В.А. Салогуб

ПРО ПЕРЕТВОРЕННЯ ТИПУ ЧІНІ-ТУШЕКА ДЛЯ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ РІВНЯНЬ ГЕРЛІ

Знайдено оператор ізометричного перетворення для рівнянь Герлі до представлення, зручного для переходу до ультрарелятивістської границі.

В попередній статті [1] релятивістські хвильові рівняння [2] для частинки з довільним спіном були перетворені до гамільтонової форми

$$i\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec{x},t) = H\Psi(\vec{x},t), \tag{1}$$

де $\Psi(\vec{x},t)$ — хвильова функція, що має $2(2s+1)$ компонент, а гамільтоніан H задається формулою:

$$H = \rho_3\left(m + \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m} - \frac{(\vec{S}\,\vec{p})^2}{2ms^2}\right) + \rho_1\frac{(\vec{S}\,\vec{p})}{s} - i\rho_2\left(\frac{\vec{p}^{\,2}}{2m} - \frac{(\vec{S}\,\vec{p})^2}{2ms^2}\right), \tag{2}$$

де m — маса частинки;

$\vec{p}$ — оператор її імпульсу;

s — спін частинки, S_a $(a = 1,2,3)$ — спінові матриці частинки розмірності $2(2s+1)\times 2(2s+1)$;

ρ_1, ρ_2, ρ_3 — матриці Паулі такої ж розмірності.

В даній роботі ми для випадку $s = 1$ пропонуємо ізометричний оператор перетворення гамільтоніана (2) до зображення групи Пуанкаре $P(1, 3)$ другого класу, яке зручне при переході до ультрарелятивістської границі. Аналогічна задача розв'язана Чіні і Тушеком для гамільтоніана Дірака [3] (випадок $s = 1/2$).

Зf допомогою ізометричного перетворення

$$\Psi' = V\,\Psi, \qquad H' = V\,H\,V^{-1} \tag{3}$$

оператор H (2) перетворюється до виду:

$$H' = \rho_3 E\left(1 - 2S_p^2\right), \tag{4}$$

де $E = \left(\vec{p}^{\,2} + m^2\right)^{1/2}$;

$S_p = \dfrac{\vec{S}\,\vec{p}}{|\vec{p}|}$ — спіральність частинки.

Знайдений нами оператор V і йому обернений V^{-1} мають вигляд:

$$V = a - \frac{1}{2aB}\left(\rho_1\left(\frac{\vec{p}^{\,2}}{2m} - \frac{(\vec{S}\,\vec{p})^2}{2m}\right) - i\rho_2(\vec{S}\,\vec{p})\right), \tag{5}$$

$$V^{-1} = a + \frac{1}{2aB}\left(\rho_1\left(\frac{\vec{p}^{\,2}}{2m} - \frac{(\vec{S}\vec{p})^2}{2m}\right) - i\rho_2(\vec{S}\vec{p})\right),$$

$$a = \frac{1}{2}B^{-1/2}\left(B + \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m} - \frac{(\vec{S}\,\vec{p})^2}{2m}\right)^{1/2},$$

$$B = (1 - 2S_p)E.$$

Зауважимо, що нове представлення для гамільтоніана H' має такі позитивні властивості:

а) оператор (4) ермітовий відносно загально прийнятого в квантовій механіці скалярного добутку

$$\left(\Psi_1', \Psi_2'\right) = \int d^3x \left(\Psi_1'\right)^+ \Psi_2' ; \tag{6}$$

б) матрична вимірність оператора H' – $2(2s+1) \times 2(2s+1)$. Це гарантує відсутність нефізичних (*redundant*) компонент в теорії частинка–античастинка.

в) оператор H' допускає коректний перехід до ультрарелятивістської границі. При $m \to 0$ оператор (4) набуває вигляду

$$H' = \rho_3 |\vec{p}| \left(1 - 2S_p^2\right); \tag{7}$$

г) оператор H' має явно визначену залежність від оператора спіральності S_p, який є оператором Казіміра для представлення $D(0,S)$ групи $P(1,3)$.

Самі генератори групи $P(1,3)$ в знайденому представленні задаються формулами:

$$\begin{aligned}
& p_0 = H' \\
& p_a = -i \frac{\partial}{\partial x_a}, \\
& J_{ab} = x_a p_b - x_b p_a + S_{ab} \\
& J_{ab} = t p_b - \frac{1}{2}[x_a, H]_+ - \frac{m}{2E_p}\left(S_a - \frac{p_a}{p} S_p\right) H',
\end{aligned} \tag{8}$$

а оператори динамічних змінних мають вигляд:

$$\begin{aligned}
& x_a' = x_a + \frac{S_{ab} \cdot p_b}{p^2} - \rho\left(\frac{S_a}{p} + \frac{p_a}{p^2}\right), \\
& S_a' = \frac{p_a}{p} S_p - \rho_2 \frac{S_{ab} \cdot p_b}{p}, \\
& M_{ab}' = J_{ab} - \frac{p_c}{p} S_p + \rho_2 \frac{S_a \cdot p_b - S_b \cdot p_a}{p}, \\
& \dot{x}_a' = \frac{p_a H'}{E^2}, \quad \hat{\varepsilon}' = \frac{H'}{E},
\end{aligned} \tag{9}$$

де a, $в$, c – цикл 1, 2, 3, $|\vec{p}| = p$.

Оператори (8) і (9) – ермітові відносно скалярного добутку (6).

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Салогуб В.А.* О преобразовании релятивистских уравнений Герли к гамильтоновой форме, не содержащей лишних компонентов // Праці Житомирського філіалу КПІ, вип. 1. – 1993. – С. 13 – 16.
2. *Hurley W.J.* Relativistic Wawe Equations for Particles with Arbitrary Spin // Phys. Rev. – D 1971, 4, № 12. – P. 3605–2612.
3. *Швебер С.* Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. – М.: Иностранная литература, 1963.

САЛОГУБ Віктор Анатолійович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики і хімії ЖІТІ.

Наукові інтереси:

– дослідження групових властивостей хвильових рівнянь квантової механіки.