І.В. Зімчук, В.І. Іщенко

АДАПТИВНИЙ ДИСКРЕТНИЙ ФІЛЬТР З ПАРАМЕТРИЧНОЮ ОПТИМІЗАЦІЄЮ

(Представлено доктором технічних наук, професором Коваленком М.В.)

Проведено синтез адаптивного дискретного фільтра оцінки параметрів руху літальних об'єктів, які маневрують, в умовах апріорної невизначеності при скалярних моделях вхідних дій. Наведені результати цифрового моделювання.

При здійсненні навігації, управління та спостереження за літальними об'єктами (ЛО) виникає задача оцінювання параметрів руху ЛО за даними радіолокаційних вимірювачів. Якщо процедура оцінювання здійснюється у реальному масштабі часу, то оптимальним є фільтр, синтезований по типу фільтрів Калмана. Теорія таких фільтрів розроблена переважно до детермінованої моделі руху та критерію максимальної точності [1].

Реально динаміка руху ЛО може неодноразово змінюватись внаслідок постійно діючих випадкових збурень та можливого маневрування. Це призводить до невідповідності між реальним законом руху ЛО і математичною моделлю системи оцінювання і, як наслідок, до підвищення динамічних похибок оцінювання. Крім того, алгоритми оптимального оцінювання передбачають наявність апріорних відомостей про статистичні характеристики похибок вимірювань. На практиці вказані характаристики обмежені лише діапазоном можливих значень, що також ускладнює процедуру оцінювання.

В таких випадках, з метою підвищення точності оцінювання параметрів руху маневруючих ЛО, доцільно використовувати адаптивні алгоритми, спроможні в процесі фільтрації оцінювати деякі додаткові параметри, які компенсують вплив неточності математичних моделей і статистичних даних [1].

В роботі розв'язується задача синтезу адаптивного дискретного фільтра оцінювання параметрів руху маневруючих літальних об'єктів в умовах апріорної невизначеності моделі динаміки, адаптація якого здійснюється шляхом оптимізації параметрів основного блоку фільтрації.

Постановка задачі. Припустимо, що модель руху об'єкта, за яким ведеться спостереження, описується рівнянням:

$$x(n) = x(n-1) + \sum_{i=1}^{N} \frac{T^i}{i!} \Delta^i x(n-1), \tag{1}$$

де $x(n)$ – значення координати в момент $n-1$;

T – темп обробки інформації;

$\Delta^i x(n-1)$ – різниця i-го порядку.

Процес $x(n)$ спостерігається в присутності адитивного "білого шуму" $f(n)$ з нульовим середнім та дисперсією $R(n) = M\left[\varepsilon^2(n)\right]$. Крім того,

$$M\left[f(n)f(n-1)\right] = 0, \quad M\left[x(n)f(n)\right] = 0, \quad M\left[\varepsilon_e(n)f(n)\right] = 0, \tag{2}$$

де $\varepsilon_e(n)$ – похибка екстраполяції.

Тоді рівняння вхідної дії на систему оцінювання набуде вигляду:

$$g(n) = x(n) + f(n). \tag{3}$$

Враховуючи припущення (2) і (3), необхідно отримати оцінку $\hat{x}(n)$ процесу (1) з мінімальною дисперсією похибок оцінювання:

$$P(n) = M\left[\varepsilon^2(n)\right] \to min, \tag{4}$$

де $\varepsilon(n) = x(n) - \hat{x}(n)$ – похибка оцінки.

Синтез алгоритму оцінювання. В основу синтезу адаптивного алгоритму оцінювання параметрів руху маневруючих ЛО покладено метод, оснований на теорії інваріантності [7]. Метод дозволяє синтезувати цифрові системи оцінювання з управлінням процесом спостереження при детермінованих вхідних діях. Згідно з методом оцінка визначається виразом:

$$\hat{x}(n) = \frac{C(z) - B(z)}{A(z)}\tilde{u}(n), \tag{5}$$

а управління:

$$u(n) = Fe(z)\hat{x}(n). \tag{6}$$

У формулах (5) і (6) z – часовий оператор; $C(z)$ – характеристичний поліном замкненої системи, який визначає її стійкість; $A(z)$ і $B(z)$ – поліноми чисельників передаточних функцій по нев'язках спостереження $\tilde{u}(n) = g(n) - u(n)$ та оцінювання $\tilde{\varepsilon}(n) = g(n) - \hat{x}(n)$; $Fe(z)$ – передаточна функція алгоритму управління, яка визначається із рівняння для характеристичного полінома:

$$C(z) = \frac{A(z) - Fe(z)B(z)}{1 - Fe(z)}. \tag{7}$$

Для усунення динамічної похибки оцінювання та управління поліноми $A(z)$ і $B(z)$ розраховуються із третьої форми досягнення інваріантності $A(z)x(n) = 0$, $B(z)x(n) = 0$. Для другого порядку астатизму:

$$A(z) = \left(1 - z^{-1}\right)^2, \quad B(z) = b_0\left(1 - z^{-1}\right)^2. \tag{8}$$

Оператор екстраполяції $Fe(z)$ визначається з умови усунення одиничних полюсів із характеристичного рівняння $C(z) = 0$. Його значення встановлюється із формул (7) і (8):

$$Fe(z) = 2z^{-1} - z^{-2}. \tag{9}$$

За формулами (7)–(9) розраховується характеристичний поліном замкненої системи:

$$C(z) = 1 - 2b_0 z^{-1} + b_0 z^{-2}. \tag{10}$$

Підставивши поліноми $A(z)$, $B(z)$ і $C(z)$ у формулу (5), а $Fe(z)$ – у формулу (6), та здійснивши одночасно перехід із операторної форми рівнянь в часову, отримаємо алгоритми оцінювання та управління:

$$\hat{x}(n) = \tilde{u}(n)K + x_e(n), \tag{11}$$

$$u(n) = 2\hat{x}(n-1) - \hat{x}(n-2), \tag{12}$$

де $\tilde{u}(n) = \varepsilon_e(n) + f(n)$;

$K = 1 - b_0$ – ваговий коефіцієнт фільтра;

$x_e(n) = 2\hat{x}(n-1) - \hat{x}(n-2)$ – екстрапольоване значення координати, яке дорівнює, як видно із формул, значенню управління.

Оптимальне значення вагового коефіцієнта K за критерієм (4) визначається із рівняння:

$$\frac{dP(n)}{dK} = 0. \tag{13}$$

Дисперсія похибок оцінювання $P(n)$ описується виразом [5]:

$$P(n) = \varepsilon_\partial^2(n) + \sigma_f^2(n), \tag{14}$$

де $\varepsilon_\partial(n)$ – динамічна похибка фільтра;

$\sigma_f(n)$ – випадкова похибка фільтра.

Через те, що синтезований фільтр – другого порядку астатизму, динамічна похибка визначається виразом:

$$\varepsilon_\partial(n) = a(n)D_2, \tag{15}$$

де $\alpha(n)$ – прискорення об'єкта, який супроводжується;

D_2 – коефіцієнт похибки за прискоренням, який розраховується як

$$D_2 = \left.\frac{d^2 K_\varepsilon(z)}{2!\,dz^2}\right|_{z=1} = \frac{1-K}{K}, \tag{16}$$

де $K_\varepsilon(z) = \dfrac{B(z)}{C(z)}$ – передаточна функція по нев'язці оцінки.

Значення прискорення $\alpha(n)$ визначається шляхом розрахунку другої різниці від оцінки $\hat{x}(n)$, тобто

$$a(n) = \hat{x}(n) - 2\hat{x}(n-1) + \hat{x}(n-2). \tag{17}$$

Підставляючи рівняння (16) і (17) у співвідношення (15), одержимо значення динамічної похибки фільтра.

Для обчислення дисперсії випадкової похибки фільтра $\sigma_f^2(n)$ скористаємось відомою методикою [5]:

$$\sigma_f^2(n) = 2\Im_n R(n), \tag{18}$$

де $\Im_n$ – значення інтеграла Парсеваля n-го порядку, яке розраховується за таблицями [8] і дорівнює

$$\Im_3 = \frac{2-K}{2(4-3K)}. \tag{19}$$

Для того, щоб скористатися формулою (18) повною мірою, необхідно оцінити дисперсію похибок вимірювань. В [4] показано, що при відомій моделі вхідної дії, використовуючи принцип симетрії, можна здійснити компенсацію $x(n)$ і, таким чином, виділити похибки вимірювань. Якщо вхідна дія носить лінійний або квадратичний характер, то вказана процедура успішно здійснюється шляхом розрахунку третьої різниці від вхідної дії $g(n)$:

$$\Delta^3 g(n) = g(n) - 3g(n-1) + 3g(n-2) - g(n-3), \tag{20}$$

і після перетворення:

$$\Delta^3 g(n) = f(n) - 3f(n-1) + 3f(n-2) - f(n-3). \tag{21}$$

Приймаючи до уваги (2), дисперсію $R(n)$ визначимо з виразу:

$$R(n) = M\left[\tilde{u}(n)\Delta^3 g(n)\right]. \tag{22}$$

У багатьох практичних випадках неможливо безпосередньо виміряти вхідну дію $g(n)$. Тоді виникає задача її посереднього вимірювання. Якщо $\tilde{u}(n) = g(n) - u(n)$, то вхідна дія визначиться рівнянням [3]:

$$g(n) = \tilde{u}(n) + u(n). \tag{23}$$

Саме такий підхід відновлення вхідної дії застосовано при розрахунку $R(n)$.

Співвідношення (19)–(23) повністю визначають дисперсію випадкової похибки фільтра $\sigma_f^2(n)$ і разом з виразами (15)–(17) для динамічної похибки дають можливість визначити дисперсію похибок оцінювання (рівність (14)):

$$P(n) = \left(\frac{1-K}{K}\right)^2 a^2(n) + \frac{2-K}{4-3K} R(n). \tag{24}$$

Підставивши вираз (24) у рівняння (13), і після перетворень одержимо:

$$\left(9a^2(n) + R(n)\right)K^3 - 33a^2(n)K^2 + 40a^2(n)K - 16a^2(n) = 0. \tag{25}$$

Розв'язок рівняння (25) за допомогою формули Кардано [2] визначає оптимальне значення вагового коефіцієнта фільтра.

Результати моделювання на ПЕОМ. Дослідження ефективності синтезованого адаптивного дискретного фільтра оцінювання проведено шляхом математичного моделювання на ПЕОМ. Моделювання проводилось за вхідною дією, описаної рівнянням (1). На інтервалах часу t = 0–20 с та t = 30–50 с модель вхідної дії описувалась рівнянням першого порядку (N = 1), а на інтервалах часу t = 20–30 с та t = 50–70 с – рівняннями другого (N = 2) та третього (N = 3) порядків (ЛО маневрує). Під час першого маневрування модель мала значення швидкості 4–1 ум. вел./с при прискоренні -0,3 ум. вел./с^2; під час другого маневрування швидкість та прискорення змінювались в межах 1–11 ум. вел./с та 0,3–0,7 ум. вел./с^2 відповідно при прирості прискорення 0,02 ум. вел./с^2. Похибка вимірювання моделювалась за нормальним законом розподілу, з нульовим математичним очікуванням та дисперсією $R(n)$ = 25 (ум. вел.)^2. Дослідження проводилось з темпом обробки інформації 10 Гц та відношенням сигналу до шуму, рівним 5.

Ефективність фільтра оцінювалась за наступними показниками: збіжність процесу адаптації, час адаптації, точність фільтрації та виграш в точності [6].

Збіжність процесу адаптації є необхідною умовою успішного функціонування адаптивних алгоритмів. В адаптивних алгоритмах з безпосередньою підстройкою параметрів основного блоку фільтрації процес адаптації збігається, якщо значення цих параметрів наближаються до відповідних вибраному для підстройки критерію. Тому, збіжність процесу адаптації синтезованого фільтра подана у вигляді значення відношення K/K_0 (рис. 1) [6] (K_0 – оптимальний ваговий коефіцієнт).

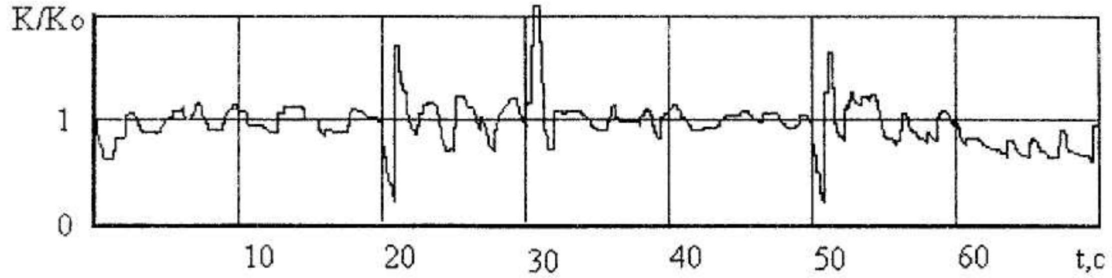

Рис. 1

Із рис. 1 видно, що процес адаптації збігається на інтервалах часу t = 0–20 с та t = 30–50 с з точністю 15–20 %, а на інтервалах часу t = 20–30 с та t = 50–70 с – з точністю 20–30 %.

Час адаптації визначає завершеність процесу адаптації і є важливою його характеристикою. Аналіз рис. 1 показує, що під час зміни динаміки руху об'єкта спостереження час адаптації становить 1–2 с.

Точність фільтрації та виграш в точності оцінювались за похибкою оцінки $\varepsilon(n)$ (рис. 2) у порівнянні з роботою $\alpha-\beta$ фільтра (рис. 3) [5, 6].

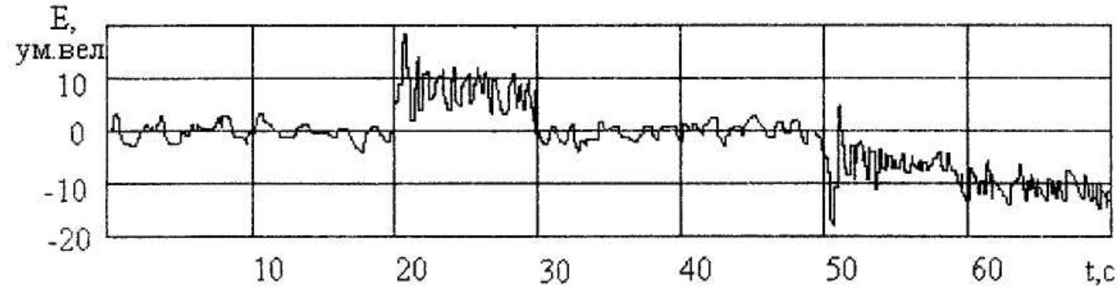

Рис. 2

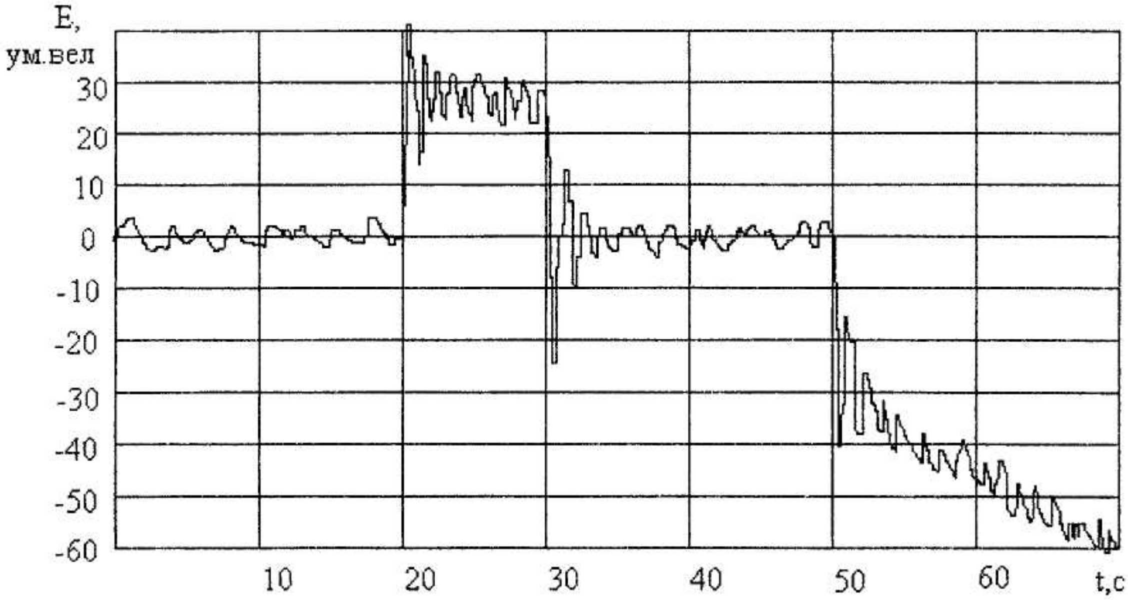

Рис. 3

Дослідження точності фільтрації показало, що, під час рівномірного руху об'єкта, за яким ведеться спостереження, похибка оцінки синтезованого фільтра не перевищує похибку $\alpha-\beta$ фільтра, а під час маневрування – менша її в 3–4 рази.

Значення середнього квадрата похибок фільтрації $\varepsilon_{ck} = \sqrt{M\left[\varepsilon^2(n)\right]}$ на інтервалах спостереження в умовних величинах подано в таблиці.

Таблиця

Фільтр	Інтервал спостереження, сек			
	0–20	20–30	30–50	50–70
$\alpha-\beta$	2,14	27,84	5,62	47,88
Адаптивний	2,07	8,16	2,04	9,08

Таким чином, результати моделювання підтвердили теоритичні розрахунки і показали високу ефективність синтезованого адаптивного фільтра оцінювання параметрів руху літальних об'єктів в умовах апріорної невизначеності моделі динаміки.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Беляевский Л.С., Новиков В.С., Олянюк П.В.* Обработка и отображение радионавигационной информации. – М.: Радио и связь, 1990. – 232 с.
2. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1980. – 975 с.
3. *Зайцев Г.Ф.* Синтез следящих систем высокой точности. – К.: Техника, 1971. – 204 с.
4. *Крутько П.Д.* Обратные задачи динамики управляемых систем: нелинейные модели. – М.: Наука, 1988. – 328 с.
5. *Кузьмин С.З.* Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. – М.: Сов. радио, 1974. – 432 с.
6. *Первачёв Ю.А., Перов А.И.* Адаптивная фильтрация сообщений. – М.: Радио и связь, 1991. – 160 с.
7. *Пушкарёв Ю.А., Ревенко В.Б.* Новый структурный метод синтеза эффективных цифровых фильтров обработки информации для автоматических следящих систем // Проблемы управления и информатики. – 1995. – № 1. – С. 38–48.
8. *Суевалов Л.Ф.* Справочник по расчётам судовых автоматических систем. – Л.: Судостроение, 1977. – 375 с.

ЗІМЧУК Ігор Валерійович – ад'юнкт Житомирського військового інституту радіоелектроніки.

Наукові інтереси:

– адаптивні алгоритми оцінювання для сучасних інформаційно-керуючих систем.

ІЩЕНКО Володимир Іванович – кандидат технічних наук, доцент, начальник кафедри Житомирського військового інституту радіоелектроніки.

Наукові інтереси:

– алгоритми оцінювання для сучасних інформаційно-керуючих систем.