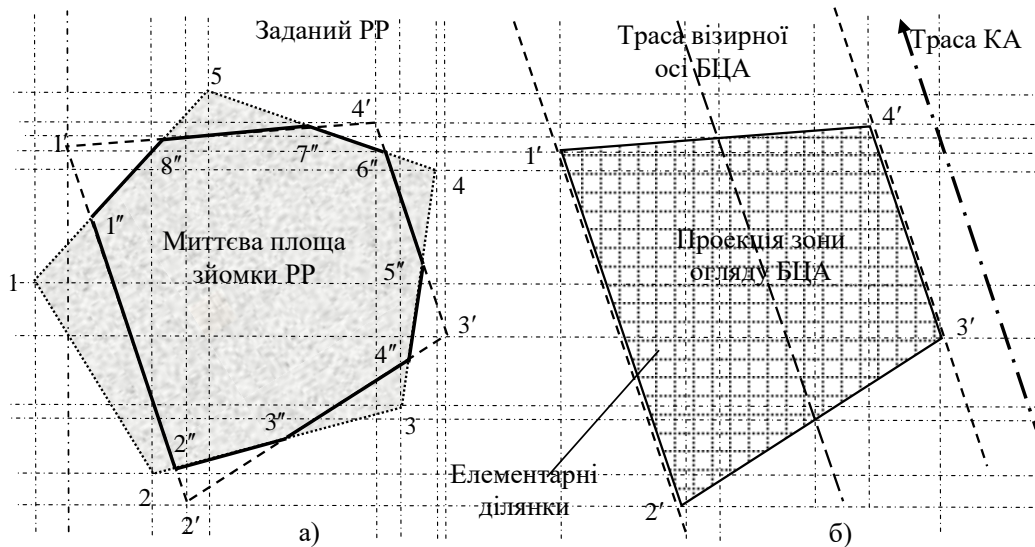


Рис. 5. До питання визначення миттєвої площі зйомки заданого ЗР

Виходячи з того, що на практиці миттєва площа зйомки не обов'язково повністю вписується в межі заданого ЗР, слід відрізнити корисну та марну частин цієї площі.

Формально операцію визначення *корисної* миттєвої площі зйомки можна подати мовою теорії множин як [4, 7, 14]

$$Q_m^{MB} = S_{огл} \cap Q_m \quad (14)$$

Для кількісного оцінювання долі *корисної миттєвої* площі зйомки відносно повної площі заданого ЗР можна скористатись *миттєвим просторовим коефіцієнтом накриття*

$$K_m^Q = Q_m^{MB} / Q_m \quad (15)$$

де правий верхній індекс Q означає «просторовий» на відміну, наприклад, від часового, спектрального і т.п.

За необхідності у багатомірних завданнях космічних спостережень поряд з параметрами (14) та (15) можна ввести уточнюючі позначення, наприклад:

$Q_m^{cn}(n_z)$ – спостережувана площа m -го району на n -му витку орбіти z -го КА;

$K_m^Q(n) = Q_m^o(n) / Q_m(n)$ – просторовий коефіцієнт накриття m -го району на n -му витку орбіти КА;

$K_m^Q(n_z) = Q_m^o(n_z) / Q_m(n_z)$ – просторовий коефіцієнт накриття m -го району на n -му витку орбіти z -го КА і т.п.

Аналіз запропонованого просторового коефіцієнта накриття (15) показує, що він відображає такі можливі ситуації:

а) якщо $S_{огл} \not\subset Q_m$, то $K_m^Q = 0$ – поле зору БЦА не наведено на заданий ЗР. Усунути причину можна за рахунок вибору іншого витка орбіти (грубо) та необхідної орієнтації КА або тільки БЦА (точно);

б) якщо $S_{огл} \approx Q_m$ та $S_{огл} \subset Q_m$, то $0 \leq K_m^Q \leq 1$, причому чим ближчі між собою за розмірами площі проєкції поля зору і заданого ЗР і чим точніше наведення поля зору на ЗР, тим більше просторовий коефіцієнт накриття $K_m^Q \rightarrow 1$. Це бажана ситуація з огляду на повноту виконання завдання та мінімізацію витрат на отримання ЦІ;

в) якщо $S_{огл} > Q_m$ та $S_{огл} \subset Q_m$, то $0 \leq K_m^Q \leq K^*$, де $K^* = S_{огл} / Q_m > 1$ – коефіцієнт надлишковості. Така ситуація забезпечує виконання завдання, але призводить до марних витрат ресурсів. За можливості можна вибрати інший КА, характеристики якого наближалися до попередньої ситуації.

Варіанти подібних ситуацій нескладно поповнити, але це виходить за об'єми статті. Важливо те, що запропонований підхід висвітлює можливі шляхи для оцінювання і покращання спостережуваності заданих ЗР.

Визначення площі знятої сцени. *Знята сцена* – це частина смуги огляду КА, що обмежена шириною смуги огляду $L_{огл}$ та довжиною спостережуваної ділянки $D_v(t)$, яка утворюється за рахунок орбітального руху КА з лінійною швидкістю $V(t)$ за час спостереження [4, 7, 15]

$$\Delta t_{cn} = t_k - t_n \quad (16)$$

де t_n і t_k – моменти початку і кінця спостереження відповідно.

Для розрахунків площі знятої сцени скористаємось формулою [2]:

$$S_{сц} = S_{озл} + L_{озл} \int_{t_n}^{t_k} A_H \sqrt{\mu_0 \left(\frac{2}{R_3 + H(t)} - \frac{1}{a} \right)} dt, \quad (17)$$

де $R_3 = 6371$ км – середній радіус Землі;

$\mu_0 = 3,986 \cdot 10^5$ км³/с² – гравітаційний параметр Землі;

$a = 0,5(H_A + H_{II} + 2R_3)$ – велика піввісь еліптичної орбіти;

H_A і H_{II} – висота апогею і перигею еліптичної орбіти;

$H = H(t)$ – поточна висота орбіти КА.

Якщо для спостережень застосовують колові або майже колові орбіти, то для розрахунків площі знятої сцени замість виразу (17) можна скористатись спрощеною формулою:

$$S_{сцо} \approx S_{озл} + L_{озл} \frac{R_3 \sqrt{\mu_0 / (R_3 + H_o)}}{R_3 + H_o} \Delta t_{сн}. \quad (18)$$

Виходячи з того, що на практиці знята сцена не обов'язково повністю належить до меж заданого ЗР, слід відрізнити корисну та марну частин цієї сцени.

Формально операцію визначення *корисної* площі знятої сцени можна подати мовою теорії множин за аналогією з виразом (14) як [2, 7, 14]

$$Q_m^{сн} = S_{сн} \cap Q_m. \quad (19)$$

Для визначення долі *корисної* площі знятої сцени відносно повної площі заданого ЗР можна скористатись *інтегральним просторовим коефіцієнтом накриття*

$$\tilde{K}_m^Q = Q_m^{сн} / Q_m. \quad (20)$$

Крім того, якщо можливо описати форми проекції зони огляду та заданого ЗР аналітичними функціями, то для визначення форми і площі знятої сцени можна скористатись лінійною згортокою цих функцій [7].

Способи визначення площі заданих районів спостереження. Залежно від форми земельних ділянок (полігонів) використовуваних технічних засобів застосовують такі способи визначення площі [1]:

1. Аналітичний – заснований на обчисленні площі за результатами вимірювань ліній і кутів на місцевості із застосуванням формул геометрії і тригонометрії, а також за координатами вершин точок повороту межі земельної ділянки.

2. Механічний – заснований на вимірюванні площ на плані або карті за допомогою планіметрів.

3. Графоаналітичний – заснований на обчисленні площі за результатами вимірювань на плані. Ділянка розбивається на найпростіші геометричні фігури, або вимірювання проводяться за допомогою палеток.

Найбільш точний аналітичний спосіб, так як тут впливають тільки помилки вимірювань на місцевості. Він вимагає великого обсягу обчислень. Однак при наявності карт на цифрових носіях і сучасної обчислювальної техніки це не має особливого значення.

Механічний спосіб є менш точним, але найбільш поширеним завдяки швидкості і простоті визначення площ.

Графоаналітичний спосіб є сенс застосовувати тоді, коли межі прямолінійні і мають мале число поворотів, або площа ділянки на плані мала. Для визначення площі земельної ділянки, межі якої мають прямолінійні обриси і велика кількість точок повороту доцільно визначати площу за координатами точок повороту межі ЗР. Координати точок повороту графічно знімаються за допомогою циркуля-вимірювача і визначаються по лінійці поперечного масштабу.

Аналітичне обчислення площі полігона за декартовими координатами його вершин. Для визначення площі земельних ділянок простої форми на плоскій Землі (рис. 6) відомо безліч формул [10].

Наприклад: площа кола $S_{кр} = \pi r^2$, де r – радіус кола; площа еліпса $S_{ел} = \pi ab$, де a і b – велика і мала півосі еліпса; площа будь-якого трикутника $S_{\Delta} = 0,5ab \sin C$, де a і b – дві сторони трикутника, а C – кут між ними; площа будь-якого трикутника $S_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, де a , b і c – три сторони трикутника, а $p = 0,5(a + b + c)$ – напівпериметр трикутника; площа трапеції $S_{мп} = 0,5(a + b)h$, де a і b – основи трапеції, h – її висота; площу неправильного чотирикутника можна знайти, розбивши його на два трикутники з відомими параметрами і т.п.

Площу багатокутника довільної форми (полігону) можна знайти через обчислення площ відповідних трапецій [1].

Наприклад, для фігури 12345 (рис. 6) найбільш просто її площу можна обчислити, якщо знайти суму площ трьох "великих" трапецій: 1'122', 2'233', 3'344', а потім відняти від неї суму площ двох "зайвих" трапецій: 1'155' і 5'544'.

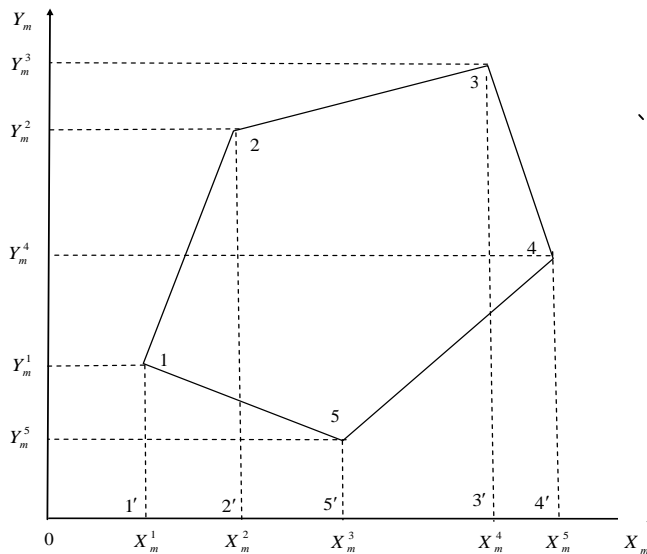


Рис. 6. Аналітичне визначення площі багатокутника

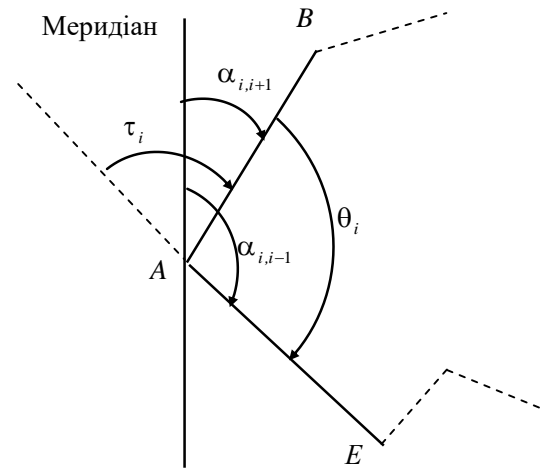


Рис. 7. До вимірювання площі полігону на сферичній Землі

При цьому площа будь-якої з трапецій обчислюється через добуток її основи на висоту, а висота являє собою середню лінію трапеції, тобто півсуму її нерівних сторін.

Наприклад, площа першої з «великих» трапецій дорівнює [10]

$$S_m^1 = 0,5(Y_m^1 + Y_m^2)(X_m^2 - X_m^1), \quad (21)$$

де верхніми індексами позначені номери точок багатокутника.

Аналогічно для решти «великих» трапецій 2'233' і 3'344'

$$S_m^2 = 0,5(Y_m^2 + Y_m^3)(X_m^3 - X_m^2); \quad (22)$$

$$S_m^3 = 0,5(Y_m^3 + Y_m^4)(X_m^4 - X_m^3). \quad (23)$$

Таким же чином отримуємо площі «лишніх» трапецій: 1'155' і 5'544':

$$S_m^4 = 0,5(Y_m^1 + Y_m^5)(X_m^5 - X_m^1); \quad (24)$$

$$S_m^5 = 0,5(Y_m^5 + Y_m^4)(X_m^4 - X_m^5). \quad (25)$$

Тоді площа багатокутника 12345 складе:

$$S_m = S_m^1 + S_m^2 + S_m^3 - S_m^4 - S_m^5. \quad (26)$$

Якщо у вираз (26) підставити формули (21)–(25), розкрити дужки і привести подібні члени, то отримуємо подвійну площу цього багатокутника у вигляді

$$2S_m = \sum [X_m^i (Y_m^{i+1} - Y_m^{i-1})] \quad \text{або} \quad 2S_m = \sum [Y_m^i (X_m^{i-1} - X_m^{i+1})]. \quad (27)$$

Аналогічно можна обчислювати площі земельних ділянок з іншим числом сторін, включаючи трикутники і чотирикутники, якщо відомі декартові координати їх вершин. Це стосується, зокрема, і обчислення миттєвої площі зйомки 1"2"3"4"5"6"7"8" (див. рис. 5 а).

Аналітичне обчислення площі полігону за географічними координатами його вершин.

Загальновідомо що площа всієї земної кулі обчислюється як $S_k = 4\pi R_3^2$, півкулі $S_{0,5k} = 2\pi R_3^2$, чверті кулі $S_{0,25k} = \pi R_3^2$, де $R_3 = 6371$ км – середній радіус сферичною Землі.

Іншими частками кулі можуть бути сферичний двокутник, сферичний трикутник, сферичний чотирикутник і т.д. Одним із часто використовуваних на практиці сферичних чотирикутників є сферична трапеція ABCD (див. рис. 1) – опукла фігура на сферичній поверхні Землі обмежена меридіанами і паралелями.

Площа такої трапеції обчислюється за формулою [1, 10]

$$S(\Phi, \Lambda) = R_3^2 (\Lambda_m^c - \Lambda_m^3) (\sin \Phi_m^n - \sin \Phi_m^0), \quad (28)$$

де Φ_* та Λ_* – географічні широта і довгота сторін сферичної трапеції в радіанах.

У більш складних випадках (рис. 7) площу сферичного полігону обчислюють через сферичний надлишок або ексцес сферичного багатокутника за формулою [1, 10]

$$S_\varepsilon = \varepsilon R_s^2, \quad (29)$$

де $\varepsilon = 2\pi - \sum_{i=1}^l \tau_i$ – ексцес – сума зовнішніх кутів сферичного багатокутника, що перевищують 2π ;

$\tau_i = \pi - \theta_i$ – кут, що доповнює румб до π ;

$\theta_i = \alpha_{i,i-1} - \alpha_{i,i+1}$ – румб – кут між двома напрямками, що не перевищує $0,5\pi$;

$\alpha_{i,i+1}$ – азимут сторони полігону, спрямованої з i -ї вершини в наступну;

$\alpha_{i,i-1}$ – азимут сторони полігону, спрямованої з i -ї вершини в попередню.

Адекватність запропонованих математичних залежностей перевірено на відомих моделюючих комплексах [16, 17] з використанням реальних вхідних даних [18, 19], що може бути певною гарантією при їх використанні в завданнях космічних спостережень заданих районів Землі.

Висновки:

1. У статті з єдиних позицій запропоновано удосконалений математичний апарат для розрахунків проекцій зони огляду БЦА пірамідальної форми на плоску та сферичну поверхні Землі, розмірів ЗР довільної форми та спостережуваної площі як результат перетину перших двох параметрів.

2. Наведені в статті математичні залежності можна використовувати для моделювання процесів космічних спостережень Землі, що має практичне значення для планування космічної зйомки як власними, так і доступними зарубіжними КА, а також для оцінювання результатів космічного моніторингу земної поверхні.

Список використаної літератури:

1. *Шумаев К.Н.* Геодезия. Определение площади земельного участка: метод. указания к выполнению расчетно-графической работы / *К.Н. Шумаев, А.Я. Сафонов* ; Краснояр. гос. аграр. ун-т. – Красноярск, 2008. – 36 с.
2. *Фриз П.В.* Удосконалений математичний апарат для розрахунків розмірів контрольованої ділянки земної поверхні при космічних спостереженнях пірамідальною зоною огляду / *П.В. Фриз* // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем : зб. наук. праць. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2012. – Вип. 6. – С. 113–127.
3. *Петрожалко В.В.* Методика розрахунку кута відхилення оптичної осі технічного засобу ДЗЗ для максимізації площі спостереження заданого району / *В.В. Петрожалко, С.П. Фриз* // Системи управління, навігації та зв'язку : зб. наук. праць. – К : ДП ЦНДІ навігації і управління, 2011. – Вип. 2 (18). – С. 29–32.
4. *Фриз С.П.* Алгоритм розрахунку площі контрольованої частини заданого району при проведенні зйомки з космічних апаратів / *С.П. Фриз* // Вісник ЖДТУ. Серія : Технічні науки. – Житомир : ЖДТУ, 2012 – Вип. № 1 (60). – С. 69–77.
5. *Ильин А.Е.* Разработка и программная реализация метода для расчета площади покрытия Земли спутником дистанционного зондирования : магистер. дис. : спец. 010900.68 «Прикладные математика и физика» / *А.Е. Ильин* ; Москов. физ.-тех. ин-т (гос. ун-т). – М., 2014. – с. 35.
6. *Макаров А.Л.* Управление процессом съемки поверхности Земли с помощью спутников / *А.Л. Макаров* // Научно-технический журнал «Авиационно-космическая техника и технология». – Харьков : ХАИ, 2013. – № 3 (100). – С. 100–110.
7. *Фриз П.В.* Математичний апарат для оцінювання спостережуваності заданих районів Землі в задачах дистанційного зондування із космосу / *П.В. Фриз* // Озброєння та військова техніка : наук.-техн. журнал. – К. : ЦНДІ ОВТ ЗСУ, 2015. – Вип. 1. – С. 64–69.
8. Космічна система «Січ-2». Ескізний проект. Ч. 1. – Дніпропетровськ, 2003. – 292 с. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : www.dniprokosmos.ua/ua/services-and-products/landsat-images-of-sich-2.
9. *Ярмольчук Е.Д.* Критерии оценки целевой эффективности космических систем наблюдения Земли / *Е.Д. Ярмольчук* // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем : зб.-к наук. праць. – Житомир : ЖВІРЕ, 2004.– Вип. 10. – С. 125–132.
10. Большой энциклопедический словарь: математика / под общ. ред. *Ю.В. Прохорова*. – 3-е изд. – М. : Большая Российская энциклопедия, 2000. – 848 с.
11. *Фриз П.В.* Алгоритм автоматизованого вибору релевантних космічних апаратів для оптико-електронного спостереження заданих районів Землі / *П.В. Фриз, О.М. Кондратов* // Вісник ЖДТУ. Серія : Технічні науки. – Житомир : ЖДТУ, 2012. – Вип. № 2 (61). – С. 138–146.
12. *Фриз П.В.* Практикум з використання програмних комплексів Orbitron та WXtrack для моделювання процесів у космічних інформаційних системах / *П.В. Фриз, С.П. Фриз*. – Житомир : ЖВІ, 2017. – 52 с.
13. *Горшенін О.Є.* Методика оцінювання якості космічних знімків при їх використанні для дешифрування штучних об'єктів дистанційного зондування Землі / *О.Є. Горшенін, В.В. Петрожалко, О.Ф. Дубина* // Вісник ЖДТУ. Серія : Технічні науки. – Житомир : ЖДТУ, 2011. – Вип. № 1 (56). – С. 37–43.

14. Фриз П.В. Теоретико-множинний підхід до опису просторово-часового положення космічних апаратів в задачах спостереження Землі / П.В. Фриз // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України : наук.-техн. журнал. – Х. : ХУПС, 2013. – № 1 (10). – С. 205–208.
15. Фриз П.В. Основи орбітального руху космічних апаратів : підручник / П.В. Фриз. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2012. – 348 с. : іл.
16. Stoff S. Orbitron – Satellite Tracking System / S.Stoff // Stoff.pl: website. – Access mode : <http://www.stoff.pl>.
17. STK overview. – Access mode : <http://www.agi.com/products/by-producttype/applications/stk/default.aspx>.
18. NORAD Two-Line Element Set Format // Celestrak.com: website. – Access mode : <http://celestrak.com/NORAD/documentation/tle-fmt.asp>.
19. Hoots F.R. Models for Propagation of NORAD Element Sets / F.R. Hoots, R.L. Roehrich // Space track Report. – Colorado Springs : Peterson AFB, CO, 1980. – № 3. – 91 p. – Access mode : <http://www.celestrak.com/NORAD/documentation/spacetrk.pdf>.

References:

1. Shumaev, K.N. and Safonov, A.Ja. (2008), *Geodezija. Opredelene ploshhadi zemel'nogo uchastka, metod. ukazaniya k vypolneniju raschetno-graficheskoy raboty*, Krasnojar. gos. agrar. un-t, Krasnojarsk, 36 p.
2. Fryz, P.V. (2012), «Udoskonalenyj matematychnyj aparat dlja rozrahunkiv rozmiriv kontrol'ovanoi' diljanky zemnoi' poverhni pry kosmichnyh sposterezhenнях piramidal'noju zonoju ogljadu», *Problemy stvorennja, vyprovuvannja, zastosuvannja ta ekspluatacij' skladnyh informacijnyh system*, zb. nauk. prac', Issue 6, ZhVI NAU, Zhytomyr, pp. 113–127.
3. Petrozhalko, V.V. and Fryz, S.P. (2012), «Metodyka rozrahunku kuta vidhylennja optychnoi' osi tehničnogo zasobu DZZ dlja maksymizacij' ploshhi sposterezhennja zadanogo rajonu», *Systemy upravlinnja, navigacij' ta zv'jazku*, zb. nauk. prac', DP CNDI navigacij' i upravlinnja, Issue 2 (18), Kiïv, pp. 29–32.
4. Friz, S.P. (2012), «Algoritm rozrahunku ploshhi kontrol'ovanoi' chastini zadanogo rajonu pri provedeni zjomki z kosmichnih aparativ», *Visnyk ZhDTU, Serija Tehnichni nauki*, Issue 1 (60), ZhDTU, Zhitomir, pp. 69–77.
5. Il'in, A.E. (2014), *Razrobotka i programnaja realizacija metoda dlja rascheta ploshhadi pokrytija Zemli sputnikom distancionnogo zondirovanija*, magister. diss., spec. 010900.68 «Prikladnye matematika i fizika», Moskov. fiz.-teh. in-t (gos. un-t), M., p. 35.
6. Makarov, A.L. (2013), «Upravlenie processom s#emki poverhnosti Zemli s pomoshh'ju sputnikov», *Nauchno-tehnicheskij zhurnal Aviacionno-kosmicheskaja tehnika i tehnologija*, No 3 (100), HAI, Har'kov, pp. 100–110.
7. Friz, P.V. (2015), «Matematychnyj aparat dlja ocinjuvannja sposterezhuvanosti zadanij rajoniv Zemli v zadachah distancijnogo zonduvannja iz kosmosu», *Ozbroennja ta vijs'kova tehnika*, nauk.-tehn. zhurnal, Issue 1, CNDI OVT ZSU, Kiev, pp. 64–69.
8. Kosmichna systema «Sich-2», Eskiznyj proekt (2003), Part 1, Dnipropetrovs'k, 292 p., available at: www.dniprokosmos.ua/ua/services-and-products/landsat-images-of-sich-2
9. Jarmol'chuk, E.D. (2004), «Kriterii ocenki celevoj jeffektivnosti kosmicheskijh sistem nabljudenija Zemli», *Problemi stvorennja, viprovuvannja, zastosuvannja ta ekspluatacij' skladnyh informacijnyh sistem*, zbirnik naukovih prac', Issue 10, ZhVIRE, Zhitomir, pp. 125–132.
10. Prohorov, Ju.V. (ed.) (2000), *Bol'shoj jenciklopedičeskij slovar': matematika*, 3rd Issue, Bol'shaja Rossijskaja jenciklopedija, Moskva, 848 p.
11. Fryz, P.V. and Kondratov, O.M. (2012), «Algoritm avtomatyzovanogo vyboru relevantnyh kosmichnyh aparativ dlja optyko-elektronnogo sposterezhennja zadanij rajoniv Zemli», *Visnyk ZhDTU, Serija Tehnichni nauki*, Issue № 2 (61), ZhDTU, Zhytomyr, pp. 138–146.
12. Fryz, P.V. and Fryz S.P. (2017), *Praktykum z vykorystannja programnyh kompleksiv Orbitron ta WXtrack dlja modeljuvannja procesiv u kosmichnyh informacijnyh systemah*, ZhVI, Zhytomyr, 52 p.
13. Gorshenin, O.Je., Petrozhalko, V.V. and Dubyna, O.F. (2011), «Metodyka ocinjuvannja jakosti kosmichnyh znmkiv pry i'h vykorystanni dlja deshyfruvanni shtuchnyh ob'ektiv dystancijnogo zonduvannja Zemli», *Visnyk ZhDTU, Serija Tehnichni nauki*, Issue 1 (56), ZhDTU, Zhytomyr, pp. 37–43.
14. Fryz, P.V. (2013), «Teoretyko-mnozhyhnyj pidhid do opysu prostорово-časovogo polozhennja kosmichnyh aparativ v zadachah sposterezhennja Zemli», *Nauka i tehnika Povitrjanyh Syl Zbrojnyh Syl Ukraïny*, nauk.-tehn. zhurnal, No 1 (10), HUPS, Harkiv, pp. 205–208.
15. Fryz, P.V. (2012), *Osnovy orbital'nogo ruhu kosmichnyh aparativ*, ZhVI NAU, Zhytomyr, 348 p., il.
16. Stoff, S., «Orbitron – Satellite Tracking System», *Stoff.pl*, available at: <http://www.stoff.pl>
17. «STK overview», available at: <http://www.agi.com/products/by-producttype/applications/stk/default.aspx>
18. «NORAD Two-Line Element Set Format», *Celestrak.com*, available at: <http://celestrak.com/NORAD/documentation/tle-fmt.asp>
19. Hoots, F.R. and Roehrich, R.L. (1980), «Models for Propagation of NORAD Element Sets», *Space track Report*, No. 3, Peterson AFB, Colorado Springs, CO, 91 p., available at: <http://www.celestrak.com/NORAD/documentation/spacetrk.pdf>

Фриз Петро Васильович – заслужений працівник освіти України, кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри космічно і розвідки Житомирського військового інституту імені С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

- ефективність функціонування космічних систем;
- моделювання процесів у космічних системах.

Стаття надійшла до редакції 28.09.2017.