А.Г. Тютюнник

АНАЛІЗ ТА СИНТЕЗ СИСТЕМ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ОБ'ЄКТАМИ ВИСОКОГО ПОРЯДКУ ЗА ДОПОМОГОЮ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ Т-ПЕРЕТВОРЕНЬ

Наводиться принцип аналізу та синтезу систем екстремального керування об'єктами другого та вищого порядків за допомогою диференційних тейлорівських перетворень.

Серед систем автоматичної оптимізації найбільш поширені системи екстремального керування (СЕК). В них визначається та підтримується екстремальне значення показника якості роботи об'єкта керування в статичному режимі, чим досягається підвищення техніко-економічної ефективності.

Наявність збурень призводить до зміни та дрейфу екстремальної статичної характеристики об'єкта. Проблема утримання об'єкта в екстремальному режимі вимагає визначення екстремуму та напрямку його руху. Тому задача СЕК принципово складніша. Вона полягає в поповненні недостатньої апріорної інформації у процесі керування об'єктом за допомогою пошукових сигналів.

В залежності від методів пошуку екстремуму та зміни вхідної величини з метою забезпечення екстремального режиму об'єктів керування існує декілька типів СЕК.

Розглянемо структурну схему системи екстремального керування із запам'ятовуванням екстремуму, що наведена на рис. 1.

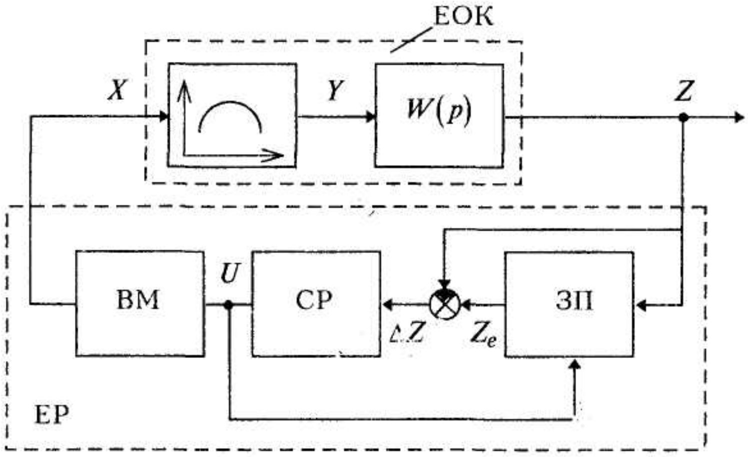

Рис. 1. Структурна схема системи екстремального керування із запам'ятовуванням екстремуму

Екстремальний об'єкт керування (ЕОК) представлено двома частинами:

– лінійною ($W(p)$), що відображає інерційність об'єкта керування і описується системою лінійних диференційних рівнянь;

– нелінійною, що виражає екстремальний характер статичної характеристики об'єкта керування.

В екстремальному регуляторі (ЕР) неперервно визначається екстремальне значення вихідної величини Z, яке зберігається в запам'ятовуючому пристрої (ЗП) і порівнюється з поточним значенням Z. Якщо сигнал

$$\Delta Z = Z - Z_e \tag{1}$$

сягає значення зони нечутливості сігнум-реле (СР), останнє реверсує виконавчий механізм (ВМ), обнулює пам'ять ЗП, після чого цикл пошуку екстремуму відновлюється [1]. Такий процес повторюється до тих пір, поки вихідна величина Z увійде в зону екстремуму, де встановлюються незгасаючі автоколивання з відповідними параметрами, які необхідно визначити.

Якщо ЕОК описується системою рівнянь

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) + BX(t)\,, \tag{2}$$

де A, Z, B, X – матриці відповідно $[n \times n]$, $[n \times 1]$, $[n \times r]$, $[r \times 1]$ розмірностей, то його розв'язок можна записати у вигляді:

$$Z(t) = \Phi(t)Z_0 + \int_{t_0}^{t} \Phi(t-\tau)BX(\tau)d\tau, \tag{3}$$

де $\Phi(t) = e^{A \cdot t}$ – фундаментальна матриця системи (2);

Z_0 – початкові умови для $Z(t)$.

Для визначення параметрів усталених автоколивань величини $Z(t)$ використаємо диференційні тейлорівські перетворення [3] типу

$$Z(k) = \left[\frac{\partial^k}{\partial t^k} Z(t)\right]_{t=0} \cdot \frac{H^k}{k!}, \tag{4}$$

$$Z(t) = \sum_{k=0}^{\infty} Z(k) \cdot \frac{t^k}{H^k}, \tag{5}$$

де формули (4) і (5) визначають пряме та зворотне Т-перетворення відповідно.

Тоді

$$T[\Phi(t)] = \Phi(k) = \frac{(AH)^k}{k!}. \tag{6}$$

Рівняння (3) в Т-області можна записати так:

$$Z(k) = \frac{(HA)^k}{k!} Z(0) + \frac{H^k}{k!} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{m!}{H^m} A^{k-1-m} BX(m). \tag{7}$$

Використовуючи зворотне Т-перетворення, одержимо вектор вихідної величини у вигляді степеневого ряду:

$$Z(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{t^k}{k!} A^k Z(0) + \frac{t^k}{k!} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{m!}{H^m} A^{k-1-m} BX(m)\right]. \tag{8}$$

Умова встановлення автоколивань вихідної величини Z з періодом T_0 (менше радіуса сходження ряду)

$$Z(t) = Z(t + T_0)$$

в Т-області

$$\sum_{k=1}^{\infty} Z(k) \frac{T_0^k}{H^k} = 0,$$

перетворюється в систему алгебраїчних рівнянь:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{A^k T_0^k}{k!} Z(0) + \frac{T_0^k}{k!} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{m!}{H^m} A^{k-1-m} BX(m)\right] = 0, \tag{9}$$

розв'язок яких дозволяє одержати початкові значення $Z(0)$, що забезпечують період автоколивань T_0.

Затрати на пошук екстремуму, що характеризуються у відхиленні середнього значення вихідної величини Z від екстремальної позначки в Т-області, визначаються за формулою [2]

$$P = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{Z(k)}{k+1} \cdot \frac{T_0^k}{H^k} \tag{10}$$

або системою алгебраїчних рівнянь:

$$P = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{T_0^k}{(k+1)!} \left[A^k Z(0) + \sum_{m=0}^{k-1} \frac{m!}{H^m} A^{k-1-m} \cdot BX(m)\right]. \tag{11}$$

Розглянемо застосування методу диференційних тейлорівських перетворень для аналізу і синтезу системи екстремального керування об'єктом другого порядку, де інерційна частина описується системою диференційних рівнянь (рис. 1):

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2; \\ \dot{z}_2 &= a_{21}z_1 + a_{22}z_2 + y. \end{aligned} \tag{12}$$

Екстремальна статична характеристика об'єкта керування, апроксимована параболою

$$y = -kx^2, \tag{13}$$

виконуючий механізм (ВМ) має постійну швидкість V зміни вхідної величини $x(t)$.

В режимі усталених автоколивань з періодом T_0 вхідна величина x буде змінюватися періодично за лінійним законом:

$$x(t) = V\left(t - \frac{T^2}{2}\right). \tag{14}$$

Враховуючи (13), вхідний сигнал y буде мати вигляд:

$$y(t) = b_1 t^2 + b_2 t + b_3, \tag{15}$$

де $b_1 = -kV^2$, $b_2 = kV^2 T_0$, $b_3 = 0{,}25kV^2 T_0^2$.

Застосовуємо Т-перетворення до системи (12), після чого одержимо [2] систему Т-рівнянь:

$$\begin{aligned} Z_1(k+1) &= \frac{H}{k+1} Z_2(k); \\ Z_2(k+1) &= \frac{H}{k+1} a_{21} Z_1(k) + \frac{H}{k+1} a_{22} Z(k) + \frac{H}{k+1} X(k), \end{aligned} \tag{16}$$

де

$X(t) = b_1 H^2 ъ(k-2) + b_2 Hъ(k-1) + b_3 ъ(k)$;

H – масштабний коефіцієнт;

ъ – тейлорівська одиниця;

$$ъ(k) = \begin{cases} 1, & \text{при } k = 0; \\ 0, & \text{при } k \neq 0. \end{cases}$$

Для періоду автоколивань T_0, використовуючи (9), одержимо систему двох рівнянь для визначення початкових умов $Z_1(0)$ і $Z_2(0)$:

$$\begin{vmatrix} D_{11}(k) & D_{12}(k) \\ D_{21}(k) & D_{22}(k) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} Z_1(0) \\ Z_2(0) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_1(k) \\ F_2(k) \end{vmatrix}, \tag{17}$$

де

$$D_{ij}(k) = \sum_{k=1}^{\infty} (a_{ij})^k \cdot \frac{T_0^k}{k!};$$

$$F_i(k) = -\sum_{k=1}^{\infty} \frac{T_0^k}{k!}\left[(a_{i1})^{k-1} b_3 + (a_{i2})^{k-2} b_2 + 2(a_{i2})^{k-3} b_1\right], \quad i = 1,2; \; j = 1,2;$$

$(a_{ij})^k$ – елемент a_{ij} матриці A в степені k.

Затрати на пошук екстремуму вихідної величини Z_1 (11) будуть визначатися рівнянням:

$$\begin{aligned} P_1 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{T_0^k}{(k+1)!} \Big[& (a_{11})^k Z_1(0) + (a_{12})^k Z_2(0) + \\ & + (a_{12})^{k-1} b_3 + (a_{12})^{k-2} b_2 + 2(a_{12})^{k-3} b_1 \Big]. \end{aligned} \tag{18}$$

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Казакевич В.В., Родов А.Б.* Системы автоматической оптимизации. – М.: Энергия, 1978. – 288 с.
2. *Тютюнник А.И., Волошин В.И.* Анализ и синтез одномерных экстремальных систем с помощью дифференциальных Т-преобразований. – К.: ИПМЭ, 1986. – 30 с.
3. *Пухов Г.Е.* Дифференциальные преобразования функций и уравнений. – К.: Наукова думка, 1984. – 420 с.

ТЮТЮННИК Анатолій Гнатович – кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматизації і комп'ютеризованих технологій Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

– аналіз та синтез оптимальних і адаптивних систем автоматичного керування технологічними процесами.