

## МОДЕЛЬ ОБРОБНОЇ СИСТЕМИ ТОРЦЕВОГО ФРЕЗЕРУВАННЯ З ОБМЕЖЕНИМИ АВТОКОЛИВАННЯМИ

*Розглянуті особливості коливальних процесів у технологічній обробній системі (ТОС) при торцевому фрезеруванні. Коливання під час різання знижують параметри точності, шорсткості та хвилястості оброблених поверхонь. Особливо небезпечними, стосовно втрати стійкості ТОС та отримання незадовільної якості обробки, є автоколивання. Основною умовою виникнення та розвитку автоколивань є нелінійність параметрів пружної системи верстата та процесів, що відбуваються під час різання.*

*Наведена спрощена динамічна модель процесу торцевого фрезерування, яка враховує його нелінійність – основну причину виникнення автоколивань. Розроблена модель у вигляді системи рівнянь, що описують коливання в обробній системі з трьома степенями свободи. Визначено вплив окремих коливальних контурів ТОС на стійкість системи та параметри автоколивального процесу. Наведені результати аналізу умов фрезерної обробки з обмеженими автоколиваннями у ТОС. Збільшення амплітуди крутильних коливань фрези є найбільш прийнятними під час різання, порівняно з радіальними чи осьовими коливаннями. Крутильні коливання сприяють підвищенню вібростійкості системи, забезпечуючи додаткове розсіювання енергії.*

**Ключові слова:** автоколивання; динаміка; математична модель; різання; торцеве фрезерування.

**Постановка проблеми.** Коливання, що виникають у ТОС під час різання призводять до погіршення якісних показників обробки. Для забезпечення необхідних показників точності та шорсткості (хвилястості) оброблених поверхонь виникає необхідність знижувати параметри режиму різання, що в свою чергу зменшує продуктивність процесів виготовлення виробів машинобудування. Відповідно, є необхідність визначення параметрів процесу різання та ТОС, які обумовлюють виникнення допустимих (з точки зору якості обробки) автоколивань.

Відносні коливання інструменту і заготовки під час різання можуть виникати, як результат динамічних впливів самого процесу різання, роботи верстата, зовнішніх впливів. Під час фрезерування непостійність сили різання обумовлена періодичною зміною перерізу зрізу, що характерно для цього виду обробки [1].

З метою оцінки впливу на виникнення автоколивань під час різання параметрів пружної системи верстата необхідно розробити та дослідити динамічну модель ТОС торцевого фрезерування.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Під час різання у ТОС виникають коливання, які поділяються, залежно від причини їх виникнення та особливостей живлення, на вимушені, параметричні, релаксаційні та автоколивання [2, 3, 4]. Взагалі усі коливальні процеси під час різання знижують параметри точності, шорсткості та хвилястості оброблених поверхонь. Але особливо небезпечними, з точки зору втрати стійкості ТОС та отримання незадовільної якості обробки, є автоколивання.

Розглядаючи динаміку ТОС під час різання, з метою спрощення математичного опису процесів, найчастіше використовують лінійні моделі з однією або декількома степенями свободи. Проте основною умовою виникнення та розвитку автоколивального процесу під час різання є саме нелінійність параметрів пружної системи верстата та процесів, що відбуваються під час різання [1, 2]. Відповідно, лінійні диференціальні рівняння опису поведінки обробної системи [1, 5, 6] дозволяють визначити лише умови виникнення автоколивань. Для оцінки умов здійснення різання з усталеною обмеженою амплітудою автоколивань, за якої забезпечується встановлена якість та підвищена продуктивність обробки, необхідне врахування основних нелінійностей динаміки ТОС.

Особливо складним є визначення нелінійних впливів для моделей обробки різанням з декількома степенями свободи та багатозв'язних інструментів [1, 2, 7, 8].

Таким чином, питання впливу динаміки процесу торцевого фрезерування на основні параметри якості та продуктивності процесів чистової обробки потребує подальшого опрацювання.

**Мета дослідження.** Розробити динамічну модель процесу торцевого фрезерування з урахуванням нелінійності процесів, що відбуваються у ТОС та виконати аналіз умов виникнення допустимих автоколивань під час різання. Визначити вплив окремих коливальних контурів на стійкість системи та параметри автоколивального процесу.

**Викладення основного матеріалу.** Динамічні моделі підсистем фрезерного верстата докладно розглянуті в [4, 8] у вигляді систем лінійних диференціальних рівнянь. Спрощення пов'язані з лінійним відображенням нелінійних складових сил опору у вузлах верстата, люфтів і зазорів у передачках.

Пружна система шпинделя з фрезою вертикально-фрезерного верстата, яка здійснює поперечні коливання у спрощеному вигляді може бути представлена еквівалентною одномасовою динамічною моделлю (враховуючи значно більшу жорсткість фрези відносно жорсткості шпиндельного вузла), приведені до точки дії сили різання [5, 8] – рисунок 1, а.

Розрахункова схема еквівалентної одномасової системи шпинделя (рис. 1, а), яка здійснює поперечні коливання містить дві складові – приведену масу шпинделя і фрези  $m$  та пружну систему шпинделя у вигляді невагомої пружної балки, встановленої на пружних опорах з жорсткістю  $c_i$  і демпфуванням  $h_i$ . Маса  $m$  приведена до зони різання (фрези).

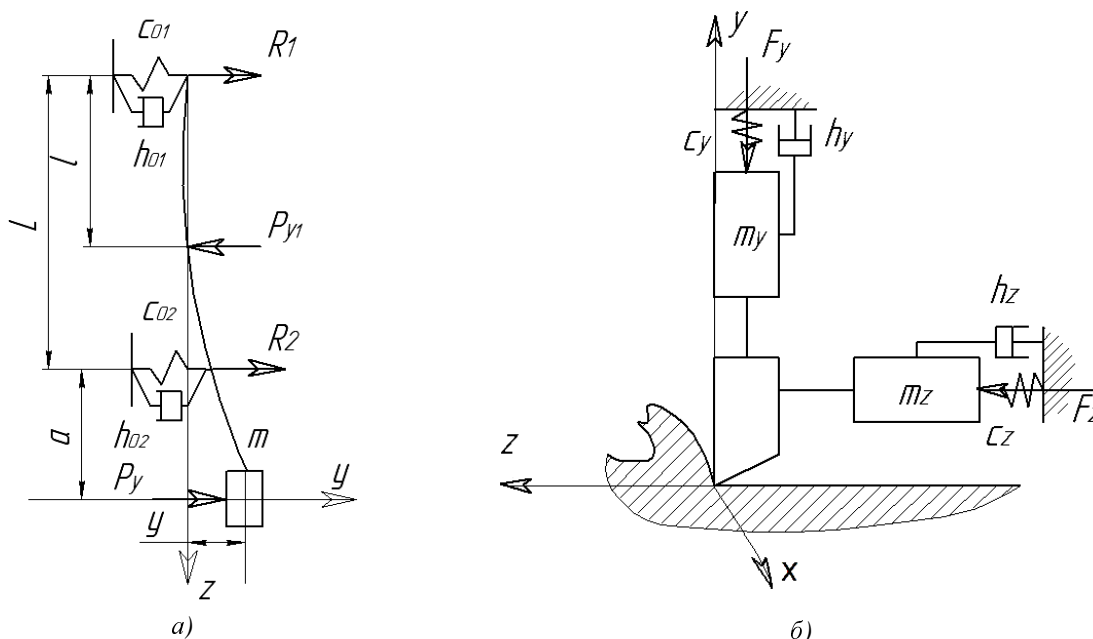


Рис. 1. Еквівалентна одномасова динамічна модель поперечних коливань шпинделя з фрезою (а) та двомасова динамічна модель коливань торцевої фрези з одним різальними елементом (б)

Рівняння поперечних коливань шпинделя, складене для одномасової динамічної моделі матиме вигляд [5]:

$$m\ddot{y} + h\dot{y} + c_1 y = p \sin \alpha + \frac{c_1}{c_2} p_{np} \sin(\alpha_1 + \beta), \quad (1)$$

де  $c_1$  – жорсткість шпинделя з фрезою в зоні різання під час прикладення сили в зоні різання;  $c_2$  – жорсткість шпинделя з фрезою в зоні різання під час прикладення сили в приводній передачі;  $m$  – приведена до зони різання маса шпинделя з фрезою;  $h$  – еквівалентний коефіцієнт опору шпинделя;  $y$  – переміщення шпинделя разом із заготівкою в зоні різання в напрямку осі  $y$ ;  $p$  – динамічна складова сили різання;  $p_{np}$  – динамічна складова зусилля в приводній передачі;  $\alpha$  – кут між динамічною складовою сили різання  $p$  та віссю  $x$ ;  $\alpha_1$  – кут зачеплення в приводній передачі;  $\beta$  – кут розміщення шестерні приводної передачі відносно осі  $y$ .

Після перетворення за Лапласом рівняння поперечних коливань шпинделя (1) за нульових початкових умов матиме вигляд:

$$(ms^2 + hs + c_1)y(s) = p(s)\sin \alpha + p_{np}(s)\frac{c_1}{c_2}\sin(\alpha_1 + \beta), \quad (2)$$

де  $s$  – оператор Лапласа;  $y(s)$  – зображення за Лапласом переміщення шпинделя з фрезою в зоні різання;  $p(s)$  – зображення за Лапласом динамічної складової сили різання;  $p_{np}(s)$  – зображення за Лапласом динамічної складової зусилля в приводній передачі.

Якщо ввести позначення груп параметрів, відомих, як постійні часу:

$$T_1 = \sqrt{\frac{m}{c_1}}, \quad T_2 = \frac{h}{c_1}.$$

Тоді рівняння (2) матиме вигляд:

$$(T_1^2 s^2 + T_2 s + 1)y(s) = \frac{1}{c_1} p(s) \sin \alpha + p_{np}(s) \frac{1}{c_2} \sin(\alpha_1 + \beta). \quad (3)$$

Проте для визначення умов забезпечення стійкості процесу фрезерування розгляд одномасової обробної системи неточний. Крім того, дана модель не враховує основну умову існування автоколивального процесу (в тому числі – при торцевому фрезеруванні) – нелінійність системи [1, 2, 7].

За методикою розрахунку допустимих автоколивань, запропонованою у [7] для нелінійної системи торцевого фрезерування, що має дві степені свободи може бути застосована схема (рис. 1, б).

Зв'язок між контурами  $y$  і  $z$  забезпечується залежністю сили  $F_y$  від дотичної до поверхні різання сили  $F_z$ .

Система рівнянь у безрозмірній формі для фрезерування однозубою фрезою має вигляд:

$$T_{y2}^2 \ddot{y} + T_{y1} \dot{y} + y = F_y; \quad (4.1)$$

$$T_{z2}^2 \ddot{z} + T_{z1} \dot{z} + z = F_z; \quad (4.2)$$

$$T_{Fz} \dot{F}_z + F_z = -K_y y - T_{kz1} \dot{z}; \quad (4.3)$$

$$T_{Fy} \dot{F}_y + F_y = F_z - T_{ky} \dot{y} - T_{kz2} \dot{z}, \quad (4.4)$$

де (4.1) та (4.2) – рівняння руху, (4.3) та (4.4) – рівняння запізнення відповідно дотичній силі  $F_z$  різання відносно збурення  $y$  та нормальної сили  $F_y$  (тертя) відносно  $F_z$ ;  $T_{Fz}$ ,  $T_{Fy}$  – постійні часу запізнення дотичної сили  $F_z$  відносно переміщення  $y$  і відповідної нормальної сили тертя  $F_y$  відносно сили  $F_z$ ;

$\omega_y = T_{y2}^{-1}$ ;  $\omega_z = T_{z2}^{-1}$  – колові частоти по відповідним координатам;  $T_{y1} = \frac{h_y}{c_y}$ ;  $T_{z1} = \frac{h_z}{c_z}$  – коефіцієнти

демпфування та постійні часу демпфування.

Складові  $T_{kz1} \dot{z}$ ,  $T_{ky} \dot{y}$ ,  $T_{kz2} \dot{z}$  в рівняннях запізнення відповідають дисипативним силам. Вони відтворюють нелінійність системи, яка впливає зі зміни швидкості різання при коливаннях:  $v = v_s + \Delta \dot{z}$ , де  $\Delta \dot{z}$  – відхилення швидкості в контурі  $z$ .

Допустимий режим різання може бути визначений заданням граничної амплітуди коливань по осі  $y$ , яка забезпечує спокійне різання і встановлені вимоги щодо хвилястості обробленої поверхні.

Переходячи до системи з трьома степенями свободи рівняння, що описують її коливання, матимуть вигляд (4.5), які враховують радіальні (відносно фрези) коливання в обробній системі та нелінійності, пов'язані з коливанням по трьом координатах. Спираючись на експериментальні дані автоколивальних процесів, що виникають під час торцевого фрезерування [3, 9] та враховуючи значно меншу жорсткість підсистеми інструмента в радіальному напрямку автоколивання у площині  $x$ - $z$  є найбільш поширеними під час фрезерування.

Позначення в системі рівнянь відповідають рівнянням (4.1)–(4.4).

Система має стійкий граничний цикл. Найбільші допустимі параметри режиму різання визначаються за умов, що максимальна амплітуда коливань  $A_y$  по осі  $y$ , була обмежена гарантованою відсутністю контакту задньої поверхні різального леза фрези з хвилястою обробленою поверхнею (аналогічно з [7]) та амплітуда коливань  $A_x$  по осі  $x$  буде менша за половину величини подачі на ніж фрези.

$$\begin{aligned} \ddot{O}_{x2} \ddot{x} + \dot{O}_{x1} \dot{x} + x &= F_x; \\ \ddot{O}_{\delta 2} \ddot{\delta} + \dot{O}_{\delta 1} \dot{\delta} + \delta &= F_y; \\ \ddot{O}_{z2} \ddot{z} + \dot{O}_{z1} \dot{z} + z &= F_z; \\ \dot{O}_{Fz} \dot{F}_z + F_z &= -\hat{E}_{\delta} \delta - K_x x - \dot{O}_{kz1} \dot{z}; \\ \dot{O}_{Fx} \dot{F}_x + F_x &= -\hat{E}_{\delta} \delta - K_z x - \dot{O}_{kx1} \dot{x}; \\ \dot{O}_{Fy} \dot{F}_y + F_y &= F_z - \dot{O}_{k\delta} \delta - \dot{O}_{kz2} \dot{z} - T_{kx2} \dot{x}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Використовуючи ітераційний метод обчислення за коловою частотою коливань замкнутої динамічної системи є можливість визначити при заданій швидкості різання, геометрії різального леза та граничній хвилястості обробленої поверхні допустимі величини подачі та глибини фрезерування для кожної групи коефіцієнтів рівнянь (4.5), які характеризують інерційні, дисипативні та деформативні властивості коливальної системи, враховані нелінійності та взаємозв'язок коливань по окремим осям.

З аналізу системи рівнянь (4.5) випливає, що для підвищення стійкості системи необхідне зростання демпфування за всіма осями, жорсткість по осі  $y$  має бути максимально можливою. Коливання по осі  $z$  при малих зміщеннях практично не впливають на товщину зрізу і відповідно не змінюють складові сили різання. Зміщення по осі  $z$  забезпечує поглинання енергії, яка надходить під час збурення системи. Зміщення по осям  $x$  та  $y$  є близькими за своїм впливом на коливальну систему. Але за рахунок двох

протилежних факторів – співвідношення жорсткостей по відповідним координатам (звичайно  $c_y \gg c_x$ ) та допустимих амплітуд коливань ( $A_y < A_x$ ) в кожному окремому випадку більш впливовим на обмеження стійкості ТОС може бути коливання по осі  $x$  (при чорновому та напівчистовому фрезеруванні) або по осі  $z$  (при чистовому фрезеруванні).

Збільшення амплітуди крутильних коливань фрези (по осі  $z$ ) є найбільш прийнятним, порівняно з коливаннями радіальними (по осі  $x$ ) чи осьовими (по осі  $y$ ), тому що вони поглинають енергію, що надходить в коливальну систему не «розхитуючи» останню і, відповідно, сприяють підвищенню її вібростійкості.

#### **Висновки:**

1. Розроблена математична модель торцевого фрезерування, яка враховує нелінійності взаємовпливу коливальних контурів та процесу різання.
2. На основі аналізу розробленої моделі визначено умови підвищення стійкості ТОС при торцевому фрезеруванні та вплив коливань по окремим координатам на загальний рівень автоколивального процесу у ТОС.
3. Встановлено, що зростання крутильних коливань фрези (по осі  $z$ ) є вигідним, тому що забезпечує поглинання енергії, яка надходить в систему, відповідно зменшуючи коливальний процес у осьовому та радіальному напрямках (по осям  $y$  та  $x$ ).

#### **Список використаної літератури:**

1. Орликов М.Л. Динамика станков / М.Л. Орликов. – К. : Вища школа, 1989. – 272 с.
2. Подураев В.Н. Резание труднообрабатываемых материалов : учеб. пособие / В.Н. Подураев. – М. : Высшая школа, 1974. – 587 с.
3. Жарков И.Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом / И.Г. Жарков. – Л. : Машиностроение, 1986. – 184 с.
4. Мельничук П.П. Наукові основи чистового торцевого фрезерування плоских поверхонь : автореф. дис. ... докт. техн. наук. – К. : НТУУ «КПІ», 2002. – 26 с.
5. Струтинский В.Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки : підручник / В.Б. Струтинский. – Житомир : ЖІТІ, 2001. – 612 с.
6. Кудинов В.А. Динамика станков / В.А. Кудинов. – М. : Машиностроение, 1967. – 359 с.
7. Эльясберг М.Е. О расчете устойчивости процесса резания с учетом предельного цикла системы / М.Е. Эльясберг // Станки и инструмент. – 1975. – № 2. – С. 20–27.
8. Струтинський В.Б. Математичне моделювання металорізальних верстатів : монографія / В.Б. Струтинський, П.П. Мельничук. – Житомир : ЖІТІ, 2002. – 570 с.
9. Свиинин В.М. Управление регенеративными автоколебаниями при фрезеровании на основе модуляции скорости резания : автореф. дис. ... докт. техн. наук / В.М. Свиинин. – Иркутск : ИГТУ, 2008. – 26 с.

СТЕПЧИН Ярослав Анатолійович – кандидат технічних наук, доцент кафедри металорізальних верстатів і систем Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- динаміка механічних систем;
- математичне моделювання.

Стаття надійшла до редакції 06.10.2014