

І.В. Зімчук, к.т.н., доц.
В.І. Іщенко, к.т.н., доц.
Т.М. Шапар, ст. викл.

Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова

СИНТЕЗ ЦИФРОВИХ РЕГУЛЯТОРІВ ДЛЯ ЗАМКНЕНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ НЕПЕРЕРВНИМИ ОБ'ЄКТАМИ

Викладено методичку синтезу цифрових регуляторів для замкнених систем управління неперервними об'єктами. Показано, що більшість існуючих методів синтезу цифрових регуляторів, які реалізують принцип управління за відхиленням, ґрунтуються на досвіді синтезу неперервних систем і не дозволяють реалізувати одночасне підвищення точності системи в сталому режимі та забезпечення бажаних показників якості перехідного процесу. В основу усунення помилки системи в сталому режимі покладено принцип підвищення порядку астатизму, який реалізується компенсаційним методом. Для забезпечення заданої якості перехідного процесу застосовано метод розміщення полюсів та нулів передаточної функції замкненої системи. Позитивною рисою запропонованого підходу є урахування вимог до якості перехідного процесу та заданої статичної точності системи управління на етапі синтезу цифрового регулятора. Наводиться приклад синтезу цифрового регулятора для управління об'єктом другого порядку, результати моделювання якого підтверджують ефективність викладеної методики.

Ключові слова: цифровий регулятор; об'єкт управління; корені характеристичного рівняння; характеристичний поліном.

Постановка проблеми. Більшість існуючих сучасних систем автоматичного управління будуються за принципом управління за відхиленням з використанням послідовного корегуального пристрою як пристрою управління. Розвиток мікропроцесорної техніки спричинив широке застосування в системах управління цифрових регуляторів, використання яких дозволяє досягти високих показників якості управління [3, с. 758; 8, с. 12]. Постійне підвищення вимог до якості цифрових систем керування призводить до необхідності удосконалення існуючих методик синтезу цифрових регуляторів.

Огляд останніх досліджень і публікацій. Питання проектування систем автоматичного управління з цифровими регуляторами широко представлено у сучасній літературі, де достатньо глибоко викладено принципи будови регуляторів за різними класифікаційними ознаками.

Один з відомих підходів [2, с. 120; 7, с. 302; 8, с. 219; 9, с. 109] передбачає синтез цифрового регулятора шляхом перебудови аналогового корегуального пристрою, який синтезується одним з відомих методів, наприклад методом логарифмічних частотних характеристик. В результаті процедура синтезу регулятора є досить складною.

Інший підхід [3, с. 780; 6, с. 81; 7, с. 316; 8, с. 205; 9, с. 125] полягає в доповненні існуючої аналогової системи цифровим ПІД-регулятором. При цьому структура регулятора визначається необхідністю досягнення бажаних динамічних властивостей системи. Такий підхід має широке застосування на практиці. Недоліком даного методу є те, що він не розв'язує задачу усунення протиріччя між стійкістю системи та її точністю в сталому режимі.

Метод розміщення нулів та полюсів [3, с. 343] позбавлений вказаних недоліків. Ідея методу полягає у визначенні параметрів системи та регулятора так, щоб корені характеристичного рівняння займали на z -площині бажане положення. Такий підхід спрямований лише на покращення якості системи в перехідному режимі, є методом підбору і не дозволяє однозначно визначити параметри регулятора.

У [7, с. 315; 8, с. 256] викладено метод, що ґрунтується на взаємній компенсації небажаних нулів та полюсів передаточної функції об'єкта управління нулями та полюсами регулятора та додаванні нових, таких, що забезпечили б бажані динамічні властивості системи. Для широкого класу задач синтезу такий підхід не завжди дає задовільний результат і результатом синтезу може стати досить складний регулятор. Описані методи синтезу цифрових регуляторів ґрунтуються на досвіді синтезу неперервних систем.

У [2, с. 142; 7, с. 320] викладено метод синтезу цифрових систем з аперіодичним перехідним процесом. Відповідно до цього методу цифровий регулятор синтезується, виходячи з необхідності отримання аперіодичної реакції системи на заданий вхідний сигнал. Синтезовані ним цифрові регулятори належать до класу компенсаційних. Метод досить простий, однак синтезовані регулятори дають задовільні результати лише для чітко визначеної моделі вхідної дії. Якщо вхідна дія не відповідає моделі, що враховувалась під час синтезу, то динамічні властивості системи значно погіршуються. Крім того, синтезована за цим методом система стає досить чутливою до зміни параметрів.

З проведеного аналізу видно, що синтез структури цифрових регуляторів для замкнених автоматичних систем повинен бути більш гнучким, що є підставою для розробки більш оригінальних

методів синтезу. Один з методів синтезу цифрових регуляторів викладено в роботі [5, с. 32]. Метод ґрунтується на теорії інваріантності і дозволяє синтезувати цифрові системи, стійкість та статична точність яких визначається на етапі синтезу. Авторами детально викладено процес синтезу цифрових регуляторів для покращення якості системи в сталому режимі. Однак шляхи забезпечення бажаних властивостей системи в перехідному режимі не розглядаються.

У зв'язку з цим, метою даної роботи є викладення результатів розробки методики синтезу цифрових регуляторів, спроможних надати системі бажаних показників якості як в сталому, так і в перехідному режимах.

Формулювання завдання дослідження. Задача синтезу цифрових регуляторів формулюється наступним чином. Для замкненої системи автоматичного управління (рис. 1) з відомою передаточною функцією об'єкта управління

$$\Psi(z) = \frac{\psi_1(z)}{\psi_2(z)}, \quad (1)$$

визначити порядок синтезу цифрового регулятора

$$F(z) = \frac{f_1(z)}{f_2(z)}, \quad (2)$$

якщо в дискретні моменти часу $t = nT$ на вхід системи надходить вхідна дія, яка описується поліноміальною моделлю наступного виду:

$$x(n) = x(n-1) + \sum_{i=1}^N \Delta^i x(n-1) \frac{T^i}{i!}, \quad (3)$$

де T – інтервал часової дискретизації;

$\Delta^i x(n-1)$ – i -та різниця від вхідної дії $x(n-1)$;

N – порядок вхідної дії $x(n)$.

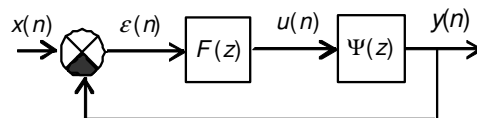


Рис. 1. Структурна схема цифрової САУ

Вимогами до синтезу є відсутність динамічної помилки системи в сталому режимі $\varepsilon = 0$ та забезпечення заданого перерегулювання σ системи в перехідному режимі.

Викладення основного матеріалу. Для замкнених систем управління неперервними об'єктами, передаточну функцію цифрового регулятора $F(z)$ пропонується [5, с. 32] визначати з виразу:

$$F(z) = \frac{C(z) - A(z)}{A(z)\Psi(z)}, \quad (4)$$

де

$$A(z) = (1 - z^{-1})^{N+1} - \quad (5)$$

поліном чисельника передаточної функції системи за помилкою $W_\varepsilon(z) = \frac{A(z)}{C(z)}$,

$$C(z) = \prod_{i=1}^{N+1} (1 + \Theta_i z^{-1}) - \quad (6)$$

характеристичний поліном замкнутої системи.

Якщо складові $A(z)$ та $\psi(z)$ виразу (4) визначено однозначно, то порядок аналітичного розрахунку характеристичного полінома $C(z)$ потребує аналітичного обґрунтування.

Відомо [1, с. 223; 3. с. 342], що в перехідному режимі властивості замкненої системи автоматичного управління визначаються розміщенням коренів характеристичного рівняння на z площині:

$$z^{N+1} + c_0 z^N + c_1 z^{N-1} + \dots + c_{N+1} = 0, \quad (7)$$

де

$$c_0 = -\sum_{i=1}^{N+1} z_i; \quad (8)$$

$$c_1 = \sum_{i,j=1}^{N+1} z_i z_j ; \quad (9)$$

$$c_2 = - \sum_{i,j,k}^{N+1} x_i x_j x_k .$$

Таким чином, визначившись з коренями z_i характеристичного рівняння (7), коефіцієнти характеристичного рівняння можуть бути однозначно визначеними за (8) та (9). Такий підхід в літературі отримав назву метод розміщення нулів та полюсів передаточної функції системи.

Для забезпечення стійкості системи достатньо, щоб корені характеристичного поліному (7) були за модулем менше за одиницю, тобто $|z_i| < 1$ [6, с. 45], а для надання системі бажаних динамічних властивостей корені повинні набувати певних значень. Пропонується корені характеристичного рівняння визначати за допомогою рисунку 2 [10].

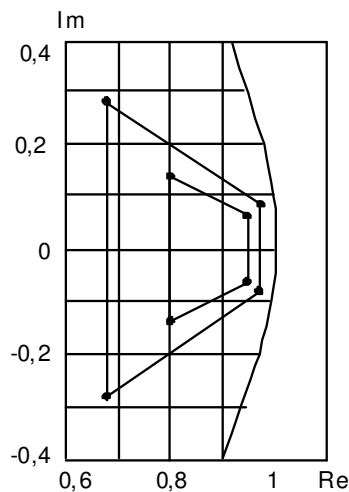


Рис. 2. Ділянка з площини для визначення коренів характеристичного рівняння

На рисунку 2 зовнішня межа відповідає кореням характеристичного рівняння, що нададуть системі перерегулювання $\sigma \leq 20\%$, а внутрішня межа – перерегулювання $\sigma \leq 5\%$.

Порядок синтезу цифрового регулятора розглядається на прикладі. Модель об'єкта управління подається передаточною функцією:

$$\psi(p) = \frac{\alpha}{p(b+p)}, \quad (10)$$

де α , b – коефіцієнти, які визначаються параметрами об'єкта управління;
 p – оператор Лапласа.

Вхідна дія описується рівнянням (1) за $N = 1$, що відповідає лінійній моделі. Необхідно синтезувати структуру цифрового регулятора та алгоритм управління, при застосуванні якого система набуде наступних властивостей: в сталому режимі $\varepsilon(n) = 0$, в перехідному режимі $\sigma \leq 20\%$.

Розв'язання. Визначається дискретна передаточна функція [3, с. 88] об'єкта управління:

$$\psi(z) = \frac{c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}}{1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}}, \quad (11)$$

де $c_1 = \frac{\alpha}{b^2} (bT - 1 + d_2)$;

$$c_2 = \frac{\alpha}{b^2} (1 - d_2 - bT d_2);$$

$$d_1 = -1 - d_2;$$

$$d_2 = e^{-bT}.$$

Для досягнення заданого показника якості синтезованої цифрової системи управління за (5) та (6) визначаються поліноми:

$$A(z) = (1 - z^{-1})^2; \quad (12)$$

$$C(z) = 1 + (Q_1 + Q_2)z^{-1} + Q_1Q_2z^{-2}. \quad (13)$$

З (4) синтезуються передаточна функція цифрового регулятора:

$$F(z) = \frac{m_0 + m_1z^{-1} + m_2z^{-2}}{1 + n_1z^{-1} + n_2z^{-2}} \quad (14)$$

та алгоритм управління:

$$u(n) = m_0\varepsilon(n) + m_1\varepsilon(n-1) + m_2\varepsilon(n-2) - n_1u(n-1) - n_2u(n-2), \quad (15)$$

$$\text{де } m_0 = \frac{2 - Q_1 - Q_2}{c_1};$$

$$m_1 = -\frac{2d_2 - d_2Q_1 - d_2Q_2 - Q_1Q_2 + 1}{c_1};$$

$$m_2 = \frac{d_2(1 - Q_1Q_2)}{c_1};$$

$$n_1 = \frac{c_2 - c_1}{c_1};$$

$$n_2 = -\frac{c_2}{c_1}.$$

З рисунку 2 визначаються корені характеристичного рівняння $z_1 = 0,73$ та $z_2 = 0,75$, які задовольняють умові з перерегулювання не вище 20 %. З (8) та (9) розраховуються значення вагових коефіцієнтів: $Q_1 = 0,73$ та $Q_2 = 0,75$.

Оцінка ефективності синтезованої цифрової системи автоматичного управління проводилась шляхом математичного моделювання. Як об'єкт управління використано двигун постійного струму МІ-31, в якого коефіцієнт підсилення $k_{ii} = 2 \text{ с}^{-1}$, стала часу $T_{ii} = 0,06 \text{ с}$. Для таких вихідних даних, згідно з (11) та (14), передаточні функції регулятора та об'єкта управління будуть такими:

$$F(z) = \frac{5,1 - 5,49z^{-1} + 0,85z^{-2}}{1 - 0,4z^{-1} - 0,6z^{-2}};$$

$$\psi(z) = \frac{0,1z^{-1} + 0,06z^{-2}}{1 - 1,19z^{-1} + 0,19z^{-2}}.$$

Моделювання проводилось з темпом $T = 0,1 \text{ с}$. Результати моделювання у вигляді перехідної характеристик при $x(n) = 1$ та графіка зміни помилки системи залежно від часу при лінійній вхідній дії $x(n) = nT$ наведено на рисунках 3 та 4 відповідно.

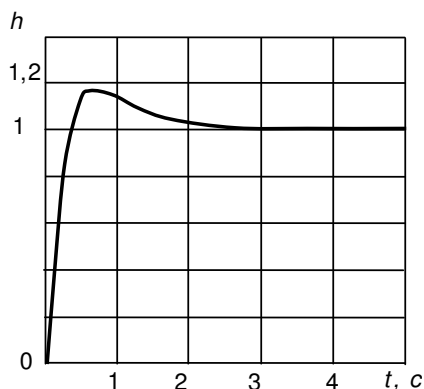


Рис. 3. Перехідна характеристики системи

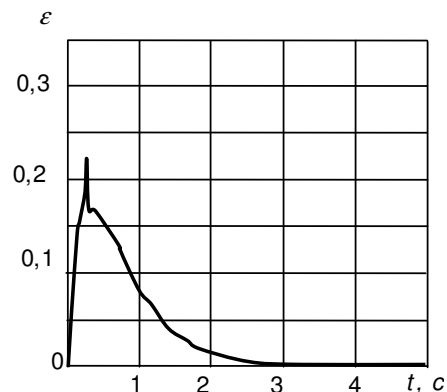


Рис. 4. Помилка системи при лінійній вхідній дії

Результати моделювання показали, що при лінійній вхідній дії в системі управління електроприводом з синтезованим регулятором динамічна помилка відсутня. Перехідний процес характеризується перерегулюванням $< 20 \%$. Саме такі властивості системи було закладено на етапі синтезу цифрового регулятора.

Висновки. В роботі викладено методику поліноміального синтезу цифрових регуляторів для замкнених систем управління неперервними об'єктами. Застосування синтезованих за викладеною методикою алгоритмів дозволяє підвищити точність замкнених систем управління в сталому режимі. Підвищення точності досягається за рахунок підвищення порядку астатизму системи. При цьому забезпечується виконання заданих вимог до якості перехідного процесу системи. Викладений підхід є загальним і може бути використаний для синтезу цифрових систем автоматичного управління різного призначення. Теоретичні розрахунки та ефективність алгоритмів управління, що синтезуються за викладеною методикою, підтверджено результатами математичного моделювання.

Список використаної літератури:

1. *Бронштейн И.Н.* Справочник по математике / *И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев.* – М. : Наука, 1986. – 544 с.
2. *Васильев Е.М.* Теория автоматического управления. Дискретные системы : учеб. пособие / *Е.М. Васильев, В.Г. Коломыцев.* – Пермь : Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2012. – 152 с.
3. *Гостев В.И.* Системы автоматического регулирования с цифровыми регуляторами : справочник / *В.И. Гостев, В.И. Стеклов.* – К. : Радиоаматор, 1998. – 704 с.
4. *Дорф Р.* Современные системы управления / *Р.Дорф, Р.Бишоп* : пер с англ. – М. : Лаборатория Базовых Знаний, 2002. – 832 с.
5. *Зімчук І.В.* Синтез алгоритмів цифрового управління для автоматичних слідкувальних систем / *І.В. Зімчук, В.І. Іщенко, І.О. Канкін* // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2015. – № 1. – С. 32–38.
6. *Изерман Р.* Цифровые системы управления / *Р.Изерман* : пер. с англ. – М. : Мир, 1984. – 541 с.
7. *Куо Б.* Теория и проектирование цифровых систем управления / *Б.Куо* : пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1986. – 448 с.
8. *Острём К.* Системы управления с ЭВМ / *К.Острем, Б.Виттенмарк* : пер. с англ. – М. : Мир, 1987. – 480 с.
9. *Поляков К.Ю.* Основы теории цифровых систем управления : учеб. пособие / *К.Ю. Поляков.* – СПб. : СПбГМТУ, 2006. – 161 с.
10. *Федосов Б.Т.* О качестве, параметрической чувствительности и аппроксимации дискретной модели линейной динамической системы / *Б.Т. Федосов* [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://model.exponenta.ru/bt/bt_162_Quality_Discr_Mod.htm.

ЗІМЧУК Ігор Валерійович – кандидат технічних наук, доцент, старший викладач кафедри автоматизованих систем управління, Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– алгоритми адаптивного оцінювання та управління для сучасних інформаційно-керуючих систем.

ЩЕНКО Володимир Іванович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних систем, Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– алгоритми оцінювання та управління для сучасних інформаційно-керуючих систем.

ШАПАР Тетяна Миколаївна – старший викладач кафедри комп'ютерних систем, Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– аналіз та синтез систем управління.

Стаття надійшла до редакції 14.10.2015.