

В.Г. Ципоренко

СУМІСНА ОЦІНКА ЧАСТОТИ ТА ПОЧАТКОВОЇ ФАЗИ РАДІОСИГНАЛУ

У статті запропонований енергетично-фазовий метод сумісної оцінки частоти та початкової фази радіосигналу. Метод заснований на кореляційному аналізі адитивної суміші сигналу та шуму з наступною енергетично-фазовою обробкою отриманих квадратурних складових відгуків. Показано, що при фіксованих кількості частотних каналів та часі аналізу запропонований метод, у порівнянні з відомими, забезпечує суттєве збільшення точності аналізу частоти та початкової фази радіосигналу.

Для виявлення та аналізу сигналів при наявності шумів доцільне використання оптимальних методів. Для аналізу невідомих априорі частоти і початкової фази корисного сигналу використовують багатоканальні узгоджену фільтрацію або кореляційний аналіз. У цьому випадку сумісну оцінку частоти та початкової фази радіосигналу дає канал з максимальним енергетичним відгуком [1, 3, 4, 5]. При обмеженій кількості каналів похибка вимірювання частоти і початкової фази радіосигналу залежить від ширини каналів та відношення сигнал/шум.

Для збільшення точності визначення частоти і початкової фази радіосигналу при незмінних кількості частотних каналів оптимального прийому, їх ширини і часі аналізу доцільним є використання фазочастотного перетворення і послідуочної енергетично-фазової обробки суміші сигналу та шуму, побудованої на аналізі спільного розподілу енергій та початкових фаз відгуків оптимальних лінійних фільтрів або кореляторів частотних каналів.

Запропонований метод розглянемо для типової задачі сумісної оцінки частоти і початкової фази корисного гармонічного або квазігармонічного вузькосмугового сигналу $S_b(t) = A \cos(2\pi f_s t + \varphi_s)$ при наявності адитивного шуму $S_w(t)$ [1, 2, 3]. У сигналу $S_k(t)$ амплітуда A – відома і незмінна; частота f_s – невідома і є випадковою величиною, рівноімовірно розподіленою в межах частотної смуги $\{f_n, f_s\}$; початкова фаза φ_s – невідома і є випадковою величиною, рівноімовірно розподіленою в межах інтервалу $\{-\pi, \pi\}$; частота f_s і початкова фаза φ_s – незалежні випадкові величини. Адитивний шум $S_w(t)$ є нормальним білим шумом.

Сумісну оцінку параметрів f_s і φ_s виконаємо при забезпеченні критерію максимуму апостеріорної щільності їх сумісної імовірності.

Для розв'язання даної задачі за допомогою оптимальної енергетично-фазової обробки у межах частотної смуги аналізу $\{f_n, f_s\}$ виділимо два набори частотних дільниць-каналів, які складаються кожний з M каналів. Частотні канали першого та другого наборів з однаковими номерами n мають однакові середні частоти $f_{n1} = f_{n2} = f_n$ та ширину $\Delta f_{n1} = \Delta f_{n2} = \Delta f_n$. Кожний набір частотних каналів перекриває смугу $\{f_n, f_s\}$.

У кожному з M каналів обох наборів виконується паралельне фазочастотне перетворення вхідного сигналу $S_{ex}(t) = S_k(t) + S_w(t)$ з наступною оптимальною обробкою, що відповідає випадку невідомої початкової фази φ_s [3, 5]. При цьому фазочастотне перетворення не впливає на значення відношення сигнал/шум та закони розподілу f_s , φ_s , $S_w(t)$.

Операція фазочастотного перетворення описується наведеними співвідношеннями. Для першого набору частотних каналів:

$$\varphi_{1n} = \Psi(f - f_n), \quad (1)$$

де φ_{1n} – функція фазочастотного перетворення сигналу в n -му каналі першого набору;

$n = 1, 2, \dots, M$ – номер частотного каналу;

$\Psi(f - f_n)$ – довільна монотонна функція частоти f .

Для другого набору частотних каналів:

$$\varphi_{2n} = k\Psi(f - f_n), \quad (2)$$

де φ_{2n} – функція фазочастотного перетворення сигналу в n -му каналі другого набору;

k – постійний коефіцієнт, котрий у загальному випадку може приймати довільні значення, окрім $+1$ і 0 .

У загальному випадку функції φ_{1n} та φ_{2n} можуть бути довільними. Для простоти аналізу розглянемо випадок, коли вони лінійні в межах смуги частот відповідних каналів:

$$\begin{cases} \varphi_{1n} = \alpha_n (f - f_n) \\ \varphi_{2n} = k\alpha_n (f - f_n) \end{cases} \text{ при } f \in \{f_{nn}, f_{en}\}, \quad (3)$$

де f_{nn}, f_{en} – відповідно нижня та верхня частоти смуги пропускання n -го каналу;
 α_n – довільний постійний для n -го каналу коефіцієнт, не рівний нулю.

Якщо частота сигналу f_s відповідає n -му частотному каналу, то після фазочастотного перетворення сигнали в n -х каналах першого $S_{ex1}(t)$ та другого $S_{ex2}(t)$ наборів будуть дорівнювати:

– за першим набором:

$$S_{ex1n}(t) = A \cos(2\pi f_s t + \varphi_s + \varphi_{1n}) + S_{u1n}(t); \quad (4)$$

– за другим набором:

$$S_{ex2n}(t) = A \cos(2\pi f_s t + \varphi_s + \varphi_{2n}) + S_{u2n}(t), \quad (5)$$

де $S_{u1n}(t), S_{u2n}(t)$ – шум в n -му каналі відповідно першого та другого наборів після фазочастотного перетворення.

В інших каналах будемо мати:

$$\begin{cases} S_{ex1i}(t) = S_{u1i}(t) \\ S_{ex2i}(t) = S_{u2i}(t) \end{cases} \text{ при } i \neq n.$$

Далі відомим оптимальним методом у кожному частотному каналі одного з наборів, наприклад, в першому, визначаються енергетичні відгуки P_s на прийняту реалізацію вхідного сигналу $S_{ex1}(t)$ за час аналізу T_a і виділяється той канал з номером n_s , в якому відгук P_s максимальний і більший, ніж заданий поріг. При кореляційній обробці відгуки оптимальних приймачів кожного частотного каналу визначаються як [1, 5]:

$$\begin{cases} P_{sn} = A_{cn}^2 + A_{sn}^2 \\ A_{cn} = \int_0^{T_a} S_{ex1}(t) \cos 2\pi f_n t dt \\ A_{sn} = \int_0^{T_a} S_{ex2}(t) \sin 2\pi f_n t dt \end{cases} \quad (6)$$

При цьому $n_s = n |_{P_{sn} = \max\{P_{si}\}_{1..M}}$.

Для виділеного частотного каналу з номером n_s виконаємо оптимальним методом оцінку масштабованих різниць початкових фаз $\Delta \varphi_{sf}$ і $\Delta \varphi_{s\varphi}$ прийнятих сигналів у першому та другому наборах:

$$\Delta \varphi_{s\varphi} = a \hat{\varphi}_{s2} - b \hat{\varphi}_{s1} = (a\varphi_{2ns} - b\varphi_{1ns}) + (a\delta\varphi_2 - b\delta\varphi_1) + \varphi_s(a - b), \quad (7)$$

$$\Delta \varphi_{sf} = \hat{\varphi}_{s2} - \hat{\varphi}_{s1} = (\varphi_{2ns} - \varphi_{1ns}) + (\delta\varphi_2 - \delta\varphi_1),$$

де $\hat{\varphi}_{s1} = -\arctg \frac{A_{s1ns}}{A_{c1ns}} = \varphi_s + \varphi_{1ns} + \delta\varphi_1$ – оцінка початкової фази прийнятого сигналу в n_s -му каналі першого набору;

$$\hat{\varphi}_{s2} = -\arctg \frac{A_{s2ns}}{A_{c2ns}} = \varphi_s + \varphi_{2ns} + \delta\varphi_2$$
 – оцінка початкової фази прийнятого сигналу в n_s -му каналі другого набору;

$\delta\varphi_1, \delta\varphi_2$ – шумові складові оцінок початкових фаз, які визначаються $S_{u1ns}(t)$ та $S_{u2ns}(t)$ відповідно;

a, b – постійні коефіцієнти, які задовольняють співвідношенню $ak = b$.

З урахуванням співвідношень (3) рівняння (7) набуде вигляду:

$$\Delta \hat{\varphi}_{sp} = \varphi_s(a - b) + (a\delta\varphi_2 - b\delta\varphi_1). \quad (8)$$

$$\Delta \hat{\varphi}_{sf} = \alpha_{ns}(k - 1)(f_s - f_{ns}) + (\delta\varphi_2 - \delta\varphi_1) = \alpha_{ns}(k - 1)\Delta f_{ns} + (\delta\varphi_2 - \delta\varphi_1),$$

де $\Delta f_{ns} = f_s - f_{ns}$ – частотна неузгодженість n_s -го каналу та корисного сигналу $S_k(t)$.

Необхідно відзначити, що оцінки $\hat{\varphi}_{s1}$ та $\hat{\varphi}_{s2}$ визначені оптимальним методом і на підставі вже вимірюваних раніше характеристик вхідного сигналу за рівняннями (6), які використовувались для визначення n_s .

Оскільки значення α_{ns} , k , f_{ns} , a , b апіорі відомі, то з рівняння (8) можливо визначити пошукові значення частоти \hat{f}_s і початкової фази $\hat{\varphi}_s$ вхідного корисного сигналу [6, 7]:

$$\hat{\varphi}_s = \frac{\Delta \hat{\varphi}_{sp}}{a - b} = \varphi_s + \frac{a\delta\varphi_2 - b\delta\varphi_1}{a - b} = \varphi_s + \delta\varphi_s, \quad (9)$$

$$\hat{f}_s = \frac{\Delta \hat{\varphi}_{sf}}{\alpha_{ns}(k - 1)} + f_{ns} = f_s + \frac{\delta\varphi_1 - \delta\varphi_2}{\alpha_{ns}(k - 1)} = f_s + \delta f_s \quad \text{при } k > 0,$$

де $\delta\varphi_s$ – шумова складова оцінки початкової фази $\hat{\varphi}_s$ сигналу, яка дорівнює:

$$\delta\varphi_s = \frac{a\delta\varphi_2 - b\delta\varphi_1}{a - b}; \quad (10)$$

δf_s – шумова складова оцінка частоти \hat{f}_s , яка дорівнює:

$$\delta f_s = \frac{\delta\varphi_2 - \delta\varphi_1}{\alpha_{ns}(k - 1)} \quad \text{при } k > 0; \quad (11)$$

f_{ns} – середня частота каналу з номером n_s .

Похибки вимірювання частоти Π_f та початкової фази Π_φ визначаються шумовими складовими їх оцінок δf_s та $\delta\varphi_s$. Визначимо похибки вимірювання Π_f та Π_φ через середній квадратичний відхил σ_φ оцінки початкової фази сигналу в частотних каналах n_s першого і другого наборів, яке для обох наборів буде однакове, враховуючи відповідну для них рівність співвідношення сигнал/шум. З урахуванням співвідношень (9), (10) і (11) можна показати, що середній квадратичний відхил оцінок частоти \hat{f}_s і початкової фази $\hat{\varphi}_s$ дорівнюють:

$$\Pi_f = \sigma_f = \gamma\sigma_\varphi, \quad (12)$$

де $\gamma = \frac{\sqrt{2}}{\alpha_{ns}(k - 1)}$ при $k > 0$;

$$\Pi_\varphi = \sigma\varphi_s = \gamma\sigma_\varphi, \quad (13)$$

де $\gamma = \left| \frac{\sqrt{1 + k^2}}{k - 1} \right|$.

Порівнюючи вирази (7), (9), (12) і (13), можна зробити висновок, що отримані оцінки частоти \hat{f}_s та початкової фази $\hat{\varphi}_s$ сигналу є взаємозалежними випадковими величинами, які, у свою чергу, є функціями від лінійної комбінації випадкових змінних φ_{1n} та φ_{2n} – початкових фаз прийнятих сигналів за першим та другим наборами частотних каналів. Оцінки \hat{f}_s та $\hat{\varphi}_s$ є також корельованими випадковими величинами, коефіцієнт взаємкореляції яких залежить від значення параметра фазочастотного перетворення k і лежить в інтервалі $(1 \dots \frac{1}{\sqrt{2}})$ при $k \in \{1, \infty\}$.

Виконаємо порівняльний аналіз похибок Π_f та Π_φ визначення частоти та початкової фази сигналу для відомого оптимального енергетичного і запропонованого енергетично-фазового методів при однакових часі аналізу T_a , кількості паралельних частотних каналів та їх ширині в межах загальної смуги аналізу. Будемо вважати, що кількість частотних каналів обмежена, а

ширина кожного – вибрана за відомими співвідношеннями і забезпечує необхідну достовірність вимірювань для заданого T_a [1, 3, 5].

У цьому випадку дисперсія похибки вимірювання частоти сигналу σ_f^2 при енергетичному аналізі дорівнює:

$$\sigma_f^2 = \sigma_{f_{ш}}^2 + \sigma_{f_{\theta}}^2, \quad (13)$$

де $\sigma_{f_{ш}}^2$ – складова похибки вимірювання, яка визначається наявністю шуму і обернено пропорційна співвідношенню сигнал/шум [5];

$\sigma_{f_{\theta}}^2$ – складова похибки вимірювання, яка визначається кінцевими кількістю частотних каналів і їх шириною, тобто дискретністю оцінки частоти сигналу.

При великому співвідношенні сигнал/шум $g \gg 1$ максимальне значення похибки вимірювання частоти $\Pi_{f_{max}}$ та її середній квадратичний відхил Π_f визначаються в основному вже шириною частотних каналів та інтервалом частот між середніми частотами суміжних каналів і дорівнюють відповідно

$$\begin{aligned} \Pi_{f_{max}} &= \pm 0,5 \cdot \Delta f_n, \\ \Pi_f &= 0,29 \cdot \Delta f_n. \end{aligned} \quad (14)$$

У протизага, аналіз співвідношення (11) показує, що при оцінці частоти сигналу запропонованим методом похибка вимірювання частоти Π_f практично лежить у межах $(0,001 \dots 0,1) \Delta f_n$ при $3 \leq g \leq 40$, що менше як на порядок від значень (14) [6].

Аналогічно для оцінки початкової фази сигналу.

Для енергетичного методу похибка вимірювання початкової фази Π_{ϕ} дорівнює [7]:

$$\Pi_{\phi} = \sqrt{k^2 \alpha_{ns}^2 \sigma_{\Delta f}^2 + \sigma_{\phi}^2}, \quad (15)$$

де $\sigma_{\Delta f}^2 = \Delta f_{ns}^2 / 12$ – дисперсія відхилення частоти сигналу f_s від центральної частоти каналу f_{ns} з номером n_s .

При великому співвідношенні сигнал/шум $g \gg 1$ з рівняння (15) маємо:

$$n_{\phi} = k \cdot \alpha_{ns} \cdot \sigma_{\Delta f} = (10 \dots 10^3) \sigma_{\phi}. \quad (16)$$

При використанні енергетично-фазового аналізу похибка вимірювання початкової фази Π_{ϕ} лежить практично в межах $(1,1 \dots 3,5) \sigma_{\phi}$ [7], що менше як на порядок від значень (16).

Таким чином, порівняльний аналіз похибок сумісної оцінки частоти та початкової фази радіосигналу для відомого енергетичного та запропонованого енергетично-фазового методів показує, що при практично однакових умовах запропонований метод дозволяє збільшити точність вимірювання більше як на порядок.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Гуткин Л.С. Теория оптимальных методов радиоприёма при флуктуационных помехах. Изд. 2-е, доп. и перераб. – М.: Советское радио, 1972. – 448 с.
2. Кузьмин С.З. Основы проектирования систем цифровой обработки радиолокационной информации. – М.: Радио и связь, 1986. – 352 с.
3. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. – М.: Советское радио, 1978. – 296 с.
4. Мартынов В.А., Селихов Ю.И. Панорамные приёмники и анализаторы спектра / Под ред. Г.Д. Заварина. – 2-е изд., перераб и доп. – М.: Советское радио, 1980. – 352 с.
5. Тихонов В.И. Оптимальный приём сигналов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.
6. Ципоренко В.Г., Ципоренко О.Д. Оцінка частоти сигналу з невідомою початковою фазою // Вісник ЖІТІ, 1997. – № 5. – С. 181–184.
7. Ципоренко В.Г. Оцінка початкової фази сигналу з невідомою частотою // Вісник ЖІТІ, 1997. – № 6. – С. 96–99.

ЦИПОРЕНКО Валентин Григорович – кандидат технічних наук, доцент кафедри радіотехніки Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

– радіоелектроніка з використанням цифрової обробки сигналів.