

В.В. Сидоренко

ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРІЇ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ХВИЛЬ ДЛЯ ОБРОБКИ МЕДИЧНИХ СИГНАЛІВ

(Представлено доктором технічних наук, професором Самотокіним Б.Б.)

У даній роботі проаналізовано можливості використання теорії елементарних хвиль (вейвлет аналізу) для обробки медичних сигналів. Проведено порівняння вейвлет аналізу з деякими альтернативними перетвореннями – Фур'є, локальне Фур'є, Мальвара.

Сучасна медична діагностика має справу з великою кількістю медичних сигналів та зображень, що необхідно обробити. Для цього широко використовуються комп'ютерна техніка та теорія цифрової обробки сигналів. При обробці медичної інформації постають такі завдання, як розділення корисного сигналу та завади, зменшення загального об'єму знятих даних без істотного зменшення чи спотворення корисної інформації як з метою подальшого збереження, так і з метою автоматизованої класифікації. Часто для вирішення цих та інших завдань використовується частотне представлення сигналу, що аналізується шляхом дискретного перетворення Фур'є. Попередньо вхідний $x(t)$ сигнал дискретизується з певним періодом T :

$$x(t) = T \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT) \cdot \delta(t - nT), \quad (1)$$

в результаті чого отримується послідовність $x[n]$ значень вхідного сигналу у моменти часу $t = nT, n \in \mathbb{Z}$. Проте на практиці мають справу з скінченною послідовністю значень, тобто $n = 0 \dots N - 1$, де N – кількість значень у послідовності $x[n]$. Цю послідовність можна записати у вигляді зваженої суми дискретних імпульсних функцій:

$$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} x[k] \cdot \delta[n - k], \quad (2)$$

де $n = 0 \dots N - 1$.

Формула (2) є фактично розкладом дискретної функції $x[n]$ в так званому стандартному базисі функцій $\delta[n - k], k = 0 \dots N - 1$. Для подальшої обробки, звичайно, виконують дискретне перетворення Фур'є:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j2\pi kn / N}, \quad (3)$$

де $x[n]$ – сигнал, що аналізується $0 \leq n < N$;

N – кількість дискретних відліків сигналу;

k – номер спектрального відліку.

Зворотне перетворення Фур'є має вигляд:

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] \cdot e^{j2\pi kn / N}. \quad (4)$$

В результаті отримується розклад дискретної функції $x[n]$ в базисі функцій $\frac{1}{N} e^{j2\pi kn / N}, k = 0 \dots N - 1$. Для зображення цих базисів зручно використати так звану фазову площину, по горизонталі якої відкладають час, а по вертикалі – частоту.

Кожна функція базису (2) є чітко локалізована в часі (1 відлік) та розтягнута на весь спектр (на N відліків), що відповідно зображається на рис. 1,а. Кожна функція базису (4), навпаки, в часі має протяжність N відліків та 1 відлік у частотній області (рис.1,б).

Перетворення Фур'є (3) дозволяє виділити частотні компоненти сигналу, проте воно, і це є його недоліком, не дозволяє локалізувати ці компоненти у часі (рис. 1,б). Тобто, дане перетворення є добре застосовним до аналізу стаціонарних та близьких до стаціонарності сигналів.

Проте більшість медичних сигналів, що аналізується, не є стаціонарними, вони мають складні частотно-часові характеристики. Як правило, такі сигнали складаються з близько розташованих у часі короткотривалих високочастотних компонент та довготривалих, близьких за частотою низькочастотних компонентів [6].

Для аналізу таких сигналів необхідно застосовувати методи, що дозволяють локалізувати складові компоненти як у часі, так і у частотній області.

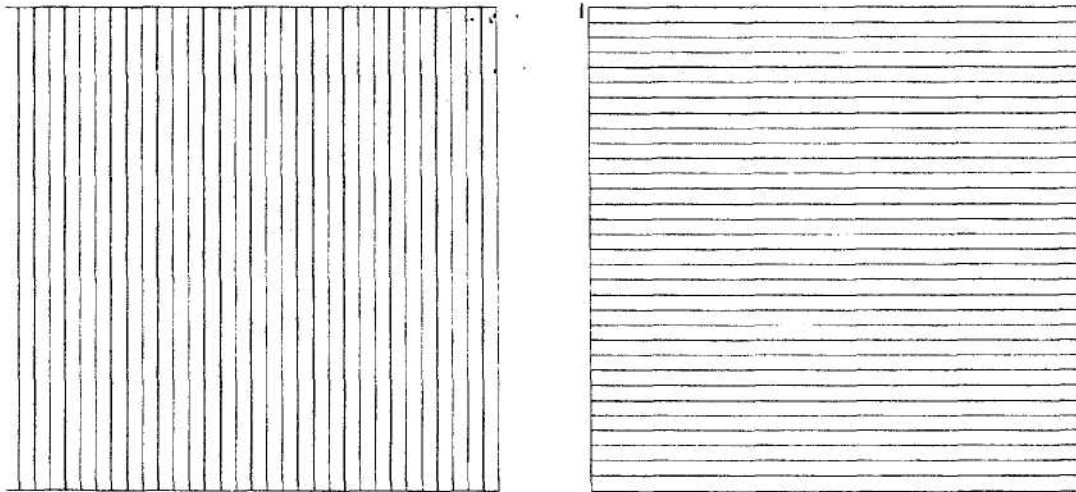


Рис. 1. Фазове зображення стандартного та Фур'є базису:
а) стандартний базис; б) Фур'є базис

До недавнього часу для цього використовувалося локальне перетворення Фур'є. Відповідно до нього сигнал розбивався на сегменти рівної протяжності у часі, на кожному з яких проводилося перетворення Фур'є. При цьому вважалося, що статистика сигналу протягом одного сегмента істотно не змінювалася, тобто на кожному із сегментів сигнал вважався стаціонарним. В результаті отримувалася послідовність спектрів, один на сегмент, за якою стало можливим локалізувати сигнал з точністю до одного сегмента (рис. 2,б). Для більш точного локалізування у часі необхідно зменшувати протяжність сегмента, а це призводить до погіршення спектрального розрізнення, тобто до зменшення точності локалізування у частотній області [4, с. 164–201]. Різновидом, точніше, удосконаленням даного методу є перетворення Мальвара (Adaptive Local Trigonometric Transform – ALTD), в якому спочатку сигнал розбивається на велику кількість сегментів однакової довжини, що перекриваються, на кожному з яких виконується локальне перетворення Фур'є з вікном певного виду (Modulated Lapped Transform – MLT). Потім проводиться аналіз цих сегментів з метою об'єднання деяких з них, використовуючи певний критерій. Найчастіше використовується критерій мінімуму ентропії та його різновиди. Наприклад, в роботі [2] за критерій використовується функція:

$$H(x) = -\sum_n |x_n|^2 \log |x_n|^2, \quad (5)$$

де x_n – коефіцієнти розкладу MLT.

Далі послідовно розглядається кожна пара сегментів і приймається рішення щодо їх об'єднання. Для цього порівнюється сума ентропій сегментів з ентропією об'єднаного сегмента, якщо сума менша, тоді сегменти залишаються, а інакше проводиться їх об'єднання. Це дозволяє адаптувати довжину сегмента до сигналу, тобто підвищувати (знижувати) часове та знижувати (підвищувати) спектральне розрізнення там, де це справді потрібно (приклад об'єднання сегментів – рис. 2,а). Фактично відбувається пошук оптимального базису для представлення сигналу, що аналізується, з метою зменшення ентропії його представлення, тобто з метою максимального наближення при мінімальній кількості сегментів. З цієї точки зору перетворення Мальвара можна вважати вейвлет-перетворенням.

В останній час поширення набула теорія елементарних хвиль. Вираз "елементарна хвиля" є наближеним перекладом з англійської "wavelet", в літературі також часто використовуються терміни "вейвлет", "ондолет" (з фр. *ondelette*), російський "всплеск".

У цій теорії вводиться так звана базова функція $\psi(x)$ – вейвлет. Вейвлет є компактно представленою функцією як у часі, так і у частотній області. Крім вейвлет-функції використовується функція масштабування $\phi(x)$, що тісно пов'язана з першою. Вводиться базис ортонормальних функцій, що є результатом комбінування стиснень та перенесень базової функції:

$$\psi_{jk}(x) = 2^j \cdot \psi(2^j x - k), \tag{6}$$

де $j = 0 \dots J - 1$, J -кількість рівнів аналізу сигналу;
 $k = 0 \dots 2^j - 1$.

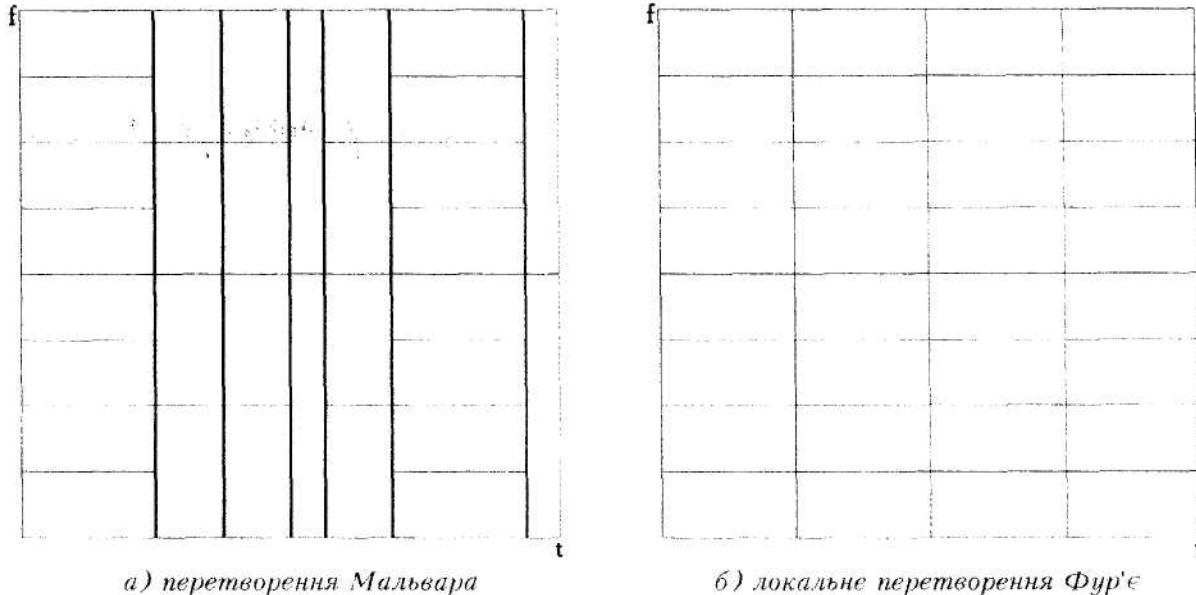


Рис. 2. Фазове зображення локального Фур'є та Мальвара перетворень

Також в цей базис входить функція $\phi(x)$, що за визначенням є ортогональною до всіх інших і нормованою, тобто ортонормальність базису не порушується. Тоді будь-яку функцію можна наближено представити у вигляді:

$$f(x) = c_{00}\phi(x) + \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{2^j-1} d_{jk}\psi_{jk}(x). \tag{7}$$

Кожний наступний рівень j розкладу (7) несе уточнюючу інформацію про високочастотні компоненти сигналу, що доповнює інформацію попереднього $j - 1$ рівня. При цьому досягаються більше спектральне розрізнення для низькочастотних компонент сигналу і більше часове розрізнення для високочастотних компонент (рис. 3).

Якість наближення (7) залежить від правильного вибору базової функції. Бажано, щоб ця функція була максимально наближена до мінімальних компонент сигналу, що необхідно розрізнити.

Подальшим розвитком звичайного вейвлет-аналізу є доповнення базису (6) стисненнями та перенесеннями функції масштабування $\phi(x)$:

$$\phi_{jk}(x) = 2^j \cdot \phi(2^j x - k). \tag{8}$$

Після цього проводиться пошук оптимального з точки зору певного критерію (наприклад, мінімуму ентропії коефіцієнтів розкладу) базису у часткових базисах ортонормальних функцій, що входять до (6) та (8) (Adaptive Wavelet Packet Transform, ADPT - [5,1]). В результаті стає можливим при потребі збільшувати спектральне розрізнення, скажімо, для низькочастотних компонент. Для порівняння нижче наведені перетворення Мальвара та ADPT-перетворення акустичного сигналу роботи легень людини (рис. 4). На тому ж рисунку наведено розділення на сегменти в результаті ADPT-перетворення.

Крім більш компактного представлення сигналів та зручного розділення його на сегменти, вейвлет-аналіз дозволяє виконувати досить ефективну нелінійну фільтрацію. Один метод [5] полягає у відкиданні частини коефіцієнтів розкладу, що менші певного порогового рівня. Змінюючи цей рівень, стає можливим досягнення значно кращих результатів, аніж звичайними методами цифрової фільтрації.

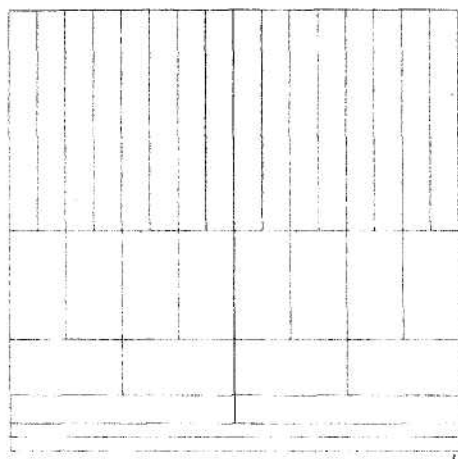


Рис. 3. Вейвлет-базис

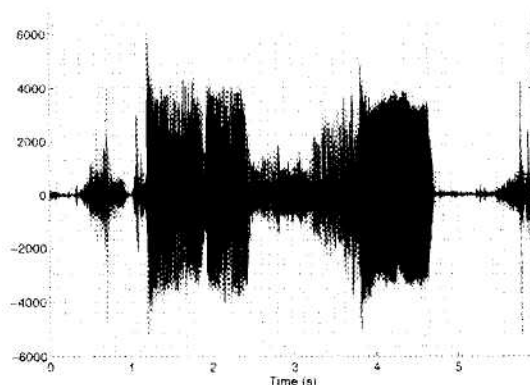
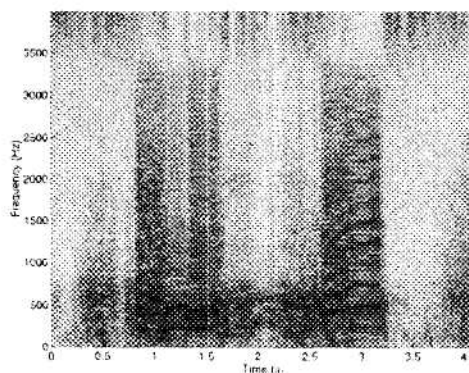
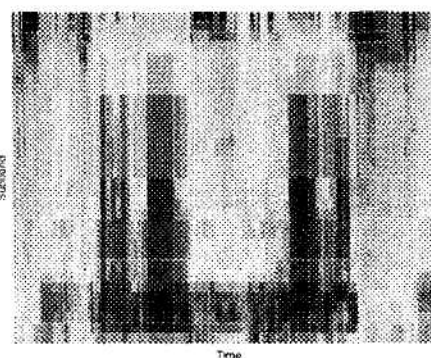


Рис. 4. Акустичний сигнал роботи легень



а)



б)

Рис. 5. Перетворення Мальвара (а) та ADPT-перетворення (б)

Отже, використання вейвлет-аналізу і його подальших вдосконалень дозволяє досягти кращих результатів там, де Фур'є аналіз неефективний – для аналізу суттєво нестационарних сигналів, тобто для обробки більшості медичних сигналів.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Ademovicyz E., Charbonneau G., Pesquetz J.-C.* Segmentation of infant respiratory sounds with malvar's wavelets // Institut d'Electronique Fondamentale Universite deParis Sud, 91405 Orsay, France zLaboratoire des Signaux et Systemes CNRS and GDR TdSI ESE, Plateau de Moulon, 91192 Gif sur Yvette, France.
2. *Akay M.* Wavelet Applications in Medicine // IEEE Spectrum, 1997. – Vol. – 34. – №. 5. – pp. 50-56.
3. *Coifman R.R., Wickerhauser M.V.* Adapted Waveform De-Noising for Medical Signals and Images // Department of Mathematics, Yale University, Department of Mathematics, Washington University in St. Louis, January 5, 1995.
4. *Jawerth B., Sweldens W.* An overview of wavelet based multiresolution analyses // Department of mathematics, University of South Carolina, Columbia, SC 29208, Feb. 8, 1993.
5. *Malvar H.S.* Lapped transforms for efficient transform / subband coding // IEEE Trans. ASSP, 1990. – Vol. 38. – № 6. – pp. 969-978.
6. *Марпл-мл. С.Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.: ил.

СИДОРЕНКО Володимир Васильович – аспірант Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- цифрова обробка біомедичних сигналів;
- сучасні інформаційні технології.