

**Д.В. Пяковський, к.т.н., доц.**  
Державний концерн «Укроборонпром»

**М.В. Бугайов, ад'юнкт**  
Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова

## **ВПЛИВ ВІКОННОЇ ФУНКЦІЇ НА СТАТИСТИЧНИЙ ПОКАЗНИК ЯКОСТІ СПЕКТРАЛЬНИХ ОЦІНОК ПОЛІГАРМОНІЧНИХ АКУСТИЧНИХ СИГНАЛІВ**

*У зв'язку з підвищенням ролі пасивних акустичних систем добування інформації у військовій сфері зростає зацікавленість до алгоритмів виявлення полігармонічних акустичних сигналів. Складність виявлення таких сигналів пов'язана з високою апріорною невизначеністю щодо їх структури. Використання статистичного показника якості (СПЯ) спектральних оцінок для адаптивної порогової обробки спрощує вирішення даної задачі. Отримано вирази для розрахунку СПЯ спектральних оцінок, отриманих на основі періодограми, та визначено межі зміни його значення для граничних випадків – гармонічного коливання та білого шуму. Показано, що рівень пульсацій СПЯ (різниця між його максимальним та мінімальним значеннями) пов'язаний з рівнем флуктуацій загального амплітудного спектра швидкоперетворення Фур'є (ШПФ). Встановлено, що з розширенням головної пелюстки віконної функції в частотній області рівень пульсацій СПЯ зменшується. Запропоновано для вагової обробки полігармонічних акустичних сигналів використовувати віконні функції Коші, Гюкі або Дольфа–Чебишева, які забезпечують одночасно мінімальні рівні пульсацій СПЯ та коефіцієнт втрат енергії сигналу.*

**Ключові слова:** віконна функція; статистичний показник якості; спектральна оцінка; періодограма; полігармонічний акустичний сигнал.

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** У системах ближньої локації в останні два десятиліття широко застосовують пасивні акустичні системи спостереження [1], що пов'язано як з їх високою інформативністю, так і з особливостями побудови і функціонування, до яких належить відсутність зондуючого сигналу, малі розміри пристроїв, низька споживана потужність, всепогодність, робота в умовах інтенсивних штучних і природних перешкод та скритність. Об'єктами акустичної розвідки досить часто крім систем артилерії противника виступають також танки, автомобілі, бронетранспортери, літаки, вертольоти, безпілотні літальні апарати (БПЛА). Акустичні випромінювання даних об'єктів утворюються силовою установкою (двигун, система вихлопу), колесами, гусеницями та повітряними гвинтами. В спектрі таких акустичних сигналів можна виділити пікові значення з частотами, що пов'язані з частотою запалювання двигуна або обертанням лопатей гвинтів. Тому акустичні випромінювання вказаних об'єктів можуть бути представлені у вигляді періодичних (полігармонічних) або майже періодичних сигналів, які на коротких інтервалах можна вважати стаціонарними і для їх обробки (виділення на фоні шуму) використовувати методи спектрального аналізу. Проте через їх особливості, а саме високий рівень апріорної невизначеності щодо кількості гармонічних складових і співвідношення між їх амплітудами, а також рівня ширококутових складових і відношення сигнал-шум, яке динамічно змінюється, застосування алгоритмів виявлення з фіксованим порогом буде досить ускладненим. Тому в таких випадках необхідною є розробка адаптивних алгоритмів порогової обробки [2–3], які використовують статистику спектральних оцінок акустичних сигналів.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Питанням виявлення джерел полігармонічних акустичних випромінювань присвячена значна кількість робіт [4–8]. Аналіз даних робіт показав, що на практиці для обробки полігармонічних сигналів найчастіше використовують періодограмні методи. Це пов'язано, насамперед, з підсиленням гармонічного сигналу через визначення внутрішньої кореляції, що відбувається під час обчислення  $N$ -точкового ШПФ [9]. Однак питанням вибору віконної функції та дослідженню її впливу на спектральні оцінки не приділялося значної уваги. У роботі [7] для адаптивної порогової обробки спектральних портретів акустичних випромінювань БПЛА використано СПЯ. Проте відкритим залишилося питання визначення впливу вікна на значення даного показника, що є принциповим за

подальшого оцінювання показників якості алгоритму виявлення. Через те, що періодограму можна обчислити лише для скінченної кількості відліків дискретного сигналу, а реальні процеси мають нескінченну тривалість, то застосування попередньої віконної обробки останніх є необхідним [10]. Вибір довжини вікна завжди являє компроміс між роздільною здатністю за частотою та статистичною стійкістю (дисперсією спектральних оцінок), а вибір його форми – між згладжуванням та ефектом витікання [11–12].

**Метою статті** є оцінювання впливу віконної функції на значення СПЯ спектральних оцінок полігармонічних акустичних сигналів, отриманих на основі модифікованої періодограми.

#### Викладення основного матеріалу

**1. Визначення СПЯ та меж його значень.** Полігармонічні сигнали можна описати сумою гармонічних коливань [13]:

$$s(t) = \sum_{i=0}^K A_i \sin(2\pi f_0 t + \varphi_i), \quad (1)$$

де  $K$  – кількість гармонічних складових;  $A_i$ ,  $\varphi_i$  – випадкові значення амплітуди та фази  $i$ -ї складової сигналу;  $f_0$  – фундаментальна частота коливань.

На періоді фундаментальної частоти, що дорівнює або менше мінімальної частоти гармонік, вкладається кратна кількість періодів усіх гармонік, що і створює періодичність повторення сигналу. Частотний спектр полігармонічних сигналів дискретний, у зв'язку з чим широкого поширення набуло представлення таких сигналів у вигляді рядів Фур'є. Для цього достатньо розкласти один період сигналу в даний ряд за тригонометричними функціями синуса і косинуса з кроком за частотою, що дорівнює фундаментальній частоті. Частотне представлення є також основним інструментом для аналізу майже періодичних сигналів, що близькі за своєю структурою до полігармонічних. Вони також є сумою двох і більше гармонічних сигналів але не з кратними, а з довільними частотами, відношення яких (хоча б двох) не належить до раціональних чисел, внаслідок чого фундаментальний період сумарних коливань нескінченно великий. Так, наприклад, сигнал акустичного випромінювання від рухомого джерела буде майже періодичним через різні зміщення частоти окремих гармонік внаслідок ефекту Доплера (чим вища частота гармоніки, тим більше зміщення). Математичне відображення таких сигналів аналогічне до полігармонічних сигналів (сума гармонік), а частотний спектр також дискретний.

Статистичний показник – це узагальнююча характеристика, в якій поєднуються якісна та кількісна визначеність останнього. СПЯ спектральної оцінки об'єднує роздільну здатність за частотою (ширину спектральних ліній) та здатність ШПФ виділяти гармонічні складові сигналу в шумові, тобто не створювати шумових викидів, і визначається як відношення дисперсії оцінки спектральної щільності потужності (СЩП) до квадрату середнього значення цієї оцінки [14]

$$Q = \frac{\sigma_{P_{xx}}^2}{m_{P_{xx}}^2}. \quad (2)$$

де  $\sigma_{P_{xx}}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{0,5N} (P_{xx}[k] - m_{P_{xx}})^2$  – вибіркова дисперсія оцінки СЩП;

$$m_{P_{xx}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{0,5N} P_{xx}[k] - \text{вибіркове середнє оцінки СЩП};$$

$P_{xx}[k]$  – відліки нормованої до енергії сигналу оцінки СЩП аналітичного сигналу  $x[n]$ , зваженого відліками віконної функції  $w[n]$  довжиною  $N$ , розраховані відповідно до такого виразу:

$$P_{xx}[k] = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x[n] w[n] e^{-j2\pi k \frac{n}{N}} \right|^2, \quad (3)$$

де  $k = 0, \dots, N/2 - 1$  – номер біну ШПФ.

Вибіркове середнє оцінки СЩП  $m_{P_{xx}}$  нормованого спектрального портрета будь-якого сигналу, для якого виконане нормування до енергії сигналу  $\sum_{k=1}^{0,5N} P_{xx}[k]=1$ , матиме значення  $m_{P_{xx}} = N^{-1}$ .

Тоді вираз для дисперсії оцінки СЩП можна записати у такому вигляді:

$$\sigma_{P_{xx}}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{0,5N} P_{xx}^2 - \frac{1}{N^3}. \quad (4)$$

Після цього рівняння (2) можна записати за допомогою такого виразу:

$$Q = \frac{N^2 \sum_{k=1}^{0,5N} P_{xx}^2 - 1}{N}. \quad (5)$$

Визначимо верхню та нижню межі значень для  $Q$ , тобто його можливі значення. Для цього розглянемо два граничних випадки:

а) вхідний сигнал являє собою гармонічне коливання з кількістю періодів аналізу, що кратна частоті дискретизації (це виключить ефект витікання ШПФ), який на частоті сигналу дасть значення СЩП рівне 1 і нульове на решті частот;

б) вхідний сигнал являє собою ідеальний білий шум, що має однакову СЩП на всіх частотах, яка становить  $N^{-1}$ .

Для першого випадку значення суми квадратів спектральних відліків при обробці сигналу прямокутним вікном становитиме 1 і значення СПЯ може бути розраховане як  $Q = (N^2 - 1)N^{-1}$  або при великих  $N - Q \approx N$ . Для другого випадку сума квадратів спектральних відліків складатиме  $N^{-2}$  і  $Q = (N - 1)N^{-1}$  або при великих  $N - Q \approx 1$ . Оскільки ідеальний білий шум є математичною абстракцією, то значення СПЯ при розрахунках періодограми реальних сигналів завжди буде знаходитися в межах  $1 < Q < N$ .

**2. Оцінювання впливу віконної функції на значення СПЯ.** Застосування  $N$ -точкового ШПФ завжди супроводжується флуктуаціями (модуляцією) загального амплітудного спектра [9]. На рисунку 1 (а) показано амплітудно-частотні характеристики (АЧХ)  $K(f)$  двох бінів ШПФ, що відображають втрати, які виникають для частот, розміщених між центрами бінів. Частота центра АЧХ  $k$ -го біна -  $f_k = f_s k N^{-1}$ , де  $f_s$  - частота дискретизації. Відхилення частоти гармонічного коливання від частоти центра біна ШПФ в межах його ширини смуги  $\Delta f - \delta = f/\Delta f = fN/f_s$ ,  $f = 0 \div \Delta f$ , призводить до виникнення явища витікання, яке полягає у появі в деякій мірі вхідного сигналу на всіх частотах аналізу ШПФ. За даним рисунком можна визначити, що модуль ШПФ змінюється від 1 в центрі біна до 0,637 на однаковому віддаленні від двох сусідніх бінів. На рисунку 1 (б) наведено АЧХ бінів за потужністю. Тому з точки зору енергетичного спектра дані пульсації призведуть до спотворень близько -3,92 дБ на однаковій відстані від сусідніх бінів.

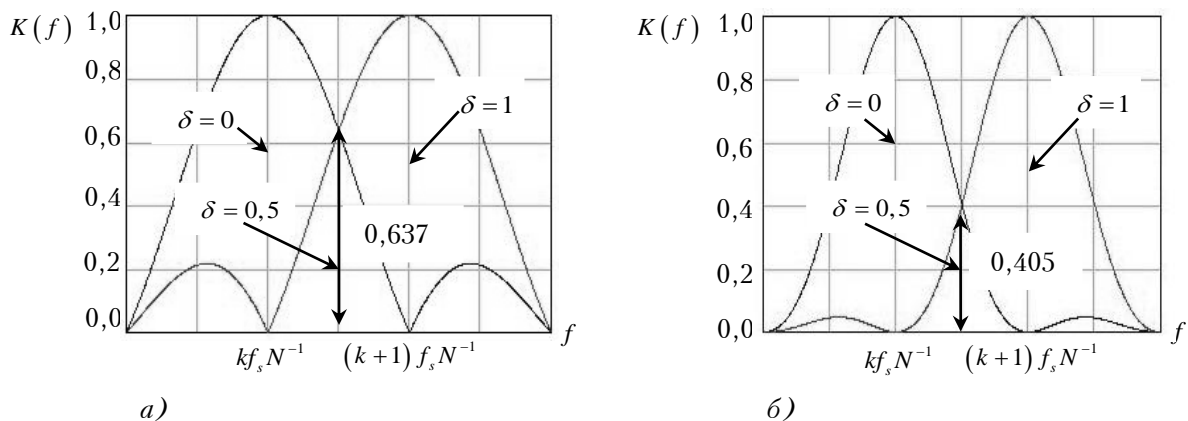


Рис. 1. Амплітудно-частотна характеристика бінів ШПФ:  
(а) за амплітудою, (б) за потужністю

Використання вікон, відмінних від прямокутного, сприяє ослабленню ефекту модуляції за рахунок розширення головної пелюстки частотної характеристики кожного фільтра, оскільки більш широкі головні пелюстки перекриваються більшою мірою та заповнюють провали, що спостерігаються на рисунку 1. Для сигналів, спектр яких займає кілька бінів, пульсації спектра можуть виявитися майже непомітними. Проте вони будуть суттєвими під час аналізу полігармонічних сигналів, оскільки можуть призвести до спотворень амплітуд окремих гармонічних складових [12].

Дослідимо вплив виду віконної функції  $w[n]$  на значення СПЯ при різних відхиленнях частоти гармонічного коливання від центра біна ШПФ. Для цього в середовищі математичного моделювання Matlab згенеруємо аналітичне гармонічне коливання і, змінюючи його частоту в межах  $0 \div \Delta f$  з кроком  $0,1\Delta f$ , будемо розраховувати СЩП та значення СПЯ відповідно до виразу (2) для різних віконних функцій. Оскільки значення СПЯ залежить від довжини вікна  $N$ , то щоб уникнути даної залежності будемо користуватися значенням СПЯ, нормованим до довжини  $N$ :

$$\hat{Q} = \frac{Q}{N}. \quad (6)$$

На рисунку 2 наведено залежності значень нормованого СПЯ від відхилення частоти для різних вікон з фіксованими параметрами. З даного рисунка видно, що залежність  $\hat{Q}$  від  $\delta$  має коливальний характер. Мінімальними значення СПЯ  $\hat{Q}_{\min}$  для будь-якого вікна будуть тоді, коли частота гармонічного сигналу знаходиться по центру між бінами ( $\delta = 0,5$ ), і максимальними  $\hat{Q}_{\max}$  при її співпадінні з центральними частотами бінів ( $\delta = 0; 1$ ).

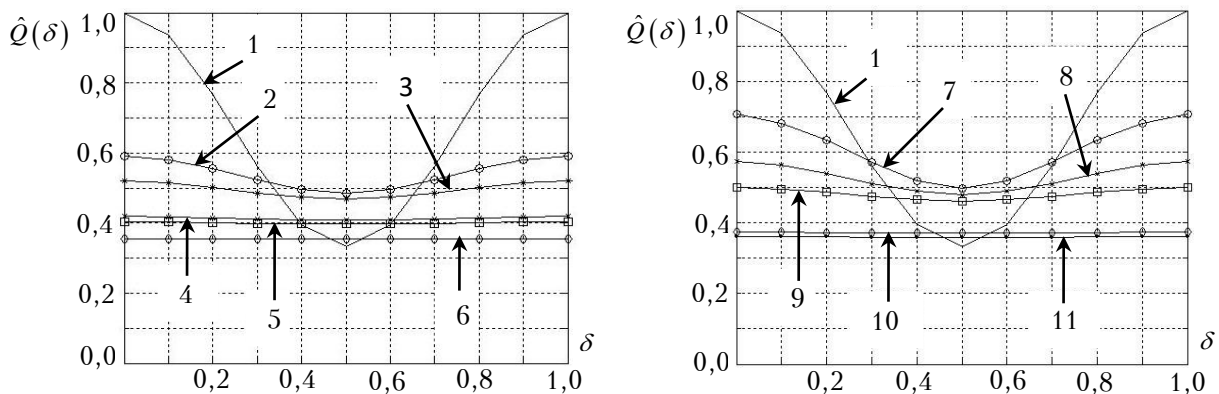


Рис. 2. Залежність значень нормованого СПЯ від відхилення частоти для різних вікон: 1 – прямокутного; 2 – Бартлета; 3 – Бартлета–Ханна; 4 – Блекмана; 5 – Бохмана; 6 – Блекмана–Харіса; 7 – параболічного; 8 – Хеммінга; 9 – Ханна; 10 – Парзена; 11 – Наттала

Крім того, варто підкреслити, що застосування вікон, відмінних від прямокутного, призводить до зменшення не лише рівня пульсацій АЧХ ШПФ [9], а також і до зменшення рівня пульсацій значень СПЯ – різниці між його максимальним та мінімальним значенням:

$$\beta = \hat{Q}_{\max} - \hat{Q}_{\min} = \hat{Q}(\delta = 0) - \hat{Q}(\delta = 0,5), \quad (7)$$

яка буде різною для різних вікон.

Характерною особливістю застосування вікон як з фіксованими, так і зі змінними параметрами (Дольфа–Чебишева, Кайзера, Гаусса, Пуассона, Тюкі, Коші) є те, що рівень пульсацій як АЧХ ШПФ, так і СПЯ  $\beta$  зменшується, при збільшенні втрат за рахунок обробки непрямокутним вікном. Дані втрати можна виразити через такий коефіцієнт:

$$\gamma = 10 \log \sum_{n=-0,5N}^{0,5N} w^2[n]. \quad (8)$$

На рисунку 3 наведено апроксимовані прямими лініями залежності рівня пульсацій СПЯ від значення коефіцієнта втрат для вікон зі значеннями параметрів, які найчастіше використовують на практиці (на рисунку позначені кружками): Дольфа–Чебишева – 60, 80, 100; Кайзера – 5, 7, 9; Гаусса – 2, 3, 4; Пуассона – 3, 4, 5; Тюкі – 6, 8, 10; Коші – 4, 5, 6.

Як бачимо з даного рисунка, для отримання мінімального рівня пульсацій СПЯ за мінімальних значень коефіцієнта втрат найбільш доцільно обрати віконні функції Тюкі, Коші або Дольфа-Чебишева, яка крім того забезпечує однаковий рівень бічних пелюсток, що визначається значенням параметра. Деяко гірші результати можна отримати із використанням вікна Гаусса.

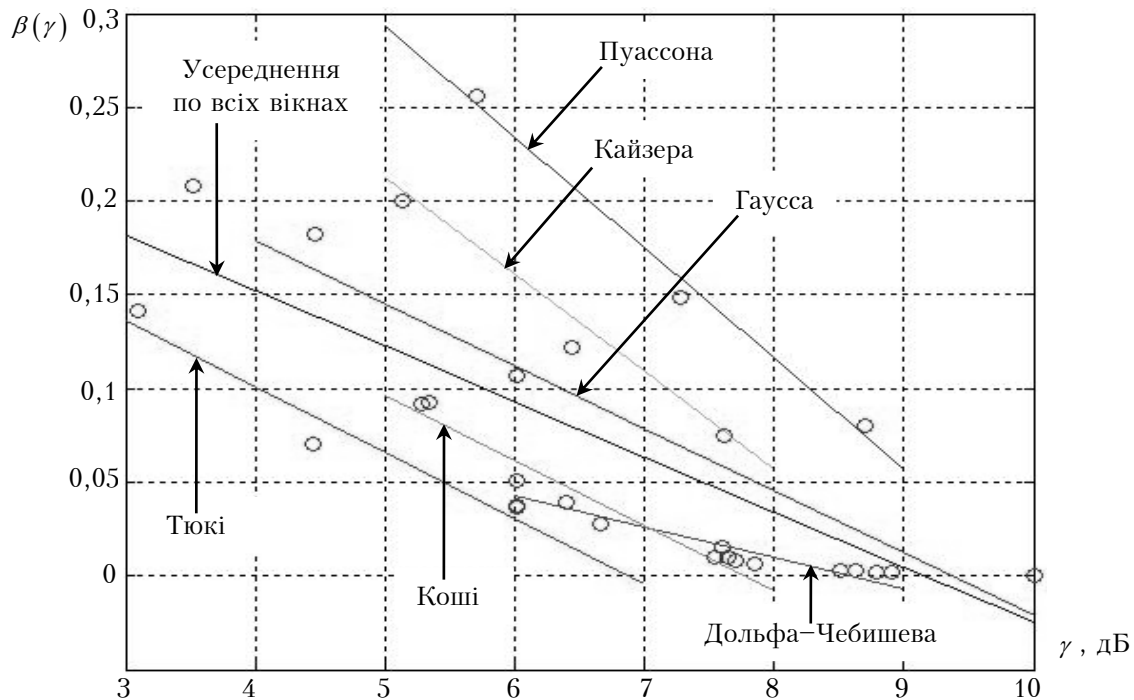


Рис. 3. Залежність рівня пульсацій СПЯ від значення коефіцієнта втрат

Для спектра, що має  $K$  ненульових частотних відліків з однаковими амплітудами, СПЯ матиме значення  $\hat{Q}_K \approx K^{-1}$ . За неоднаковості амплітуд спектральних складових його значення буде збільшуватися і наближатиметься до 1 під час прямування амплітуд усіх гармонік, крім однієї, до нуля. Даний випадок відповідає відсутності витікання ШПФ ( $\delta = 0$ ) і прямокутній віконній функції. При неспівпаданні хоча б однієї з гармонічних складових з центральною частотою біна вказані значення будуть меншими. На рисунку 4 наведено залежності значення СПЯ  $\hat{Q}_2$  для полігармонічного сигналу, що має у своєму складі дві гармоніки, від співвідношення їх амплітуд  $A_1$  та  $A_2$ . З даного рисунка видно, що під час збільшення рівня витікання, тобто відхилення частот обох гармонічних складових від центрів бінів, різниця між значеннями СПЯ при  $A_1/A_2 = 0$  та  $A_1/A_2 = 1$  зменшується.

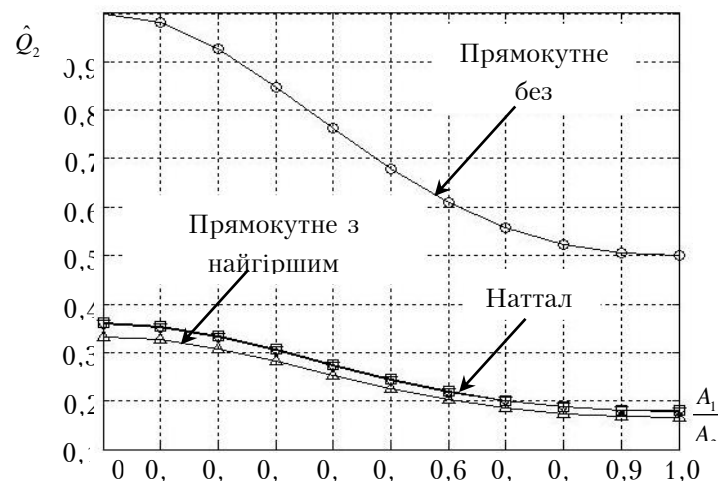


Рис. 4. Залежність нормованого СПЯ від відношення амплітуд двох гармонічних складових

Випадок для прямокутного вікна з найгіршим витіканням (частоти обох гармонічних складових знаходяться між центральними частотами бінів ШПФ,  $\delta = 0,5$ ) є граничним, до якого наближатимуться значення СПЯ для інших віконних функцій. Для випадку  $K$  гармонічних складових при домінуванні однієї з них  $\hat{Q}_k = 0,33$ , а при однакових амплітудах гармонік –  $\hat{Q}_k = 0,33K^{-1}$ . На рисунку 4 для порівняння наведено криву для вікна Наттала, коефіцієнт втрат якого становить 9 дБ при розширенні основної пелюстки в 4 рази, порівняно з прямокутним вікном.

При узагальненні на інші вікна і одній домінуючій гармоніці в суміші з  $K$  складових для  $\delta = 0$   $\hat{Q}_k \rightarrow \hat{Q}_w$ , а при однакових амплітудах  $\hat{Q}_k = K^{-1}\hat{Q}_w$ , де  $\hat{Q}_w$  – значення СПЯ для однієї гармоніки без витікання, отримане для модифікованої періодограми з вікном  $w[n]$ . Для різних ступенів витікання крива  $\hat{Q}_k$  буде розміщуватися нижче за криву без витікання, а зміщення визначатиметься відхиленням частоти  $\delta$ .

**Висновки.** При обробці реальних акустичних сигналів на основі ШПФ ефект витікання є неминучим і призводить до пульсацій значення СПЯ, що ускладнює його використання для адаптивної порогової обробки. Зменшити рівень пульсацій СПЯ можна шляхом вагової обробки полігармонічних акустичних сигналів вікном, відмінним від прямокутного. Для отримання стійких оцінок СПЯ, доцільним є використання віконних функцій Дольфа–Чебишева, Коші та Тюкі, які одночасно забезпечують мінімальні значення рівня пульсацій СПЯ та коефіцієнта втрат енергії сигналу.

Перспективи подальших досліджень в даному напрямку полягають у визначенні впливу відношення сигнал-шум на значення СПЯ спектральних оцінок.

#### Список використаної літератури:

1. *Лифанов Ю.С.* Направления развития зарубежных средств наблюдения за полем боя / *Ю.С. Лифанов, В.Н. Саблин, М.И. Салтан.* – М. : Радиотехника, 2004. – 64 с.
2. *Уидроу Б.* Адаптивная обработка сигналов : пер. с англ. / *Б.Уидроу, С.Стирнз.* – М. : Радио и связь, 1989. – 440 с.
3. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники / *Б.Р. Левин.* – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Радио и связь, 1989. – 656 с.
4. Remote netted acoustic detection system / *N.Srour, J.Robertson*: Final report ARL-TR-706., 1995. – 44 p.
5. *Aljaafreh A.* Multi-target classification using acoustic signatures in wireless sensor networks: A survey / *A.Aljaafreh, A.Al-Fuqaha.* – Signal Processing-An International Journal (SPIJ), 2012. – Vol. (4): Issue (4). – P. 175–200.
6. *Feder M.* Parameter estimation and extraction of helicopter signals observed with a wide-band interference / *M.Feder* // IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING, 1993. – Vol. 41. – №. I. – P. 232–244.
7. *Бугайов М.В.* Алгоритм виявлення акустичних сигналів БПЛА / *М.В. Бугайов* // Вісник ЖДТУ / Серія: Технічні науки. – Житомир : ЖДТУ, 2015. – № 74 (3). – С. 46–53.
8. *Massey K.* Noise measurements of tactical UAVs / *K.Massey, R.Gaeta* // 16th AIAA 2010-3911/CEAS Aeroacoustics Conference, 2010. – P. 1–16.
9. *Лайонс Р.* Цифровая обработка сигналов / *Р.Лайонс* ; пер. с англ. под ред. *А.А. Брито́ва.* – 2-е изд. – М. : ООО Бином-Пресс, 2006. – 656 с.
10. *Макс Ж.* Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях : в 2-х томах / *Ж.Макс* ; пер. с франц. – Т. 1. – М. : Мир, 1983. – 312 с.
11. *Prabhu K.M.M.* Window functions and their applications in signal processing / *K.M.M. Prabhu.* – Taylor & Francis Group, LLC, 2014. – 406 p.
12. *Harris F.J.* On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform / *F.J. Harris* // Reprinted from Proc. IEEE. – Vol. 66. – 1978. – Pp. 51–83.
13. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы / *С.И. Баскаков.* – М. : Высшая школа, 2000. – 462 с.

14. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С.Л. Марпл-мл ; пер. с англ. – М. : Мир, 1990. – 584 с.

#### References:

1. Lifanov, Yu., Sablin, V.N. and Saltan, M.I. (2004), *Napravleniya razvitiya zarubezhnykh sredstv nablyudeniya za polem boya*, Radiotekhnika, Moscow, 64 p.
2. Uidrou, B. (1989), *Adaptivnaya obrabotka signalov*, Radio i svyaz', Moscow, 440 p.
3. Levin, B.R. (1989), *Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki*, Radio i svyaz', Moscow, 656 p.
4. Srouf, N. and Robertson, J. (1995), *Remote netted acoustic detection system*, Final report ARL-TR-706, 44 p.
5. Aljaafreh, A., and Al-Fuqaha, A. (2012), «Multi-target classification using acoustic signatures in wireless sensor networks: A survey», *An International Journal «Signal Processing»*, vol. 4, pp. 175–200.
6. Feder, M. (1993), «Parameter estimation and extraction of helicopter signals observed with a wide-band interference», *IEEE Transactions On Signal Processing*, vol. 41, pp. 232-244.
7. Bugajov, M. V. (2015), «Algorytm vyjavlennja akustychnyh signaliv BPLA», *Visnyk ZhDTU. Serija: Tehnichni nauky*, vol 74 (3), pp. 46–53.
8. Massey, K. (2010), «Noise measurements of tactical UAVs», *16th AIAA 2010-3911/CEAS Aeroacoustics Conference*, pp. 1–16.
9. Layons, R. (2006), *Tsifrovaya obrabotka signalov*, per. s angl. 2-e izd., OOO Binom-Press, Moscow, 656 p.
10. Maks, Zh. (1983), *Metody i tekhnika obrabotki signalov pri fizicheskikh izmereniyakh*, per. s frants : u 2-kh kn. Kn. 2, Mir, Moscow, 312 p.
11. Prabhu, K. M. M. (2014), *Window functions and their applications in signal processing*, Taylor & Francis Group, LLC, 406 p.
12. Harris, F.J. (1978), «On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform», *Reprinted from Proc. IEEE*, vol. 66, pp.51-83.
13. Baskakov, S.I. (2000), *Radiotekhnicheskie tsepi i signaly*, Vysshaya shkola, Moscow, 462 p.
14. Marpl-ml., S.L. (1990), *Tsifrovoy spektral'nyy analiz i ego prilozheniya*, per. s angl, Mir, Moscow, 584 p.

ПЯСКОВСЬКИЙ Дмитро Володимирович – кандидат технічних наук, доцент, радник з питань ракетно-космічної техніки генерального директора державної компанії «Укрспецекспорт» державного концерну «Укроборонпром».

Наукові інтереси:

- оптимізація складних радіотехнічних систем.

БУГАЙОВ Микола Вікторович – ад'юнкт наукового центру Житомирського військового інституту імені С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

- математичні та алгоритмічні методи обробки сигналів;
- аналіз акустичних випромінювань.

E-mail: karunen@ukr.net.

Стаття надійшла до редакції 14.09.2016.