П.Й. Кривенко, О.К. Ткаченко, В.Л. Рудніцький

ТИСК СВІТЛА

Розглянуто тиск світла на пропускаючі та матові поверхні. Показано, що сила тиску світла на поглинаючу та ідеально відбиваючу поверхню однакова. Визначено відношення сил тиску на пластину, одна сторона якої поглинаюча, а інша дзеркальна.

Аналіз посібників і збірників задач з курсу загальної фізики показує, що в темі «Тиск світла» не розглянуто ряд питань та допущені неточності. Так, в жодному з посібників не визначено тиск світла на поверхню, яка частково пропускає світло. При визначенні тиску світла при косому падінні променів у більшості посібників у формулу тиску світла косинус входить в першому степені, тоді як він повинен бути в квадраті. Застосування формули тиску світла до кулі з коефіцієнтом дзеркального відбивання ρ для визначення сили тиску призводить до помилки, оскільки сила тиску на кулю не залежить від ρ. Також опущено питання про визначення тиску світла на ідеально матову поверхню. Дана робота ставить за мету розглянути ці питання.

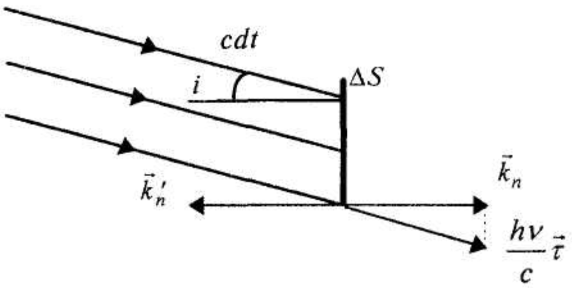

Рис. 1

Визначимо тиск світла на пластинку з коефіцієнтом пропускання τ, поглинання α та коефіцієнтом дзеркального відбиття ρ. Нехай промені падають на площадку під кутом i. Визначимо тиск світла на основі квантової теорії. За час dt на площадку площею ΔS впадуть фотони, які знаходяться в косому паралелепіпеді об'ємом $dV = \Delta S c dt \cos i$. Позначимо концентрацію фотонів через n. Тоді імпульс фотонів буде:

$$\Delta S c dt \cos i n \frac{h\nu}{c}.$$

Оскільки тиск спричиняє нормальна складова, то проекція імпульсу на нормаль до площадки:

$$k_n = \frac{h\nu}{c} \cos i .$$

Тоді нормальна складова імпульсів фотонів, які падають на площадку за час dt, дорівнює:

$$n \Delta S c dt \frac{h\nu}{c} \cos^2 i .$$

Зміна імпульсу при поглинанні фотонів становитиме $an\Delta S h\nu \cos^2 i dt$. Відбиті фотони матимуть протилежну складову імпульсу k'_n (рис. 1), тому для них зміна імпульсу дорівнює:

$$\rho n \Delta S dt \cos^2 i \cdot dt + 2\rho n \Delta S h\nu \cos^2 i \cdot dt = \Delta F dt , \tag{1}$$

звідки тиск світла

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S} = nh\nu(a + 2\rho) \cos^2 i , \tag{2}$$

$nh\nu = w$ – об'ємна густина енергії, $w = \frac{u}{c}$, де u – густина потоку світлової енергії.

Тоді тиск світла дорівнює:

$$p = \frac{u}{c}(a + 2\rho) \cos^2 i . \tag{3}$$

При нормальному падінні променів: $i = 0$, $p = \frac{u}{c}(a + 2\rho)$.

Для ідеально поглинаючої поверхні: $\rho = 0$, $a = 1$, $p = \frac{u}{c}$.

Для ідеально відбиваючої поверхні: $\rho = 1$, $a = 1$, $p = 2\frac{u}{c}$.

У випадку, коли пропускання відсутнє $(\tau = 0,\ a + \rho = 1)$ тиск світла:

$$p = \frac{u}{c}(a + \rho)\cos^2 i\,. \tag{4}$$

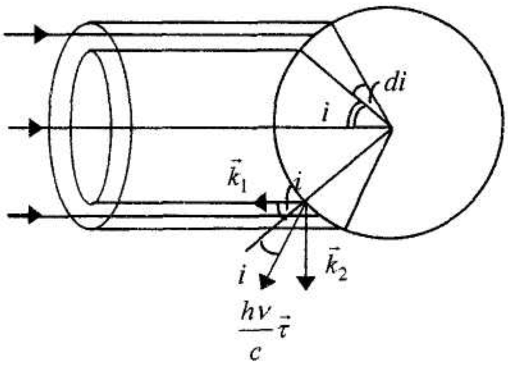

Рис. 2

Доведемо, що сила світлового тиску на кулю не залежить від коефіцієнта дзеркального відбиття. Нехай на кулю радіуса ***r*** падає плоска світлова хвиля з густиною потоку енергії ***u***. Виділимо два коаксіальних циліндри, твірні яких утворюють з радіусами кулі кути i та $i + di$ (рис. 2). Якщо світлові промені паралельні до твірних циліндрів, то це будуть кути падіння. Кількість фотонів, яка падає на елемент поверхні кулі за час ***dt*** між двома циліндрами:

$$dn = ncdtd\sigma\,,$$

де $d\sigma$ – площа проекції сферичного сегмента, обмеженого циліндрами, на площу, перпендикулярну до променів. Площа поверхні сферичного сегмента:

$$d\sigma' = rdi 2\pi r \sin i\,,$$

а її проекція на площину, перпендикулярну до променів:

$$d\sigma = d\sigma' \cos i = 2\pi r^2 \sin i \cos i di = \pi r^2 \sin 2i di\,.$$

Тоді

$$dn = ncdt \cdot \pi r^2 \sin 2i di.$$

Величина імпульсу цих фотонів:

$$dk = dn \cdot \frac{h\nu}{c} = \pi r^2 n h\nu \sin 2i di dt\,. \tag{5}$$

Відбиті фотони з падаючим променем утворюють кут $2i$, тому проекція їх імпульсу на цей напрям буде:

$$dk_1 = \rho r^2 n h\nu \sin 2i di \cos 2i dt.$$

Зміна імпульсу відбитих фотонів дорівнює:

$$dk_n' = dk - (-dk_1) = \pi r^2 n h\nu\left(\sin 2i di + \frac{1}{2}\sin 4i\right)dt\,. \tag{6}$$

Оскільки зміна імпульсу дорівнює імпульсу сили, то

$$\pi r^2 \omega\left(\sin 2i di + \frac{1}{2}\sin 4i di\right)dt = dF dt\,. \tag{7}$$

Повна сила тиску дорівнює:

$$F = \pi r^2 \omega\left(\int_0^{\pi/2} \sin 2i di + \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} \sin 4i di\right) = \pi r^2 \omega\left(1 + \frac{1}{8}\cdot 0\right) = \pi r^2 \omega\,. \tag{8}$$

Якщо поверхня кулі абсолютно чорна, то у зміні імпульсу другого доданку не буде і сила тиску також дорівнює: $F = \pi r^2 \omega$. Таким чином, сила тиску не залежить від коефіцієнта відбиття. Це зумовлене тим, що при $i < \frac{\pi}{4}$ проекція імпульсу після відбивання спрямована проти пучка, а при $i > \frac{\pi}{4}$ – за пучком (рис. 3). Застосовуючи формулу тиску $p = \frac{u}{c} \cdot (1 + \rho)$ для визначення сили тиску, одержимо: $F = W(1 + \rho) \cdot \pi r^2$.

Проте цей результат невірний, оскільки, як показано вище, сила тиску плоскої світлової хвилі на кулю не залежить від коефіцієнта відбиття.

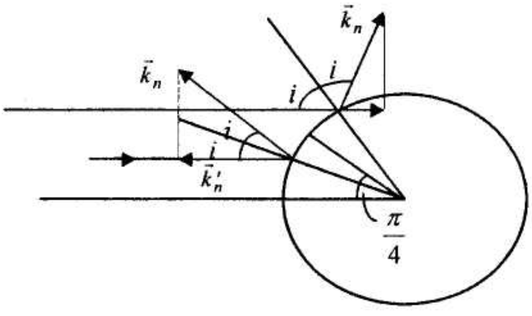

Рис. 3

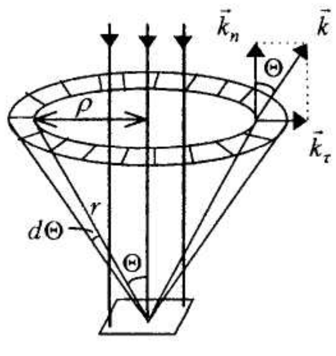

Рис. 4.

Визначимо тиск світла на ідеально матову площадку. Ідеально матова поверхня розсіює світло за законом Ламберта. Виділимо тілесний кут двома конусами з кутами при вершині Θ і $\Theta + d\Theta$ (рис.4). Позначимо число фотонів, яке пролітає між ними через dn'. Воно буде пропорційне тілесному куту $d\omega$, який визначається площею заштрихованого сферичного сегмента. Його площа

$$d\sigma = 2\pi\rho r d\Theta = 2\pi r^2 \sin\Theta d\Theta.$$

Тоді

$$d\omega = \frac{d\sigma}{r^2} = 2\pi \sin\Theta d\Theta.$$

Число фотонів, яке пролітає в цьому тілесному куті:

$$dn' = k d\omega \cos\Theta = k 2\pi \sin\Theta \cos\Theta d\Theta.$$

$Cos\Theta$ з'явиться тому, що розсіяння підлягає закону Ламберта. k – коефіцієнт пропорційності, який потрібно визначити. Число фотонів, розсіяних в тілесний кут 2π, дорівнює:

$$\Delta n = k 2\pi \int_0^{\pi/2} \sin\Theta \cos\Theta d\Theta = k\pi. \tag{9}$$

Звідси коефіцієнт пропорційності $k = \frac{\Delta n}{\pi}$. Оскільки матова площадка ідеальна, то число розсіяних нею фотонів за час dt дорівнює числу падаючих на неї фотонів, тобто

$$dn = n \cdot \Delta S c \cdot dt,$$

де n – концентрація фотонів.

Тоді проекція імпульсу фотонів, розсіяних у межах кутів Θ, $\Theta + d\Theta$, на нормаль до площадки дорівнює:

$$dL = \frac{h\nu}{c}\cos\Theta\frac{\Delta n}{\pi}2\pi\sin\Theta\cos\Theta d\Theta = 2\frac{h\nu}{c}\cos^2\Theta\sin\Theta d\Theta\Delta Scdtn. \tag{10}$$

Нормальна складова імпульсу розсіяних фотонів

$$\Delta L = 2\Delta Sndt\frac{h\nu}{c}\int_0^{\pi/2}\cos^2\Theta\sin\Theta d\Theta = 2\Delta Sndth\nu\left(-\frac{\cos^3\Theta}{3}\right)\Bigg|_0^{\pi/2} = \frac{2}{3}nh\nu\Delta Sdt. \tag{11}$$

Враховуючи, що зміна імпульсу розсіяних площадкою фотонів дорівнює імпульсу сили, матимемо:

$$n\frac{h\nu}{c}\Delta Scdt - \left(-\frac{2}{3}nh\nu\Delta Sdt\right) = \Delta Fdt, \tag{12}$$

звідки

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S} = nh\nu\left(1+\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{3}nh\nu = \frac{5}{3}\omega = \frac{5}{3}\cdot\frac{u}{c}, \tag{13}$$

де ω – об'ємна густина, ν – густина потоку світлової енергії.

Цей результат дає можливість розв'язати таку задачу: у вакуумі підвішена тонка пластинка з одного боку ідеально відбиваюча, а з другого – абсолютно чорна. З обох боків на неї нормально падає світло з однаковою густиною потоку u. Знайти відношення сил, що діють з обох боків на пластинку.

Сила тиску на дзеркальну поверхню:

$$F_{mir} = \frac{2u}{c}S. \tag{14}$$

На чорну поверхню сила тиску за рахунок поглинання фотонів дорівнює:

$$F_1 = \frac{u}{c}S. \tag{15}$$

Крім того, чорна поверхня буде випромінювати світло за законом Ламберта, в результаті чого сила віддачі:

$$F_2 = \frac{2}{3}\cdot\frac{u}{c}S. \tag{16}$$

Тоді на чорну поверхню буде діяти сила

$$F_{abs} = F_1 + F_2 = \frac{5}{3}\cdot\frac{u}{c}S. \tag{17}$$

Відношення сил буде:

$$\frac{F_{mir}}{F_{abs}} = \frac{\frac{2u}{c}S}{\frac{5}{3}\cdot\frac{u}{c}S} = 1{,}2. \tag{18}$$

КРИВЕНКО Петро Йосипович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики Житомирського державного педагогічного інституту.

Наукові інтереси:
- оптика;
- теорія і методика викладання фізики.

ТКАЧЕНКО Олександр Кирилович – кандидат фізико-математичних наук, завідувач кафедри фізики Житомирського державного педагогічного інституту.

Наукові інтереси:
- теорія і методика викладання фізики.

РУДНІЦЬКИЙ Віктор Леонідович – студент фізико-математичного факультету Житомирського державного педагогічного інституту.
- теорія і методика викладання фізики.