

ОБРОБКА МАТЕРІАЛІВ В МАШИНОБУДУВАННІ

В.А. Петренко, В.Б. Струтинський

ЗАКОНОМІРНОСТІ ВИНИКНЕННЯ РЕЗОНАНСНИХ РЕЖИМІВ ПІД ДІЄЮ ВИПАДКОВИХ УДАРНИХ НАВАНТАЖЕНЬ (СТАТИСТИЧНІ РЕЗОНАНСИ) ТА ЇХ НЕГАТИВНИЙ ВПЛИВ НА РОБОТУ ВЕРСТАТНОГО ОБЛАДНАННЯ

Проведено математичне моделювання резонансних режимів, що виникають у металорізальних верстатах під дією вібрацій.

Вібраційний вплив на вузли та деталі верстатів виявляється у вигляді довготривалих періодичних навантажень випадкового характеру. Ці навантаження виникають під дією випадкових коливань елементів динамічної системи верстата.

Звичайно інтенсивність випадкових коливань незначна і виникаючі навантаження на деталі набагато менші експлуатаційних.

Разом з тим, при дії вібрацій на верстатне обладнання можливе виникнення резонансних коливальних режимів у деяких елементах динамічної системи верстата. Це відноситься, в першу чергу, до транспортних вібраційних навантажень, але і в звичайних умовах праці можуть виникнути і виникають резонансні явища, що викликані випадковими вібраційними навантаженнями.

Умови існування резонансних режимів носять статистичний характер, тобто мова може йти про виникнення статистичних резонансів в елементах динамічної системи верстата.

Найбільшу небезпеку несуть собою резонанси у нелінійних автоколивальних системах. Вузли та деталі верстатного обладнання, що здійснюють нелінійні автоколивання в межах люфтів, відрізняються невеликою демпфіруючою спроможністю. Виникаючі ударні навантаження мають довгочасову періодичну дію і можуть досягати значної величини.

Ударні навантаження, що діють на рухомий елемент динамічної системи верстата, мають випадковий характер. Розглянемо закономірності формування випадкових ударних навантажень у типовій динамічній системі верстата. На рис. 1 поданий характерний уривок динамічної системи, що складається з основного елемента, що здійснює коливні рухи, масою m і співударяючого з ним випадковим чином другого елемента масою m_i . На масу m_i діє постійне збудження від інерційних навантажень R_i та постійні кінематичні збудження, зв'язані з переміщенням основи X_i . Ці обидва навантаження мають випадковий характер. Складемо диференційне рівняння коливального руху маси m_i :

$$m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} + h_i \frac{dy_i}{dt} = C_i(X_i - y_i) + R_i, \quad (1)$$

де h_i – коефіцієнт опору при коливаннях;

C_i – еквівалентна жорсткість зв'язку між елементом та деталями верстата;

y_i – переміщення елементу відносно деякого сталого положення.

При співударі мас m і m_i виникає ударний імпульс сили, діючий на масу m . Цей імпульс буде визначатися швидкістю співудару. Швидкість співудару залежить від швидкості мас m і m_i , тобто від їх переміщення. Розглянемо імпульс, який буде мати маса m_i . Його значення:

$$E_m = m_i V_{iy}, \quad (2)$$

де V_{iy} – швидкість руху маси m_i .

Значення імпульсу залежить від положення Y маси m та її швидкості й тому є випадковою величиною, значення якої відповідає розрахунковому за виразом (2). Тому можливо прийняти в середньому значення імпульсу:

$$E_m = K_{ei} m_i V_{ie}, \quad (3)$$

де K_{ei} – коефіцієнт, що враховує випадкове положення маси m_i в момент удару.

Цей коефіцієнт залежить від взаємного положення мас m і m_i .

З аналізу формули (3) слідує, що імпульс маси m_i в момент часу, що передує удару, залежить від швидкості, яка є неперервною випадковою функцією часу (випадковим процесом). Випадкову швидкість V_{iy} руху маси m_i визначимо з диференційного рівняння (1). Для цього введемо нову збуджувальну силу за виразом:

$$R_{X_i} = c_i(X_i - y_i). \quad (4)$$

Ця сила також має випадковий характер.

Рівняння (1) з урахуванням (4) перетворюється до вигляду

$$T_i \frac{dV_i}{dt} + V_i = K_{Ri}(R_{xd} + R_i), \quad (5)$$

де $T_i = \frac{m_i}{h_i}$, $K_{Ri} = \frac{1}{h}$, $V_i = \frac{dy_i}{dt}$.

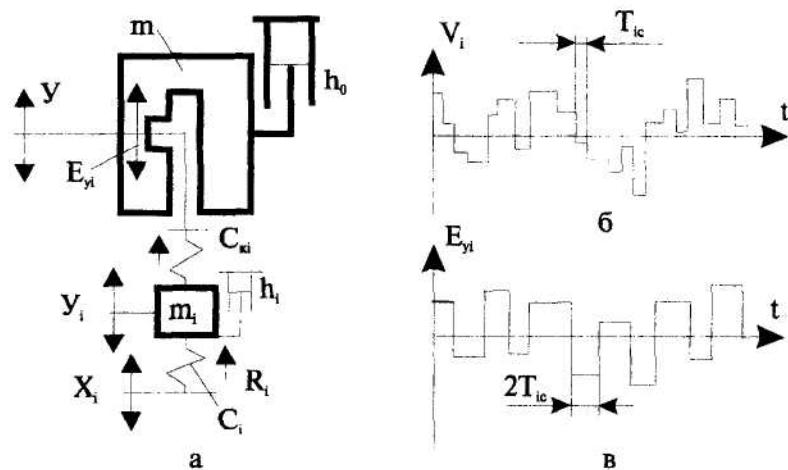


Рис. 1. Характерний фрагмент динамічної системи

Перетворимо рівняння (5) за Лапласом при нульових початкових умовах.

Отримаємо:

$$(T_{ls} + 1)V_{ls} = K_{Ri}[R_{xd(s)} + R_{i(s)}], \quad (6)$$

де V_{ls} – зображення за Лапласом швидкості переміщення маси;

$R_{xi(s)}$ і $R_{i(s)}$ – зображення за Лапласом збуджувальних дій, які є випадковими функціями часу.

З рівняння (6) визначимо передаточну функцію $W_{vi(s)}$ і відповідну їй частотну передаточну функцію $W_{vi(j\omega)}$:

$$W_{vi(s)} = \frac{V_{ls}}{R_{xi(s)} + R_{i(s)}} = \frac{K_{Ri}}{T_{ls} + 1}, \quad (7)$$

$$W_{vi(j\omega)} = K_{Ri} \left[\frac{1}{1 + T_i^2 \omega^2} + j \left(\frac{-T_{ls}}{1 + T_i^2 \omega^2} \right) \right]. \quad (8)$$

Припустимо, що сума збуджувальних дій $R_{xi} + R_i$ є стаціонарним випадковим процесом із спектральною щільністю $S_{Ri(\omega)}$. Значення спектральної щільності може бути визначене за відповідними виразами. З метою спрощення аналізу можна врахувати, що передаточна функція (7) володіє яскраво виявленою фільтруючою дією і пропускає максимальні частоти близькі до частоти, що сполучає, тобто до

$$\omega_i = \frac{1}{T_i}. \quad (9)$$

Тому можна прийняти спектральну щільність збуджувальної дії постійною.

$$S_{Ri} = S_{Ri(\omega)} = S_{Ri} \left(\frac{1}{T_i} \right) = \text{const}. \quad (10)$$

Використовуючи формулу 3.7, знайдемо:

$$S_{Ri} = \frac{\mu}{\beta} D \left[\frac{2\beta - \frac{1}{T_i}}{\mu^2 + \left(\beta - \frac{1}{T_i} \right)^2} + \frac{2\beta - \frac{1}{T_i}}{\mu^2 + \left(\beta + \frac{1}{T_i} \right)^2} \right]. \quad (11)$$

Визначимо спектральну щільність випадкового процесу зміни швидкості руху маси m_i при її коливаннях під дією випадкових збуджувальних сил:

$$S_{Vi(\omega)} = |W_{Vi(j\omega)}|^2 S_{RI}(\omega). \quad (12)$$

Підставляючи значення частотної передаточної функції з (8) з урахуванням (10), знайдемо:

$$S_{Vi(\omega)} = K_{RI}^2 S_{RI} \frac{1}{(1 + T_i^2 \omega^2)}. \quad (13)$$

Даній спектральній щільності відповідає кореляційна функція

$$R_{Vi(\tau)} = \frac{K_{RI}^2 S_{RI}}{2 T_i} e^{-|\tau|/T_i}. \quad (14)$$

Формули (13) та (14) визначають ймовірнісні характеристики випадкової величини – швидкості маси m_i (рис. 1).

Запишемо формулу (14) у вигляді

$$R_{Vi(\tau)} = \sigma_{Vi}^2 e^{-|\tau|/T_i}, \quad (15)$$

де дисперсія швидкості зв'язана з параметрами задачі співвідношенням

$$\sigma_{Vi}^2 = \frac{K_{RI}^2 S_{RI}}{2 T_i}. \quad (16)$$

Кореляційна функція вигляду (15) відповідає типовому випадковому процесу, реалізація якого представлена на рис. 1,б. Процес відповідає випадковій зміні швидкості з ділянками її постійних значень. Середня довжина ділянки складає T_i і є малою величиною порівняно з періодом коливань маси m .

Таким чином встановлено, що в момент, який передує співудару, швидкість маси m_i являє собою випадковий процес з кореляційною функцією вигляду (15).

Визначимо випадкову силу удару P_{yi} . Враховуючи, що швидкість маси m_i більша, ніж швидкість маси m , будемо в першому наближенні нехтувати зміною кінематичних параметрів маси m в момент удару.

Відповідно до другого закону Ньютона зв'язок сили із зміною імпульсу запишемо у вигляді:

$$P_{yi} = \frac{d}{dt} (m_i V_i). \quad (17)$$

З формули 17 слідує, що випадкова сила удару залежить від похідної випадкової функції.

Визначимо ударний імпульс, що діє на масу m зі швидкістю маси m_i .

$$E_{yi} = P_{yi} \cdot \Delta t_{yi}, \quad (18)$$

де Δt_{yi} – середня довжина удару.

Об'єднуючи залежності (17) та (18), отримаємо:

$$E_{yi} = m_i \Delta t_{yi} \cdot \frac{d V_i}{dt}. \quad (19)$$

Визначимо кореляційну функцію похідної випадкової зміни швидкості:

$$R_{DVi}(\tau) = \frac{\Im R_{Vi}(\tau)}{\Im \tau^2}. \quad (20)$$

Диференціюючи двічі залежність (15), визначимо

$$R_{DVi}(\tau) = \sigma_{Vi}^2 \frac{1}{T_i^2} e^{-|\tau|/T_i}. \quad (21)$$

Використовуючи залежності (19), (16) та (21), отримаємо кореляційну функцію випадкових імпульсів, що діють на масу m у вигляді

$$R_{EVi} = \sigma_{Ei}^2 e^{-|\tau|/T_i}, \quad (22)$$

де дисперсія ударного імпульсу з урахуванням (16) складає:

$$\sigma_{Ei}^2 = \frac{K_{RI}^2 S_{RI}}{2 T_i^3} m_i \Delta t_{yi}. \quad (23)$$

Визначимо середнє квадратичне значення ударного імпульсу:

$$E_{yi} = \sqrt{\sigma_{Ei}^2} = \frac{K_{RI}}{T_i} \sqrt{\frac{S_{RI}}{2 T_i} m_i \Delta t_{yi}}. \quad (24)$$

Для наближеного аналізу впливу ударів на рух маси m подамо процес з кореляційною функцією (22) у вигляді знакозмінного процесу, кореляційна функція котрого дорівнює

$$R_{Ei} = \sigma_{Ei}^2 e^{-\frac{2t}{T_{Ei}}}, \quad (25)$$

де

$$T_{Ei} = 2 T_i = 2 m_i / h_i. \quad (26)$$

Типова реалізація даного випадкового процесу наведена на рис. 1,в.

Знакозмінні імпульси сили є статистичним еквівалентом випадкових ударних навантажень, що діють на нерухому масу m . Ці імпульси будуть приводити до виникнення резонансних автоколивань маси, якщо частота слідування імпульсів відповідає частоті коливань маси m . Це буде відбуватись у конкретних випадках.

Перший випадок відповідає статичній рівності фаз коливань обох мас, що відповідає залежності сумарного імпульсу в часі за кривою 1 на рис. 2. Умова статистичного резонансу при цьому буде мати вид

$$T_4 = T_{Ei}, \quad (27)$$

де T_4 – напівперіод коливань маси m ;

T_{Ei} – середній інтервал зміни ударного імпульсу.

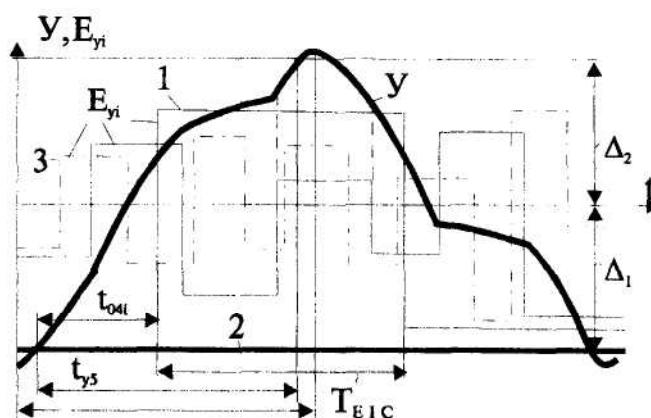


Рис. 2. Графіки фаз коливань мас (імпульсів і переміщень)

Другий випадок відповідає статистичній компенсації дії двох знакозмінних імпульсів, що чергаються та діють з боку маси m_i на масу m за час напівперіоду коливань маси m (крива 2 на рис. 2). Умова статистичного резонансу при цьому запишеться у вигляді

$$T_4 = 3 T_{Ei}. \quad (28)$$

Інші випадки будуть відповідати статистичній компенсації послідовних пар знакозмінних імпульсів, що чергаються (крива 3 відповідає двом парам ($n = 2$)).

Умова статистичного резонансу в цьому випадку буде узагальненням залежностей (27), (28) та запишеться у вигляді

$$T_4 = (2n+1) T_{Ei}, \quad n = 0, 1, 2 \dots, \quad (29)$$

де $(2n+1)$ – загальне число імпульсів сили, що діють на масу m .

Умова статичного резонансу у вигляді (29) дає можливість встановити зв'язок параметрів коливних елементів динамічної системи верстата, при яких виникають нелінійні автоколивання, що супроводжуються ударами.

Враховуючи, що час співудару маси m з упорами набагато менше часу руху маси, можна прийняти

$$T_4 \approx t_{y5}. \quad (30)$$

Приймаючи до уваги, що імпульси сили сумуються алгебраїчно, середньостатистичний еквівалентний імпульс, що діє за час напівперіоду коливань, визначимо виразом

$$E_{y43} = \sum_{i=1}^{2n+1} E_{yi} \approx E_{yi}, \quad (31)$$

де у правій частині знаходитьться середньоквадратичне значення імпульсу, що визначається залежністю (24).

Для визначення часу дії імпульсів покладемо, що початкові фази імпульсів і пересування маси m співпадають, а самі криві статистично подібні (рис. 2).

При цьому для кривої 1

$$t_{041} = \frac{T_{Ei}}{2}, \quad (32)$$

для кривої 2

$$t_{041} = \frac{T_{Ei}}{2}, \quad t_{042} = \frac{3}{2} T_{Ei}, \quad t_{043} = \frac{5}{2} T_{Ei}. \quad (33)$$

У загальному випадку отримаємо для кривої 3 і більше високочастотних випадкових функцій, що визначають сумарний імпульс

$$t_{04i} = \frac{1}{2} i T_{Ei}, \quad i = 1, 3, 5, \dots 2n+1, \quad n = 0, 1, 2 \dots \quad (34)$$

Визначимо суму

$$\sum_{i=1}^K E_{y4i} e^{\frac{h_0}{m} t_{04i}} = \sum_{i=1,3,5}^{2n+1} E_{yi} e^{\frac{h_0}{2m} t_{Ei}}. \quad (35)$$

Підставимо значення величин з (31) та (35) у формулу і отримаємо:

$$t_{y5K} = -\frac{m}{h_0} \ln \left[\frac{mV_{y2} + E_{yi}}{h_0} - \Delta_1 - \Delta_2 \right] \cdot \frac{h_0}{mV_{y2} + E_{yi} \cdot \sum_{i=1,3,5}^{2n+1} e^{\frac{h_0}{2m} t_{Ei}}}. \quad (36)$$

Використовуючи рівності (30) та (35), з (36) отримаємо співвідношення параметрів, при якому має місце статистичний резонанс і відповідно нелінійні автоколивання елементів динамічної системи верстата:

$$(2n+1)T_{Ei} = -\frac{m}{h_0} \ln \left[\frac{mV_{y2} + E_{yi}}{h_0} - \Delta_1 - \Delta_2 \right] \cdot \frac{h_0}{mV_{y2} + E_{yi} \cdot \sum_{i=1,3,5}^{2n+1} e^{\frac{h_0}{2m} t_{Ei}}}. \quad (37)$$

Перетворимо рівняння (37), позбавившись логарифмічної функції:

$$e^{-\frac{h_0}{m}(2n+1)T_{Ei}} \left[\frac{mV_{y2} + E_{yi}}{h_0} \cdot \sum_{i=1,3,5}^{2n+1} e^{\frac{h_0}{2m} t_{Ei}} \right] = \frac{mV_{y2} + E_{yi}}{h_0} - \Delta_1 - \Delta_2. \quad (38)$$

Введемо безрозмірні параметри динамічної системи відповідно до наступних формул:

$$\Theta = \frac{h_0}{m} T_{Ei} = \frac{2}{m} \frac{h_0}{h_i} m_i, \quad (39)$$

$$\varepsilon = \frac{E_{yi}}{mV_{y2}}, \quad (40)$$

$$\delta = \frac{(\Delta_1 + \Delta_2)h_0}{mV_{y2}}. \quad (41)$$

Параметри мають відповідний фізичний сенс. Так формула (39) відповідає відношенню мас, поділеному на відношення коефіцієнтів опору мас m_i і m . Параметр ε є відношенням середньоквадратичного значення випадкового ударного імпульсу до характерного імпульсу маси m . Параметр σ є кількісною мірою зазора, в межах якого відбуваються нелінійні автоколивання маси m .

Підставимо значення параметрів, визначених формулами (39), (40), (41), в рівняння (38) і отримаємо після перетворення

$$e^{-(2n+1)\Theta} + \varepsilon \sum_{i=1,3,5}^{2n+1} e^{-\left[(2n+1)-\frac{i}{2}\right]\Theta} = 1 + \varepsilon - \delta, \quad n = 0, 1, 2 \dots \quad (42)$$

Визначимо умову статистичного резонансу для низькочастотних випадкових ударних дій на масу m , що коливається.

Для випадкових дій, що співпадають за фазою з переміщенням маси, що відповідає значенню $n = 0$, з рівняння (42) отримаємо:

$$e^{-\Theta} + \varepsilon e^{-\frac{\Theta}{2}} = 1 + \varepsilon - \delta. \quad (43)$$

Це трансцендентне рівняння, яке введенням позначення

$$X = e^{-\Theta/2} \quad (44)$$

приводиться до квадратного рівняння

$$X^2 + \varepsilon X + \delta - 1 - \varepsilon = 0. \quad (45)$$

Рішенням рівняння (45) є

$$X = -\frac{\varepsilon}{2} \pm \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + 1 + \varepsilon - \delta}. \quad (46)$$

Враховуючи, що експонента є додатною функцією, а відповідно до (37) X – також додатна величина, рішення (46) набуде вигляду

$$X = \sqrt{\left(1 + \frac{\varepsilon}{4}\right)^2 - \delta} - \frac{\varepsilon}{2}. \quad (47)$$

У відповідності до (44) отримаємо співвідношення параметрів, при якому досягається статичний резонанс у вигляді

$$e^{-\Theta/2} = \sqrt{\left(1 + \frac{\varepsilon}{4}\right)^2 - \delta} - \frac{\varepsilon}{2} \quad \text{або} \quad \Theta = -2 \ln \left[\sqrt{\left(1 + \frac{\varepsilon}{4}\right)^2 - \delta} - \frac{\varepsilon}{2} \right]. \quad (48)$$

З аналізу рівнянь (48) можна зробити висновок, що статистичний резонанс неможливий у випадку, коли

$$\sqrt{\left(1 + \frac{\varepsilon}{4}\right)^2 - \delta} - \frac{\varepsilon}{2} \leq 0. \quad (49)$$

Отримаємо умову виключення резонансу:

$$1 + \varepsilon - \delta \leq 0. \quad (50)$$

Ця умова є загальною для всіх значень n , тобто для різних частотних діапазонів випадкових дій на масу m . В цьому можна пересвідчитися, порівнюючи нерівності (50) з рівнянням (42). Виконання нерівності (50) потребує, щоб ліва частина рівності (42) відповідала за знаком правій частині. Це неможливо, тому що значення всіх величин і функцій у лівій частині завжди додатні. Тобто виконання нерівності (50) виключає умову статистичного резонансу в рівнянні (42).

Визначимо співвідношення параметрів коливних мас, при яких виключається статистичний резонанс.

Підставляючи значення параметрів із залежностей (40) та (41) у формулу (50), отримаємо умову виключення резонансу:

$$m V_{y2} \leq (\Delta_1 + \Delta_2) h_0 - E_{yi}. \quad (51)$$

Визначимо величину швидкості:

$$V_{y2} = \frac{(\Delta_1 + \Delta_2) h_0}{m} - V_{yi} = \frac{h_0}{m} \left[\Delta_1 + 2 \Delta_2 - \frac{E_y}{h_0} \right]. \quad (52)$$

Підставимо значення швидкості з (52) у нерівність (51) і знайдемо

$$\frac{E_y}{h_0} - \Delta_2 \geq \frac{E_{yi}}{h_0}, \quad (53)$$

або

$$E_y - \Delta \cdot h_0 \leq E_{yi}, \quad (54)$$

де Δ – половина зазора, у межах якого коливається маса m .

Умова виключення статичного резонансу у вигляді (54) є жорсткою. Воно потребує зменшення імпульсів збуджувальної дії. У відповідності до формулі (24), це може бути досягнуто шляхом зменшення маси m_i , зниження інтенсивності вібрацій S_{Ri} або ж підвищеннем постійної часу T_i . У відповідності до формулі (9), це потребує підвищення частоти збуджувальних дій.

Виникнення статистичного резонансу в динамічній системі верстата було підтверджено результатами експериментів. Вони проведені для елементу динамічної системи у вигляді проміжного валу коробки швидкостей.

Як задаюча (збуджувальна) дія випадкового характеру використані спеціальні стенди. Стенди являють собою модернізоване та допрацьоване з урахуванням специфіки випробовувань обладнання для обкатки аксіальнопоршневих гідромашин.

Вимірювання параметрів коливань елементів динамічної системи верстата виконувалось за допомогою спеціально розробленої апаратури. Зміна зазорів і переміщення елементів здійснювались ємкісним методом. Результати вимірювань реєструвались електронною апаратурою.

Випробовування вузлів верстата на вібраційну дію виконувалось наступним чином. Корпус гідромотора з'єднувався жорсткою перемичкою з корпусом коробки швидкостей верстата. При цьому вібрація гідромотора приводила до коливання коробки.

Змінювались режими навантаження гідромотора і тиск у гідросистемі. В результаті змінювався частотний спектр та інтенсивність вібрацій. Зміна складу випадкових вібраційних коливань проводилась у широкому діапазоні. Частота обертання валу гідромотора складала 10 ... 1500 об/хв. Частота обертання валу гідронасоса також змінювалась за рахунок регулювання числа обертів приводного пристрою і складала 200 ... 2500 об/хв. Тиск у гідросистемі при цьому регулювався напорним золотником і складав 10 ... 32 МПа.

За результатами випробовувань встановлено, що резонансні автоколивання проміжного валу коробки швидкостей (рис. 3) має місце за різних режимів роботи гідросистеми, якщо тиск живлення в ній більше ніж 4,0 ... 5,0 МПа. Як встановлено раніше, це пояснюється тим, що статистичний резонанс визначається лише інтенсивністю вібрацій (з середнім значенням випадкових вібраційних швидкостей).

Проводився осцилографічний запис поперечно кутових коливань проміжного валу коробки швидкостей, що мають місце у випадку статистичного резонансу. Амплітуда коливань складає 10 ... 20°, частота коливань – в середньому 15 ... 18 Гц. Низька частота коливань пояснюється значними силами опору.

Розрахункові значення частоти і амплітуди коливань виконані відповідно до експериментальних даних з точністю 5 ... 15 %.

Амплітуда (розмах) резонансних автоколивань змінюється з плином часу. Різниця розмахів сусідніх коливань може досягати 15 %. Це пояснюється зміщенням під дією вібрацій шпинделя і валів привода головного руху, що призводить до зміни зазорів, у межах яких здійснюються автоколивання.Період коливань також змінюється. Зміна періоду частоти коливань може досягати 50 % і більше. Це пояснюється сталим характером резонансного автоколивального режиму. З експериментального запису коливального руху слідує, що при взаємодії маси з упором мають місце високочастотні коливальні рухи. Частота даних коливань досягає 1000 Гц і вище. Амплітуда високочастотних коливань незначна і, як правило, не перевищує 5 ... 10 % від амплітуди автоколивань маси. Ці коливальні рухи не враховуються при розрахунку в разі припущення про лінійність характеристик ударної взаємодії маси з упором.

Резонансні автоколивальні рухи у динамічній системі верстата супроводжуються різними негативними наслідками. До їх складу входять додатковий шум і вібрація, пошкодження елементів у зоні контакту. Пошкодження носять усталений характер, часом непомітні, знаходяться у важко досягаємих місцях.

У процесі випробовувань було виявлено ряд характерних пошкоджень викликаних автоколивальними рухами у динамічній системі верстата. Коливання неврівноважених мас звичайно призводять до надмірного зносу поверхонь деталей. У більшості випадків цей знос виявляється у вигляді вминань на поверхні контакту, можливе ширжировання контактуючих поверхонь образивними частками.

ПЕТРЕНКО Володимир Анатолійович – кандидат технічних наук, доцент кафедри “Металорізальні верстати та системи” Кіровоградського інституту сільгоспмашинобудування.

Наукові інтереси:

- статистична динаміка машин;
- системи приводів;
- математичне моделювання технічних систем і процесів.

СТРУТИНСЬКИЙ Василь Борисович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри “Конструювання верстатів та машин” НТУУ “Київський політехнічний інститут”.

Наукові інтереси:

- статистична динаміка машин;
- системи приводів;
- математичне моделювання технічних систем і процесів.