

Ю.О. Тимонін, О.Ю. Тимонін

**ПРИНЦИПИ ФУНКЦІОНАЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ
ЕНЕРГЕТИЧНОГО ПОВОДЖЕННЯ СИСТЕМ***(Представлено доктором технічних наук, професором Самотокінім Б.Б.)*

Розглядаються принципи функціонального моделювання систем, що володіють спільністю для «жорстких» і «м'яких» систем, на основі енергетичного опису систем. Сформульовано принцип залежності енергії системи від оточення. Запропоновано принцип приведення, що дозволяє формувати передатні функції систем без використання перетворення Лапласа. Принципи використовуються при проектуванні бізнес-процесів.

Одним з підходів до опису складних об'єктів, що забезпечують сполучення спільності і простоти, є метод функціонального моделювання [1]. Підсилити ці корисні властивості можна за рахунок застосування методів функціонального моделювання до енергетичного поведіння систем. З позицій енергетичного поведіння проглядається спільність опису як «жорстких», так і «м'яких» систем. Принципи функціонального моделювання енергетичного поведіння систем складають методологічну основу для аналітичного опису, проектування і керування різноманітних систем і використовуються при функціональному моделюванні бізнес-процесів [2, 3, 4].

Принципи функціонального моделювання вводять математичні моделі елементів (ММЕ) і закони їхньої композиції для опису математичних моделей систем (ММС). Принципи функціонального моделювання складаються в тому, що для опису застосовується тільки одна фазова перемінна типу потоків. Істотне зниження розмірності описів досягається завдяки відомим допущенням [1]. Принципи функціонального моделювання ММЕ реалізуються на основі:

- рівнянь перемінних стану, що у цьому випадку використовують одну фазову перемінну типу потоків;
- факторних макромоделей.

Елементи системи, названі при функціональному моделюванні ланками, часто розглядаються як об'єкти з одним входом і одним виходом. Тоді ММЕ є просте співвідношення, що зв'яже вхідну і вихідну фазові перемінні передатною функцією. Формування ММС при функціональному моделюванні здійснюється на основі законів композиції ланок ММС, отримані шляхом об'єднання ММЕ, описуються функціональними схемами, складеними з ланок. Принципи функціонального моделювання широко використовуються для вирішення задач проектування і керування.

Енергетичний опис систем. Для опису «м'яких» систем принцип енергетичного балансу розглядається як один із головних [5]. Проте, у цілому, принципи енергетичного опису систем розроблені ще недостатньо. Функціонування систем можна описати як процес перетворення потоків енергії. При цьому взаємодія системи з оточенням враховується потоком додаткової енергії, що надходить у систему із середовища. Принципи енергетичного опису систем уявимо сукупністю:

- принцип потоку енергії;
- принцип збалансованої сукупності потоків енергії;
- принцип залежності додаткового потоку енергії.

Принцип потоку енергії визначає енергію як універсальну фазову перемінну для опису систем. Потоки енергії мають безупинний характер у сполученні з дискретними (безупинними) вхідними впливами. Описи потоку енергії підпорядковуються фундаментальному закону зберігання. Періодична повторюваність руху енергії відображається циркуляцією потоків у замкнутому ланцюгу – енергетичному контурі. Потоки енергії відбивають рух матеріальних, фінансових та інших субстанцій.

Дискретна ММ вхідного впливу, що описує приток-сток енергії, має форму складової східчастої функції:

$$v(t) = \sum_{k=0}^K v(t, \tau_k). \quad (1)$$

де $v(t, \tau_k) = v_k I(\tau_k)$ – k -ий елементарний східчастий вхідний вплив;

v_k – k -а амплітуда;

$\tau_k = \tau_k - \tau_0$ – k -ий інтервал часового зсуву;

τ – внутрішній час системи;

$I(t, \tau_k)$ – одинична східчаста функція.

Для опису вхідного впливу зручне спектральне уявлення у виді спектра елементарних дискрет вхідного впливу, що включає:

- спектр амплітуд, заданий послідовністю: v_1, v_2, \dots, v_k ;
- спектр інтервалів тимчасового зсуву, заданий послідовністю: $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k$.

Принцип збалансованої сукупності потоків енергії полягає в тому, що повний потік енергії, що циркулює в контурі, подають сукупністю головного і додаткового потоків. Додатковий потік описує приток–сток у контур із зовнішнього середовища додаткової енергії.

Принцип установлює тотожну рівність поточних значень повного потоку (s) енергії суми головного (v), і додаткового (w) потоків енергії:

$$s(t) = v(t) + w(t). \tag{2a}$$

Принцип залежності додаткового потоку енергії полягає в тому, що додатковий потік енергії пропорційний усередненому за період циркуляції дії повного потоку енергії:

$$w(t) = \lambda(t) Q_S(t), \quad \lambda(t) = \gamma(t) \Lambda, \quad \Lambda = 1/T_0, \tag{26}$$

де γ – коефіцієнт пропорційності, що відбиває притік в систему додаткової енергії з зовнішнього середовища;

Λ – тактова частота циркуляції;

$Q_S(t)$ – дія повного потоку енергії за інтервал часу $t \in T$, обумовлене виразами:

$$Q_S(t) = \int_0^t s(\tau) d\tau, \quad Q_S'(t) = s(t).$$

До поняття «дія» приводиться більшість випадків, заснованих на використанні кількості енергії. Дія енергії поряд із потоком енергії використовується як фазова змінна.

У цілому, принципи енергетичного опису систем забезпечують формування універсальних ММЕ, що володіють системними властивостями.

Математичні моделі функціональних елементів являють собою систему рівнянь енергії у формі змінних стану, що містить загальне диференціальне рівняння енергії й алгебраїчне рівняння енергії типу «вихід–стан–вхід». Загальний випадок ММ лінійного нестационарного елемента описується системою рівнянь 1-ого порядку

$$s'(t) = a(t)s(t) + b(t)v'(t), \tag{3a}$$

$$w(t) = c(t)s(t) + d(t)v(t), \tag{36}$$

де $a(t)$, $b(t)$, $c(t)$, $d(t)$ – залежні від часу коефіцієнти.

Загальне вирішення системи рівнянь (3), що задовольняє початковим умовам $s_0 = s(t_0)$ для функцій стану і виходу, описується інтегралом згортання:

$$s(t) = \Phi(t)s(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t-\tau)v'(\tau)d\tau, \tag{4a}$$

$$w(t) = \Phi(t)s(t_0) + \int_{t_0}^t \Psi(t-\tau)v(\tau)d\tau. \tag{46}$$

Перші складові описують вільний рух енергії, другі – змушений рух. Вирази (3a) і (4) істотно відрізняються від класичної системи 1-ого порядку, розглянутої, наприклад, у [6]. Відмінність полягає в тому, що в рівнянні (3a) і, відповідно, у рішеннях (4) замість вхідної змінної використовується її похідна.

Рівняння енергії (3) – це рівняння систем із зворотним зв'язком. Поділ систем на «м'які» і «жорсткі» виявляється, у головному, в тому, що для «м'яких» систем має місце позитивний зворотний зв'язок, а для «жорстких» – негативний.

Характеристики систем. Функції енергії $s(t)$ і $w(t)$ (4) описуються за допомогою спеціальних функцій, що є перехідними характеристиками ММЕ:

$\Phi(t) = \exp(at)$ – перехідна характеристика початкових умов;

$\Phi(t - \tau) = c(t) \exp[a(t)(t - \tau)]$ – перехідна характеристика стану системи;

$\Psi(t - \tau) = c(t) \exp[a(t)(t - \tau)] / b(t) + d(t)$ – узагальнена перехідна характеристика системи (ядро системи).

Функції $s(t)$ і $w(t)$ розглядаються як функції енергії. Елементи функцій, тобто функції виду,

$s_e(t, \tau) = \Phi(t - \tau) v(\tau) d\tau$, $w_e(t, \tau) = \Psi(t - \tau) v(\tau) d\tau$ розглядаються як елементарні функції енергії.

Рішення системи рівнянь також можна висловити через імпульсні характеристики, що визначаються як похідні від перехідних характеристик:

$\varphi(t) = \Phi'(t)$ – імпульсна перехідна характеристика стану;

$\psi(t) = \Psi'(t)$ – імпульсна перехідна узагальнена характеристика.

Характеристики елементарного ММЕ пов'язані співвідношеннями

$$\Psi(t) = \Phi(t) - 1(t), \quad \psi(t) = \varphi(t) - \delta(t),$$

де $1(t)$, $\delta(t)$ – одиничні східчаста й імпульсна функції.

До рішень системи рівнянь може бути застосований принцип суперпозиції, на підставі якого функції енергії можна уявити у виді суперпозиції (накладення) елементарних функцій. У принципі суперпозиції використовуються стандартні властивості інтеграла згортання.

Відзначимо важливі властивості перехідних характеристик:

а) $\Phi(t, t) = 1$, перехідна характеристика стану при $\tau = t$ приводиться до перехідної характеристики початкових умов;

б) Для систем 1-ого порядку перехідну характеристику стану системи можна розкласти на співмножники по перемінних часу:

$$\Phi(t-\tau) = \Phi(t)\Phi(-\tau), \tag{5}$$

де $\Phi(t) = \exp(at)$ – перехідна характеристика;

$\Phi(-\tau) = \exp(-a\tau)$ – інвертована перехідна характеристика, що з'являється в результаті перетворення перехідної характеристики інтегралом згортання.

На підставі (5) можна виконати розкладання елементарних функцій енергії і записати їх у вигляді співмножників:

$$s_e(t, \tau) = \Phi(t) [\Phi(-\tau) v'(\tau) d\tau],$$

$$w_e(t, \tau) = \Psi(t) [\Psi(-\tau) v'(\tau) d\tau].$$

Залежність енергії системи від оточення. Залежність сповненої енергії системи не тільки від притоків–стоків головної («фізичної») енергії, але і від потоку додаткової енергії свідчить про явища, пов'язані із відкритістю систем і залежністю енергії системи від оточення. Ступінь цієї залежності визначається коефіцієнтом $a(t) = \lambda(t) = \gamma(t)A$ у принципі (26). Для «жорстких» систем можна вважати $\gamma(t) = 0$ у силу їхньої замкнутості. Для «м'яких», відкритих систем потік додаткової енергії може бути дуже вагомим.

Додаткова енергія може мати різноманітний характер, у тому числі й інформаційний. Потік додаткової енергії також може бути як умовним (уявним), так і реальним (дійсним). Умовність додаткової енергії пов'язана з тим, що вона в деяких інтервалах часу має потенційний характер. Реалізація додаткової енергії як потенційної залежить від відношення системи й оточення. Следством принципу залежності енергії системи від оточення є відповідне уточнення формулювання закону зберігання енергії для «м'яких» систем.

Принцип приведення енергії. Принцип залежності енергії системи від оточення дає підстави для визначення еквівалентного значення енергії, що обчислюється на задану тимчасову позначку.

Скористаємося властивістю розкладання перехідних характеристик (5) і, виносячи за знак інтеграла перехідну характеристику, одержимо функції енергії у вигляді:

$$s(t) = \Phi(t) [s(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(\tau) v'(\tau) d\tau] , \tag{6a}$$

$$w(t) = \Phi(t) [s(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(\tau) v'(\tau) d\tau] + \int_{t_0}^t v'(\tau) d\tau \quad (66)$$

Перехідну характеристику $\Phi(t) = \exp(at)$ будемо розглядати як основу передатної функції стосовно вхідних впливів виду:

$$V_s(t) = s(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(\tau) v'(\tau) d\tau.$$

Принцип приведення полягає в перетворенні спектра вхідних впливів (1) за інтервал часу в еквівалентне значення спектра, що обчислюється на задану позначку часу. Таке еквівалентне значення спектра вхідних впливів будемо називати приведеним, а перетворення (6) – приведенням вхідних впливів до моменту часу t_0 . Результат приведення – еквівалентне значення спектра вхідних впливів, що обчислюється на задану тимчасову позначку. Принцип приведення дозволяє:

а) приводити до деякого моменту часу τ_0 спектр довільних вхідних впливів, що відбуваються в різноманітні моменти часу. Приведення містить перетворення дискрет (амплітуд і тимчасових зсувів) спектра вхідних впливів. Приведене до моменту часу τ_0 значення амплітуди k -ого елементарного східчастого вхідного впливу

$$v_k(a, \tau_k) = v_k'(t, \tau_k) \exp(-a\tau_k) = v_k \delta(t) \exp(-a\tau_k),$$

де $v_k'(t, \tau_k) = v_k \delta(t)$ – швидкість зміни k -ої дискрети спектра;

$\exp(-a\tau_k)$ – оператор перетворення тимчасового зсуву k -ої дискрети, $\tau_k = \tau_k - \tau_0$;

б) обчислювати з урахуванням початкових умов еквівалентне значення спектра вхідних впливів як суму приведених значень дискрет спектра:

$$V(a, K) = \sum_{k=0}^K v_k(a, \tau_k); \quad (7)$$

в) подавати функції енергії (4) у виді добутку еквівалентного вхідного впливу і перехідної характеристики

$$s(t) = \Phi(t) V(a, t_0), \quad (8a)$$

$$w(t) = \Phi(t) V(a, t_0) + V(T), \quad (86)$$

де $V(T) = \sum_{k=0}^K v(t_k)$ – алгебраїчна сума амплітуд енергії в інтервалі часу T .

У «жорстких» систем інваріантність енергії проявляється як тотожна рівність приведених значень енергії алгебраїчній сумі притоків–стоків енергії в інтервалі часу T , тобто $V(a, t_0) = V(T)$.

Передатні функції ММЕ. У методології функціонального моделювання передатні функції функціональних ланок визначаються на основі інтегрального перетворення Лапласа. Передатні функції систем 1-ого порядку можна описати на основі принципу приведення функцій енергії. Функції енергії (4) на кінцевому інтервалі часу t можна уявити як лінійне перетворення приведених значень вхідних впливів:

$$s(t) = F_s(t) V(a, t_0), \quad (9a)$$

$$w(t) = F_w(t) V(a, t_0), \quad (96)$$

де $F(t)$ – передатні функції, що описують перетворення енергії.

Важлива властивість приведення – спільність передатних функцій на основі перехідних характеристик:

$$F_s(t) = \Phi(t)(v + 1), \quad (10a)$$

$$F_w(t) = \Phi(t)(v + 1) + \eta, \quad (106)$$

де $v = \frac{s(t_0)}{V(a, t_0)}$, $\eta = \frac{V(T)}{V(a, t_0)}$ – коефіцієнти приведення.

Принципи композиції передатних функцій. Об'єднання ММЕ в ММС при функціональному моделюванні здійснюється ототожненням тих вхідних і вихідних величин, що відповідають входам і виходам, що з'єднані. ММС описуються функціональними схемами, складеними з ММЕ. Принципи композиції передатних функцій впливають із принципів об'єднання ланок.

Паралельне з'єднання N ланок описується додаванням передатних функцій виду (10), зважених по приведених значеннях енергії:

$$F(t)V(a, t_0) = \sum_1^N F_n(t)V_n(a, t_0), \quad V(a, t_0) = \sum_1^N V_n(a, t_0).$$

Послідовне з'єднання N ланок описується добутком передатних функцій виду (10):

$$F(t) = \prod_1^N F_n(t).$$

Функціональне моделювання економічних систем. Застосування принципів функціонального моделювання енергетичного поводження систем у таких «м'яких» системах, як економічні, засноване на тому, що потоки вартості, що є основою опису економічних процесів, мають розмірність енергії. Принцип залежності енергії системи від оточення добре відомий в економіці для потоків вартості. У фінансовому аналізі принцип відносної вартості коштів формулюється у виді [7]: «При любом типе экономики, где капитал имеет стоимость, доллар сегодня стоит больше доллара, который должен быть получен через год, два, три». Відповідно, важливим для фінансового аналізу є принцип приведення вартості, що називається дисконтуванням і використовується для обчислення поточної вартості [7]: «Текущая стоимость – дисконтированная стоимость будущего денежного потока».

Принципи функціонального моделювання дозволяють одержувати універсальні прості аналітичні описи складних економічних об'єктів і використовуються для функціонального моделювання економічних систем у базисі бізнес-процесів [2, 3, 4].

ЛІТЕРАТУРА:

1. Норенков И. П. Введение в автоматизированное проектирование технических устройств и систем. – М.: Высш.школа, 1986. – С. 304.
2. Маслаков Г.М., Тимонін Ю.О., Тимонін О.Ю., Ячменьов О.В. Динамічні моделі бізнес-процесів // Вісник ЖІТІ, 1996. – № 4. – С. 160–164.
3. Маслаков Г.М., Тимонін Ю.О., Тимонін О.Ю. Інваріанти бізнес-процесів // Вісник ЖІТІ, 1997. – № 5. – С. 203–207.
4. Маслаков Г.М., Тимонін Ю.О., Тимонін О.Ю., Ячменьов О.В. Бізнес-процеси: основи теорії та методи // Вісник ЖІТІ, 1997. – № 6. – С. 175–179.
5. Дружинин В. В., Конторов Д. С. Системотехника. – М.: Радио и связь, 1985. – 200 с.
6. Директор С., Рорер Р. Введение в теорию систем: Пер. с англ. – М.: Мир, 1974. – С. 460.
7. Ван Хорн Дж. К. Основы управления финансами: Пер. с англ. – М.: Финансы и статистика, 1996. – С. 800.

ТИМОНІН Юрій Олександрович – кандидат технічних наук, завідувач кафедри інформаційних технологій Інституту підприємництва і сучасних технологій.

Наукові інтереси:

- інженерія бізнесу;
- економічна кібернетика.

ТИМОНІН Олександр Юрійович – аспірант Санкт-Петербурзького електротехнічного університету.

Наукові інтереси:

- системи мультимедіа, системи знань.