

В.Ю. Вінник, Л.М. Овандер

ПРО АВТОМАТИЗАЦІЮ ТЕОРЕТИКО-ГРУПОВИХ РОЗРАХУНКІВ

Коротко описано нову версію програми, яку призначено для теоретико-групових розрахунків. Розглянуто найголовніші відмінності від попередніх версій, які стосуються як програмної моделі математичного поняття «група», так і моделі інтерфейсу користувача.

Програма GroupSolver, версія 5.0, що описується в цій статті, продовжує серію розроблених авторами програм, призначених для автоматизації теоретико-групових розрахунків. Попередні результати з цієї тематики викладено в [1 – 3, 8]. Нова версія програми істотно відрізняється від попередніх сферою застосування, архітектурою та моделлю взаємодії з користувачем. Найважливіші функціональні відмінності є:

- Реалізовано обчислення таблиць множення подвійних груп;
- Оброблюються всі нормальні дільники групи;
- Запроваджено новий спосіб заповнення таблиці множення групи – безпосередній ручний;
- Можливість обробляти одночасно декілька вихідних груп;
- Реалізовано операцію побудови ізоморфного відображення груп.

Розглянемо зазначені відмінності детальніше. З самого початку роботи над даним проектом побудова та обробка подвійних груп була однією з найголовніших цілей. На те є дві основні причини. Перша полягає в тому, що таблиці множення подвійних груп, які наведено в єдиній на даний час монографії [5], стор. 330, містять помилки. Наприклад, табл. П.4 містить добуток:

$$h_2 h_5 = h_6, \quad h_6 h_{12} = h_4, \quad h_5 h_{12} = h_3, \quad h_2 h_3 = h'_4.$$

Перевірка дає:

$$(h_2 h_5) h_{12} = h_6 h_{12} = h_4,$$

$$h_2 (h_5 h_{12}) = h_2 h_3 = h'_4.$$

Отже,

$$h_2 (h_5 h_{12}) \neq (h_2 h_5) h_{12},$$

себто, для розглядуваної таблиці множення не виконується аксіома асоціативності, яка, як відомо, становить невід'ємну частину означення групи.

Другою причиною інтересу авторів до зазначеної теми є те, що авторам невідомі будь-які згадки в літературі про універсальний метод побудови таблиць множення подвійних груп. Натомість, в класичних роботах [7], в широко відомих підручниках [6] і в новітніх працях [4] пропонуються методи, що базуються на інтуїції, важко алгоритмізуються та, найголовніше, можуть бути застосовані лише для часткових випадків. В програмі реалізовано розроблений авторами алгебраїчний метод, який не використовує інтерпретацію елементів групи як перетворень простору та не ґрунтується на стереометричних міркуваннях. Цей метод дозволяє єдиним чином побудувати таблиці множення всіх без винятку подвійних груп.

Попередні версії програмної моделі абстрактної групи не дозволяли одночасно зберігати та обробляти більш ніж один нормальний дільник з циклічним фактором. В новій версії запроваджено підтримку цієї можливості, що потребувало змін у глибоких рівнях програмної моделі абстрактної групи.

Всі попередні версії програми надавали користувачеві лише один спосіб задати таблицю множення групи, що підлягає дослідженню, – користувач міг задати точкову групу за допомогою елементів, що її породжують. У версії 5.0 користувачеві надано можливість працювати з абстрактними групами, що задаються своїми таблицями множення. Причому немає потреби задавати вручну всю таблицю – в програмі передбачено можливість за деяким набором заданих користувачем клітин таблиці, що становлять «базові відомості» про групу, обчислити решту добутоків та побудувати всю таблицю групового множення.

Можливості попередніх версій програми було обмежено обробкою в кожний момент часу лише однієї вихідної (тобто заданою користувачем) групи. Важливою рисою нової версії є можливість одночасно працювати з кількома вихідними групами (кількість обмежено ресурсами комп'ютера). Причому серед вихідних одночасно можуть бути як точкові, так і абстрактні групи.

Головні функціональні можливості програми, а саме наявність одночасно кількох вихідних груп, можливість одночасно зберігати декілька нормальних дільників для кожної групи, можливість вивести кілька подвійних груп з однієї точкової групи разом призводять до нової моделі

користувачького інтерфейсу. Зазначеним функціональним можливостям на концептуальному рівні відповідає уявлення про всю сукупність об'єктів, що одночасно зберігаються, як про дерево. Як і в більшості систем, що реалізують деревоподібну модель (наприклад, файлова система MS-DOS), користувач в кожний момент часу має безпосередній доступ до одного об'єкта, що вважається поточним. Дії користувача можна умовно поділити на такі типи: розширення дерева груп, пересування по дереву, робота з властивостями (properties) поточної групи.

Розширення дерева груп відбувається тоді, коли користувач створює нову вихідну групу, обчислює для поточної точкової групи одну чи декілька подвійних груп, або обчислює один чи декілька нормальних дільників для довільної поточної групи. Пересування по дереву вниз можливе завжди на один крок і полягає або у виборі одного з нормальних дільників, або у виборі подвійної групи (якщо поточна група точкова). Пересуватися наверх можна на будь-яку кількість кроків.

З усього набору операцій над поточною групою перерахуємо найважливіші: введення нового елемента (для точкової групи), запис добутку в клітину таблиці множення (для абстрактної групи), обчислення всіх наслідків з наявного набору добутків (для абстрактної групи), добуток двох елементів, обернений елемент, загальна кількість класів спряжених елементів, клас даного елемента, матриця незвідного зображення. Для операцій, що змінюють поточну вихідну групу (введення елемента до точкової групи, введення добутку і обчислення наслідків для абстрактної), передбачено можливість відміни (undo).

Крім зазначених принципових відмінностей, в GroupSolver 5.0 виправлено деякі дрібні вади попередніх версій. Коректно оброблюється виключна ситуація (exception), коли на заданому наборі елементів неможливо побудувати кінцеву точкову групу. Версію 5.0 побудовано як 32-розрядну консольну програму Windows, на відміну від версії 4.0, яка базувалася на EasyWin, тому програма більш не може монополізувати процесор, себто поводить себе більш дружньо щодо багатозадачної системи. Деякі фрагменти коду переписано з метою підвищити швидкодію.

За допомогою програми побудовано правильні таблиці множення подвійних груп. Крім того, для некубічних подвійних груп побудовано незвідні зображення. Зображення кубічних груп не побудовано з причини специфічних особливостей методу Зейтца, що обмежують сферу його застосування.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Винник В.Ю., Овандер Л.Н. Построение таблицы умножения для 32 групп симметрии с помощью ЭВМ // Праці Житомирського філіалу КПІ. Вип. 2. Серія Б. Фундаментальні науки, історія, філософія, економіка. – 1994. – С. 3–5.
2. Винник В.Ю., Овандер Л.М. Побудова зведених презентацій точкових груп за допомогою ЕОМ // Вісник Житомирського інженерно-технологічного інституту, 1995. – № 2. – С. 151–159.
3. Винник В.Ю., Овандер Л.М. Про алгоритмізацію методів теорії груп // Вісник Житомирського інженерно-технологічного інституту, 1995. – № 2. – С. 160–166.
4. Губанов В.А., Овандер Л.Н. Развитие метода Бете для построения двузначных представлений пространственных и двузначных проективных представлений точечных групп // Праці Житомирського філіалу КПІ. Вип. 1. Серія Б. Фундаментальні науки, історія, філософія, культура, 1993. – С. 3–12.
5. Ковалев О.В. Неприводимые и индуцированные представления и копредставления федоровских групп. – М.: Наука, 1986. – 368 с.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. В 10 т. Т. 3. Квантовая механика (нерелятивистская теория). – М.: Наука, 1989. – 768 с.
7. Опеховский В. О кристаллографических двойных группах // В кн.: Нокс Р., Голд А. Симметрия в твердом теле. – М.: Наука, 1970. – С. 271–281.
8. Vinnik V.Yu., Ovander L.N. Computer-Aided Calculations of Terminal Groups // Proceedings of the Fifteenth International Conference on Raman Spectroscopy, Volume 2, Pittsburgh, 1996. – P. 2–3.

ВІННИК Вадим Юрійович – студент 5 курсу ФІКТ Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- теоретичні основи програмування;
- програмне моделювання математичних абстракцій;
- об'єктно-орієнтоване програмування.

ОВАНДЕР Лев Миколайович – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри фізики Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- фізика твердого тіла.