

О.А. Громовий, В.П. Шумляківський

ДЕФОРМОВАНІ ФРАКТАЛЬНО-ПЕРКОЛЯЦІЙНІ СЕРЕДОВИЩА: ВЛАСТИВОСТІ, ТЕХНОЛОГІЇ, ЗАСТОСУВАННЯ

Отримана вірогідна фрактально-перколяційна модель для визначення електро-механічних властивостей чутливих елементів датчиків – перетворювачів механічних факторів в електричні сигнали.

У вісімдесяті роки нашого сторіччя набула подальший розвиток механіка фрактальних середовищ, фізика критичних явищ, теорія перколяції. Властивості перколяційних систем та фракталів вивчалися у ряді робіт вітчизняних та закордонних авторів [1–15]. В 1981 році Дж.Вільсону була вручена Нобелівська премія за розробку співвідношень ренормгрупового аналізу критичних явищ. Отримали популярність роботи Мандельброта, Федера, Стауффера та інших.

Розвиток техніки потребує випереджаючого розвитку матеріалознавства. В теперішній час головною задачею матеріалознавства стає створення матеріалів з заданими властивостями. Першочерговою задачею стає моделювання матеріалів з використанням тріади – модель-алгоритм-програма для прогнозування оптимальних матеріалів та широкого використання математичних методів розв'язання різноманітних задач. В останні роки створені нові матеріали (аморфні, з пам'яттю форми, функціонально градієнтні та ін.) та нові технології, пов'язані з нерівноважними умовами отримання матеріалів [5].

Методологічною основою отримання матеріалів з заданими властивостями є принципи синергетики, відповідно до яких ефективно управління властивостями матеріалів та їх оптимізація можливі лише в умовах самоорганізації структур. Дослідження останніх років показали, що самоорганізуючі структури володіють властивостями фрактальності, тобто вони можуть бути кількісно описані за допомогою фрактальної розмірності.

Тема фракталів в останній час стала особливо актуальною при науковому розгляді природних та абстрактних об'єктів у широкому діапазоні предметних областей (в тому числі – в комп'ютерній), в яких фрактали, або фрактальні об'єкти, не формалізуються абсолютно точно, а характеризуються наступними трьома неформальними властивостями:

- фрактал – об'єкт, частини якого подібні всьому об'єкту (“самоподібність”);
- фрактал має розгалужену структуру;
- фрактал має дрібну геометричну розмірність.

Фрактальні об'єкти давно стали предметом теоретичних досліджень (в теорії множин, загальній алгебрі та топології, теорії ймовірностей). В теорії фракталів багато точок перетину з методом ренорм-груп та теорією фазових переходів. У статистичній фізиці метод ренорм-груп відокремлює розподілення ймовірностей інваріантно відносно дії групи масштабних перетворень. Такі розподіли зосереджені на фракталах. Отже, флуктуації температури, електропровідності, густини, міцності як функції просторових змінних, також належать до категорії фракталів.

Хаос виконує фундаментальну роль в багатьох процесах, що мають виробничий і науковий інтерес. Невпорядковані структури характеризуються різноманітністю форм і структур. Для їх опису використовуються випадкові методи моделювання морфології систем. Морфологія системи має два важливі аспекти: топологію – взаємозв'язок індивідуальних мікроскопічних елементів системи, і геометрію – форму і розмір цих індивідуальних елементів. Статистична фізика неупорядкованих систем повинна враховувати і геометрію, і топологію системи. В той час, коли роль геометрії була визнана на протязі десятиліть нашого століття, вплив топології ігнорувався просто тому, що її було надто важко прийняти в розрахунок. За останні два десятиліття статистична фізика неупорядкованих систем набула швидкого розвитку. Однією з причин став швидкий розвиток теоретичної бази і нової експериментальної техніки (в тому числі і

комп'ютерної). Однак, головну роль відіграло визнання топології важливим фактором, що впливає на властивості і поведінку непорядкованих систем.

Серед непорядкованих систем найбільш привабливими для моделювання є композитні матеріали та полімери. Використовуючи нову експериментальну техніку, стало можливим вивчати структуру таких систем і досягати значно більш глибокого розуміння їх властивостей. Це дозволило розробити структури непорядкованих середовищ із заданими властивостями. Концепції перколяційної теорії дозволили інтерпретувати експериментальні спостереження і передбачити багато які властивості непорядкованих систем.

Вперше перколяційні процеси (в перекладі з англійської мови "percolation" – проникнення, протікання) досліджувались Флорі і Стокмаєром в 1941–1943 рр. для опису процесу взаємодії малих розгалужених молекул із утворенням дуже великих макромолекул. Відбувалося формування великої мережі молекул, пов'язаних хімічними зв'язками, що являє собою ключову концепцію перколяційної теорії. Флорі і Стокмаєр розробили теорію гелеутворення для ґратки особливого виду, а саме ґратки Бесе, нескінченної розгалуженої структури без закінчених циклів.

В математичній літературі перколяція була вперше подана Бродбентом і Хамерслі в 1957 році. Вони зв'язали її з концепцією поширення гіпотетичних рідких частинок у пористому середовищі. Протікання рідини у непорядкованому середовищі припускає деякі випадкові елементи, але механізм може бути двох видів. У першому виді випадковість приписується рідині: рідкі частинки визначають свій шлях в середовищі. Це відомий процес дифузії. У другому випадку випадковість приписується середовищу: середовище визначає шлях частинок. Це було новою ситуацією, яку розглянули Бродбент і Хамерслі. З'явилася потреба в новій термінології. Другий механізм отримав назву перколяційного процесу.

Класична перколяційна теорія засновується на 2-х проблемах: 1) перколяція зв'язків; 2) вічкова перколяція.

В першій зв'язки ґратки або зайняті (тобто відчинені для протікання, дифузії та реакції, є мікроскопічними провідними елементами композита і тощо) випадково і незалежно один від іншого з ймовірністю p , або вільні (зачинені для протікання, є ізолюючими елементами композита і тощо) з ймовірністю $1 - p$. Два вічка є зв'язаними, якщо існує хоча б один шлях між ними, складений із зайнятих вічок. Група зв'язаних вічок називається кластером. Якщо ґратка великого розміру і p достатньо мале, то розмір кластера малий. Але, якщо $p \rightarrow 1$, ґратка буде зв'язуючою, виключаючи невеликі пустоти. При деякому добре визначеному значенні p існує перехід топологічної структури від макроскопічно нез'єднаної до з'єднаної. Це значення називається порогом перколяції зв'язків p_{cb} . Це найбільша фракція зайнятих зв'язків, нижче якої не існує з'єднуючого кластера зайнятих зв'язків.

Відповідно, у вічковій перколяції вічки ґратки зайняті з ймовірністю p і вільні з ймовірністю $1 - p$. Порог вічкової перколяції p_{cs} – найбільша фракція зайнятих вічок, нижче якої не існує з'єднуючого кластера зайнятих вічок.

Пороги перколяції для двох- і трьохмірних ґраток визначені численно методами Монте-Карло та іншими методами. Значення p_{cb} і p_{cs} для основних двох- і трьохмірних ґраток наведені у таблиці 1.1 і таблиці 1.2 відповідно.

Таблиця 1.1

Значення порогів перколяції для деяких двомірних ґраток [10–12]

ґратка	p_{cb}	p_{cs}
Сотова	$1 - 2\sin(\pi / 18) \approx 0.6527$	0.6962
Квадратна	$1 / 2$	0.5927
Кагоме	0.522	0.652
Трикутна	$2\sin(\pi / 18) \approx 0.3473$	$1/2$

Таблиця 1.2

Отримані значення порогів перколяції для деяких трьохмірних ґраток [10–12]

ґратка	$P_{св}$	$P_{сs}$
Алмазна	0.3886	0.4299
Проста кубічна	0.2488	0.3116
ОЦК	0.1795	0.2464
ГЦК	0.198	0.119

До перколяційних явищ відносяться: переходи металізолятор, провідність електричної ґратки (випадковий резисторний ланцюг), облік поширення епідемій в популяції, поведінка магнітів, що містять домішки тощо.

Спробуємо дослідити теоретично вплив деформації на зміну електричного опору зразка:

$$R_0 = \rho \frac{l_0}{S_0}; R_1 = \rho \frac{l_1}{S_1} = \rho \frac{l_0 + \Delta l}{S_1} = \rho \frac{l_0(1+\varepsilon)}{S_1},$$

$$S_1 = S_0 \cdot (1 - \mu\varepsilon)^2,$$

$$R_1 = \rho \frac{l_0(1+\varepsilon)}{S_0 \cdot (1 - \mu\varepsilon)^2} = R_0 \cdot (1 + \varepsilon) / (1 - \mu\varepsilon)^2. \tag{1}$$

Вираз (1) є вірним лише для суцільного середовища.

Як перколяційно-фрактальну модель зразка (тобто несучільного середовища), який деформується, використаємо квадратний килим Серпинського (рис. 1). Для суцільного середовища рівень фракталізації $j = 0$.

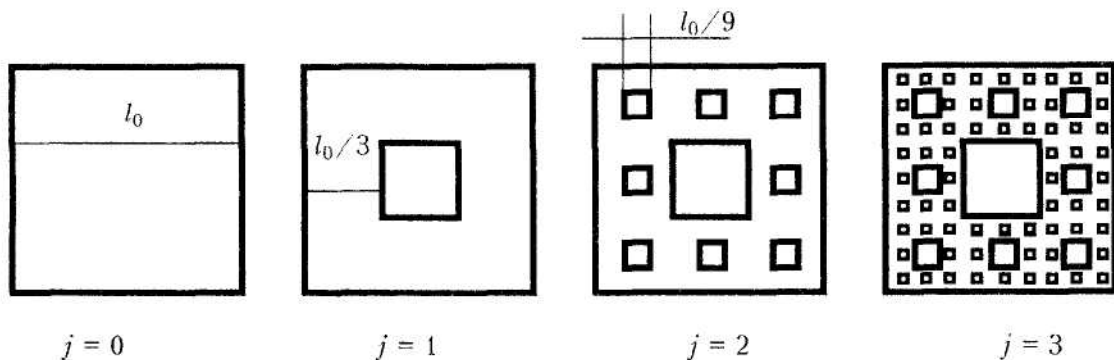


Рис. 1. Рівні фракталізації килима Серпинського

Дослідимо, як при зміні рівня фракталізації змінюється вид залежності (1). Замінімо фрактал Серпинського еквівалентним багатоступеневим стержнем.

Для першого рівня фракталізації маємо

$$l_{11} = \frac{2}{3} l_0; \quad S_{11} = S_0; \quad l_{12} = \frac{1}{3} l_0; \quad S_{12} = \frac{2}{3} S_0.$$

Видовження стержня:

$$\Delta_{11} = \frac{P \cdot \frac{2}{3} l_0}{S_0 E}; \quad \Delta_{12} = \frac{P \cdot \frac{1}{3} l_0}{\frac{2}{3} S_0 E}.$$

Сумарний електричний опір:

$$R_{j-1}(\varepsilon) = \rho \frac{l_0 \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \varepsilon \right)}{S_1} + \rho \frac{l_0 \left(\frac{1}{3} + \frac{1/3}{2/3} \varepsilon \right)}{S_1} \approx \rho \frac{l_0}{S_0 \cdot (1 - \mu\varepsilon/2)^2} \cdot \left(1 + \frac{7}{6} \varepsilon \right) \approx R_0 \cdot \left(1 + \frac{7}{6} \varepsilon \right) / (1 - \mu\varepsilon/2)^2.$$

Відповідно, для рівня фракталізації $j = 2, j = 3$ запропоновано:

$$R_{j=2}(\varepsilon) \approx R_0 \cdot \left(1 + \left(\frac{7}{6} \right)^2 \varepsilon \right) / (1 - \mu\varepsilon / 3)^2;$$

$$R_{j=3}(\varepsilon) \approx R_0 \cdot \left(1 + \left(\frac{7}{6} \right)^3 \varepsilon \right) / (1 - \mu\varepsilon / 4)^2.$$

В результаті отримаємо залежність впливу деформації та рівня фракталізації на електричний опір зразка:

$$R(\varepsilon, j) \approx R_{j=0, \varepsilon=0} \cdot \frac{\left(1 + \left(\frac{7}{6} \right)^j \cdot \varepsilon \right)}{\left(1 - \mu\varepsilon / (j+1) \right)^2}. \quad (2)$$

На наш погляд, однією з проблем є перетворення механічних переміщень, деформацій, а також сил, моментів та розподілених навантажень в електричні сигнали. Існуючі перетворювачі, побудовані на провідникових, фольгових та плівкових тензодатчиках опору (тобто з цілочисловою розмірністю простору R^D , де $D \in [1, 2, 3]$), мають ряд суттєвих недоліків: малі значення вимірюваних деформацій та переміщень, низька чутливість, необхідність підсилення вимірюваного сигналу.

Роботи, проведені в лабораторії синергетики та нових технологій Житомирського інженерно-технологічного інституту, показали, що досить значний прорив як з теоретичної, так і з практичної точки зору може бути досягнуто в даній проблемі, якщо чутливий елемент перетворювача виготовляти з перколяційних або перколяційно-фрактальних середовищ.

В лабораторних умовах були досліджені перколяційні дво- та багатоконпонентні суміші на основі терморозширеного графіту (ТРГ). Отримані композиційні матеріали на основі ТРГ.

ТРГ – це продукт, отриманий при термічному ударі (швидкому нагріванні) сполуки інтеркалювання графіту (СІГ). Частки ТРГ, на відміну від часток графіту та СІГ, мають червеподібну форму. Порівняльний аналіз природного та терморозширеного графіту на його основі доводить, що у ТРГ збільшена міжшарова відстань, зменшені розміри кристалітів та ступінь кристалічного порядку, підвищена структурна анізотропія. Насипна густина при цьому може сягати наднизьких значень $\gamma = 1$ г/л. На електрофізичні властивості ТРГ суттєво впливає метод отримання СІГ, температура термічного удару та термообробка ТРГ: при збільшенні температури терморозширення зростає електричний опір матеріалу. Це пов'язано із залишками інтеркалянту акцепторного типу (додаткова концентрація дірок), при низькій температурі розширення його залишок більше.

Наприклад, запропоновано перетворювач, що складається з еластичної підкладки необхідних розмірів, на яку тонким шаром наноситься та закріплюється (приклеюється) двокомпонентна перколяційно-фрактальна суміш "ТРГ-гума" неваємодіючих (квазіневаємодіючих) мікрочастинок типу "провідник-діелектрик", причому концентрація провідникової компоненти P більше критичної концентрації P^* (для плоскої перколяції $P^* = 0.59$). В недеформованому стані підкладки опір датчика [2]

$$R_0 \approx \left[\frac{1 - P^*}{P - P^*} \right]^v. \quad (3)$$

Як буде вести себе перколяційна система, коли підкладку деформувати? Очевидно, при деформації змінюється площа підкладки, що призводить до зміни (перетворення) ефективного значення концентрації P провідникової компоненти (збільшення площі при деформації підкладки при $P = const$ призведе до зменшення провідникової та збільшення діелектричної концентрації та навпаки).

Тоді при деформації підкладки в наближенні квазіневзаємодіючих мікрочастинок залежність опору від концентрації провідникової компоненти та величини деформації буде мати вигляд [2]

$$\frac{R_\varepsilon}{R_0} \approx \left[\frac{1 - P_*}{\frac{P}{(1 + \varepsilon)(1 - \mu\varepsilon)} - P_*} \right]^\nu, \quad (4)$$

де R_0 та R_ε – електричний опір перетворювача в недеформованому та деформованому стані відповідно; ε – деформація підкладки; μ – коефіцієнт Пуассона матеріалу підкладки; ν – критичний індекс перколяційної системи (для двомірної перколяції $\nu \sim 0,5$).

За підсумками проведених випробувань отримані електрофізичні характеристики залежності електричного опору зразка при деформації чутливого елемента перетворювача до 30 відсотків (рис. 1). Значення функцій $R_{експ}$ і $R_{теор}$ (отримане за співвідношенням (2)) корелюють між собою з коефіцієнтом кореляції $r \approx 0,97$.

Для деформації 25 % при $P = 0,67$, $P_* = 0,59$, $\nu \cong 0,9$, $\mu = 0,5$, для перколяційно-фрактального датчика маємо

$$\frac{R_\varepsilon}{R_0} = \left[\frac{(P - P_*)}{\frac{P}{(1 + \varepsilon)(1 - \mu\varepsilon)} - P_*} \right]^\nu = \left[\frac{0,67 - 0,59}{\frac{0,67}{(1 + 0,25)(1 - 0,5 \cdot 0,25)} - 0,59} \right]^{0,5} = 3,2,$$

тобто при деформації перколяційно-фрактального перетворювача всього на 25 % опір його збільшився в 3,2 рази, тоді як провідникові чи фольгові тензодатчики опору при аналогічних деформаціях не працюють.

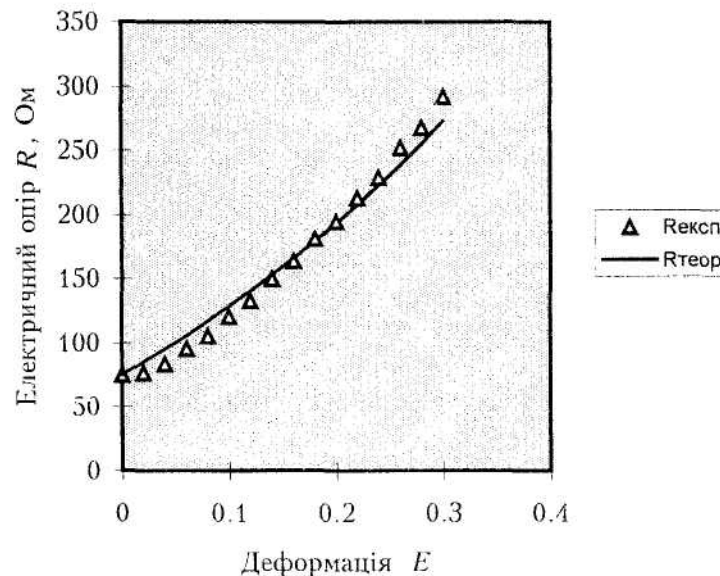


Рис. 2. Графік залежності електричного опору від деформації перетворювача

Деформовані перколяційно-фрактальні середовища мають широкі перспективи для дослідників у сфері теорії фрактально-перколяційних систем, електропровідності, створення температурних полів складної конфігурації, механіки деформованого твердого тіла, теорії вимірів неелектричних величин та перетворення їх в електричні сигнали.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Федер Е.* Фрактали. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
2. *Грабар І.Г.* Перколяційно-фрактальні матеріали – перспективні матеріали для датчиків-перетворювачів // Вісник ЖІТІ, 1997. – № 6. – С. 3–6.
3. *Mandelbrot B.B.* The fractal geometry Nature. – N.Y.: Freeman, 1983. – 480 p.
4. *Olemskoi A.I.* Fractal in condensed matter Physics // Phys.Rev, 1995. – Vol. 18. – P. 1–173.
5. *Іванова В.С., Баланкін А.С., Бунін І.Ж., Оксогоєв О.А.* Синергетика і фрактали в матеріалознавстві. – М.: Наука, 1994. – 383 с.
6. *Хакен Г.* Синергетика: Ієрархія неврівноваженостей в самоорганізуючихся системах. – М.: Мир, 1985. – 419 с.
7. *Шустер Г.* Детермінований хаос. – М.: Мир, 1988. – 240 с.
8. *Гулд Х., Тобочник Я.* Комп'ютерне моделювання в фізиці. Т. 2. – М.: Мир, 1990. – 400 с.
9. *Grimmett G.* Percolation. – N.Y.: Springer, 1992. – 272 p.
10. *Sahimi M.* Applications of Percolation Theory. – London: Taylor & Francis, 1993. – 258 p.
11. *Stauffer D.* Introduction to Percolation Theory. – London: Taylor & Francis, 1985. – 124 p.
12. *Писаренко Г.С., Стрижако В.А.* Експериментальні методи в механіці деформованого твердого тіла. – Наук. думка, 1986. – 264 с.
13. *Грабар І.Г.* Самоподібність в закономірностях жорсткості та пружності фрактальних та фрактально-перколяційних систем // Вісник ЖІТІ, 1996. – № 3. – С. 38–44.
14. *Грабар І.Г., Громовий О.А.* Перколяція у фрактальних середовищах: вплив масштабу та рівня фрактальності // Вісник ЖІТІ, 1996. – № 4. – С. 107–113.

ГРОМОВИЙ Олексій Андрійович – аспірант кафедри технічної механіки Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- перколяційно-фрактальні середовища та композитні матеріали;
- нові технології;
- комп'ютерне моделювання в технічних системах.

ШУМЛЯКІВСЬКИЙ Володимир Петрович – аспірант кафедри технічної механіки Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- нелінійні явища та моделі;
- нові технології;
- композитні матеріали.