С.В. Ковбасюк, В.І. Шестаков

ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ ОБ'ЄКТА СПОСТЕРЕЖЕННЯ СИСТЕМОЮ ДАЛЕКОМІРІВ

(Представлено доктором технічних наук, професором Коваленком М.В.)

На прикладі одержання координатної інформації системою далекомірів, розглянуті алгоритми визначення біжучих географічних координат об'єкта спостереження. Наведені результати математичного моделювання.

В низці завдань дослідницького, народно-господарського характеру координати об'єкта, що видаються у вимірювальній системі координат (СК) радіотехнічних засобів, не завжди інформативні і можуть призвести до неоднозначності визначення одного й того ж об'єкта декількома засобами. Тому більш інформативним є визначення положення об'єкта спостереження (ОС) у географічних координатах (широти φ і довготи λ) та його висоти над поверхнею Землі.

Одним із шляхів одержання координатної інформації є використання багатопозиційних далекомірних систем, де положення об'єкта у просторі визначається як точка перетину трьох і більше кіл з центрами у пунктах спостереження. В [3] представлено алгоритм визначення координат літального апарату за значеннями трьох похилих дальностей, що вимірюються далекомірами, при умові паралельності осей вимірювальної СК відповідним осям гринвічської СК. Однак така орієнтація координатних осей практично не трапляється. Крім того, у відомій літературі [2,4] наводяться приклади розв'язку задачі визначення геоцентричних координат ОС. Але наведені алгоритми містять в собі помилки і не призводять до вірних розрахунків.

Метою роботи є викладення узагальненого алгоритму на випадок довільної кількості далекомірів, що передбачає відсутність чітко встановлених географічних координат позицій (далекоміри на рухомих засобах), а також розробка поодиноких алгоритмів однозначного визначення біжучих географічних координат об'єкта спостереження далекомірною багатопозиційною системою, що включає необхідне і достатнє число аналітичних виразів та їх перетворень.

Розглянемо геометрію задачі. Припустимо, що системи координат (X, Y, Z), (φ, λ, R), (x_i, y_i, z_i), (r_i, α_i, β_i) відповідно геоцентрична, географічна, топоцентрична і сферична задані так, як показано на рис. 1. При цьому вісь O_iy_i, направлена вздовж променя OO_i, осі OZ, O_ix_i, O_iy_i лежать в одній площині. В точці O_i з координатами $(\varphi_i, \lambda_i, R_i)$ розташовано i-й вимірювач ($i = 1, \ldots, N$). Кути α_i, β_i є відповідно азимутом та кутом місця цілі T для i-ї позиції.

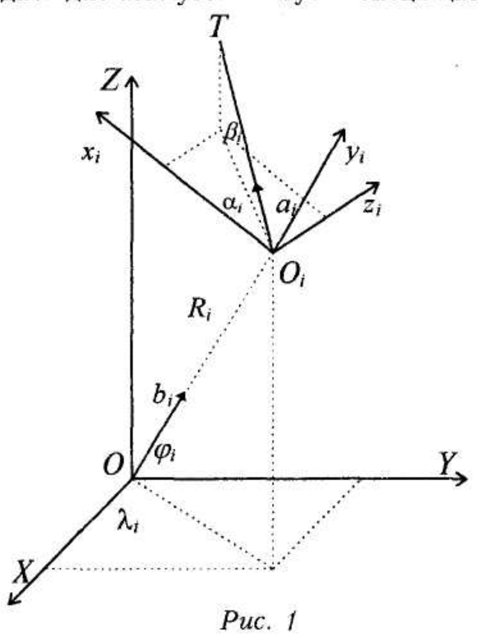

Рис. 1

Відповідно з рис. 1 інформація про ОС від i-го далекоміра міститься у виразі:

$$\hat{\theta}_i = \theta_i + \varepsilon_i, \tag{1}$$

де $\hat{\theta}_i^T = \left\| \hat{r}_i, \hat{\varphi}_i, \hat{\lambda}_i, \hat{R}_i \right\|$ – вектор параметрів, що оцінюються; $\theta_i^T = \left\| r_i, \varphi_i, \lambda_i, R_i \right\|$ – вектор параметрів, що вимірюються; ε_i – вектор похибок вимірювання.

Припустимо, що похибки вимірювань, що надходять з різних позицій, статистично незалежні з відповідними моментами

$$M(\varepsilon_i) = 0, \quad M\left(\varepsilon_i \varepsilon_i^T\right) = \psi_i , \tag{2}$$

де $M(x)$ – середнє значення x.

Матриця ψ_i характеризує похибки визначення місцеположення вимірювача, а також похибки вимірювання дальності.

Тоді координати у прямокутній СК (X, Y, Z) точки $T(X_t, Y_t, Z_t)$ знаходяться з розв'язку такої системи рівнянь:

$$\begin{aligned} T &= l(r_i | \theta_i), \\ l(r_i | \theta_i) &= R_i b_i + r_i a_i, \\ a_i &= a(\theta_i^N), \\ b_i &= b(\theta_i), \end{aligned} \tag{3}$$

де a_i, b_i – одиничні вектори, що визначають напрямки променів відповідно O_iT і OO_i.

Функція $b(\theta_i)$ обумовлюється перетвореннями Ейлера, функція $a(\theta_i^N)$ має складний характер і походить з нелінійних перетворень вектора $\theta_i^N = (\theta_1, \ldots, \theta_N)$, $N \geq 3$. В аналітичній формі $a(\theta_i^N)$, $b(\theta_i)$ записуються:

$$\begin{aligned}
a_{1i} &= cos(\varphi_i)cos(\lambda_i)sin(\beta_i) - sin(\lambda_i)sin(\alpha_i)cos(\beta_i) - sin(\varphi_i)cos(\lambda_i)cos(\alpha_i)cos(\beta_i), \\
a_{2i} &= cos(\varphi_i)sin(\lambda_i)sin(\beta_i) + cos(\lambda_i)sin(\alpha_i)cos(\beta_i) - sin(\varphi_i)sin(\lambda_i)cos(\alpha_i)cos(\beta_i), \\
a_{3i} &= cos(\varphi_i)cos(\alpha_i)cos(\beta_i) + sin(\varphi_i)sin(\beta_i), \\
\alpha &= f(\theta_i^N), \quad \beta = q(\theta_i^N); \\
b_{1i} &= cos(\varphi_i)cos(\lambda_i), \\
b_{2i} &= cos(\varphi_i)sin(\lambda_i), \\
b_{3i} &= sin(\varphi_i).
\end{aligned}$$

З врахуванням того, що за модель поверхні Землі прийнято кулю, географічні координати ОС отримуються з виразів:

$$\varphi_t = arctg\left(\frac{Z_t}{\sqrt{X_t^2 + Y_t^2}}\right), \tag{4}$$

$$\lambda_t = arctg\left(\frac{Y_t}{X_t}\right), \tag{5}$$

$$R_t = \sqrt{X_t^2 + Y_t^2 + Z_t^2}, \tag{6}$$

звідки висота над поверхнею: $H_t = R_t - R_3$, R_3 – радіус математичної моделі.

Слід відзначити, що точне місцезнаходження ОС може бути визначене статистичними методами. Розглянемо відстань $\rho(X, \hat{\theta}_i)$ між довільною точкою X до променя, заданого системою рівнянь (3). Відповідно до [1] вона обчислюється за формулою:

$$\rho^2\left(X, \hat{\theta}_i\right) = S^T\left(X, \hat{\theta}_i\right) S\left(X, \hat{\theta}_i\right), \tag{7}$$

де

$$S(X, \theta_i) = (X - R_i b_i) a_i . \tag{8}$$

З врахуванням введених позначень, запишемо:

$$S\left(X, \hat{\theta}_i\right) = \left(X - \hat{R}_i \hat{b}_i\right)\hat{a}_i = X\hat{a}_i - \hat{R}_i \hat{b}_i \hat{a}_i = \hat{A}_i X - \hat{d}_i , \tag{9}$$

де $\hat{d}_i = d(\hat{\theta}_i) = \hat{R}_i \hat{b}_i \hat{a}_i$.

В позначеннях $\hat{A}_i = A(\hat{\theta}_i)$,

$$A_i = A(\theta_i) = \begin{Vmatrix} 0 & a_{3i} & -a_{2i} \\ -a_{3i} & 0 & a_{1i} \\ a_{2i} & -a_{1i} & 0 \end{Vmatrix} . \tag{10}$$

Тоді за оцінку координат об'єкта C приймається вектор $\hat{X}_N$, що мінімізує суму квадратів відстаней до кожного з променів, заданих вимірюваннями $\hat{\theta}_i^N$. Вибраний критерій оптимальності має вигляд [1]:

$$J\left(\hat{X}_N, \hat{\theta}_1^N\right) = \min_X J\left(X, \hat{\theta}_1^N\right), \tag{11}$$

де

$$J\left(X, \theta_1^N\right) = \sum_{i=1}^{N}\left[A(\theta_i)X - d(\theta_i)\right]^T\left[A(\theta_i)X - d(\theta_i)\right] \quad . \tag{12}$$

Одержані оцінки прямокутних координат використовуються у формулах (4)–(6) .

Таким чином, на підставі векторно-матричної алгебри запропоновано узагальнений алгоритм визначення географічних координат ОС.

Для розв'язку задач прикладного характеру були розроблені поодинокі алгоритми. Пропонується розглянути два варіанти.

Перший варіант. Координати об'єкта T визначаються в координатній системі одного з далекомірів (ведучої позиції) в разі прийняття її загальної для багатопозиційної системи. Перш за все, необхідно виконати перерахунок координат станцій з географічних в координати місцевої СК. Для цього перейдемо від географічних координат до геоцентричних наступним чином:

$$\hat{X}_i = \hat{R}_i\hat{b}_{1i}, \quad \hat{Y}_i = \hat{R}_i\hat{b}_{2i}, \quad \hat{Z}_i = \hat{R}_i\hat{b}_{3i}. \tag{13}$$

У подальших викладках будемо мати на увазі, що використовуємо оцінки координат.

Потім виконується переведення координат з геоцентричної в місцеву СК першої станції :

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{D} - \boldsymbol{C}), \tag{14}$$

де $\boldsymbol{B}^T = ||x_i, y_i, z_i||$, $\boldsymbol{C}^T = ||X_i, Y_i, Z_i||$, $i = 2, ..., N$; $\boldsymbol{D}^T = ||X_1, Y_1, Z_1||$;

$\boldsymbol{A}^T$ – транспонована матриця спрямовуючих косинусів зв'язку між місцевою та геоцентричною СК [3].

Запишемо вихідну функцію дальномірного метода, що є рівнянням сфери положення [2, 4]:

$$\left(x_i - x_t\right)^2 + \left(y_i - y_t\right)^2 + \left(z_i - z_t\right)^2 - r_i^2 = 0, \tag{15}$$

де x_t, y_t, z_t – невідомі координати об'єкта.

Враховуючи, що $(x_1, y_1, z_1) = (0, 0, 0)$, дальність до об'єкта від ведучої позиції виражається як

$$r_1 = \sqrt{x_t^{\,2} + y_t^{\,2} + z_t^{\,2}}, \tag{16}$$

величина бази між пунктами визначається з виразу:

$$l_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}. \tag{17}$$

Скориставшись рівнянням сферичної поверхні (15) і виразом (17), запишемо різниці $r_1^2 - r_2^2$ та $r_1^2 - r_3^2$. Одержуємо систему рівнянь:

$$\begin{aligned} &r_1 = \sqrt{x_t^{\,2} + y_t^{\,2} + z_t^{\,2}}; \\ &x_2x_t + y_2y_t + z_2z_t = q_1; \\ &x_3x_t + y_3y_t + z_3z_t = q_2; \end{aligned} \tag{18}$$

де $q_1 = 0{,}5\left(r_1^{\,2} - r_2^2 + l_2^2\right)$, $q_2 = 0{,}5\left(r_1^{\,2} - r_3^2 + l_3^2\right)$.

В разі математичних перетворень системи (18) одержимо:

$$x_t = a_1y_t + b_1, \tag{19}$$

$$z_t = a_2y_t + b_2, \tag{20}$$

де $a_1 = \dfrac{y_3z_2 - y_2z_3}{x_2z_3 - x_3z_2}$, $a_2 = \dfrac{x_3y_2 - x_2y_3}{x_2z_3 - x_3z_2}$, $b_1 = \dfrac{q_2z_3 - q_3z_2}{x_2z_3 - x_3z_2}$, $b_2 = \dfrac{q_3x_2 - q_2x_3}{x_2z_3 - x_3z_2}$.

Для визначення координати y використовується рівняння (16) з підставленням значень x і z з виразів (19) і (20). В результаті запишемо квадратне рівняння:

$$Ay_t^{\,2} + 2By_t + C = 0, \tag{21}$$

де $A = 1 + a_1^2 + a_2^2$, $B = a_1b_1 + a_2b_2$, $C = b_1^2 - b_2^2 - r_1^2$.

Одержані з виразів (19)–(21) координати об'єкта в місцевій прямокутній СК перетворюємо в геоцентричні за формулою:

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{AB} + \boldsymbol{C},$$

де $B^T = \|x_t, y_t, z_t\|$, $C^T = \|X_1, Y_1, Z_1\|$, $D^T = \|X_t, Y_t, Z_t\|$.

Знайдені таким чином координати відповідають або дійсному положенню, або його дзеркальному відображенню відносно базисної площини прийнятої СК. Для виділення істинного розв'язку з двох отриманих необхідно обчислити геоцентричний радіус $R_t = \sqrt{X_t^2 + Y_t^2 + Z_t^2}$. Істинному положенню відповідає більший радіус. Знаючи геоцентричні координати, обчислюють географічні координати за співвідношеннями (4) та (5).

Розглянемо <u>другий варіант</u> – розрахунок географічних координат ОС при обробці радіолокаційної інформації в геоцентричній СК. Позначимо: віддаль між станціями і початком координат як R_1, R_2, R_3, дальності між станціями і точкою T через r_1, r_2, r_3, а відстань OT – R_t (рис. 2).

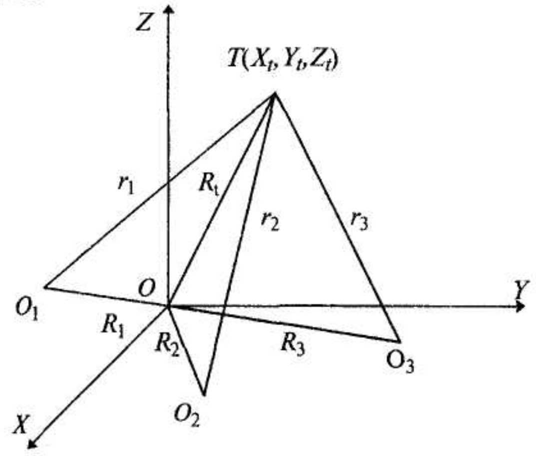

Рис. 2

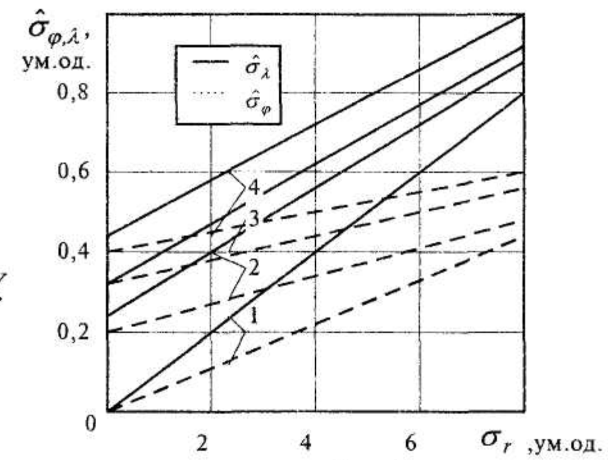

Рис. 3

Після переходу від географічних координат до геоцентричних розкриємо рівняння (15). Запишемо різниці $R_1^2 - R_2^2$, $R_1^2 - R_3^2$, $R_2^2 - R_3^2$ і зведемо їх у систему рівнянь:

$$\begin{aligned}(X_1 - X_2)X_t + (Y_1 - Y_2)Y_t + (Z_1 - Z_2)Z_t = c_1;\\ (X_1 - X_3)X_t + (Y_1 - Y_3)Y_t + (Z_1 - Z_3)Z_t = c_2;\\ (X_2 - X_3)X_t + (Y_2 - Y_3)Y_t + (Z_2 - Z_3)Z_t = c_3;\end{aligned} \tag{23}$$

де $c_1 = 0{,}5\left(r_2^2 - r_1^2 + R_1^2 - R_2^2\right)$; $c_2 = 0{,}5\left(r_3^2 - r_1^2 + R_1^2 - R_3^2\right)$; $c_3 = 0{,}5\left(r_3^2 - r_2^2 + R_2^2 - R_3^2\right)$.

В результаті математичних перетворень системи (10) одержимо рівняння

$$X_t = e_1 - aY_t, \tag{24}$$

$$Z_t = e_2 - bY_t, \tag{25}$$

де $e_1 = \dfrac{c_1(Z_2 - Z_3) - c_3(Z_1 - Z_2)}{(X_1 - X_2)(Z_2 - Z_3) - (X_2 - X_3)(Z_1 - Z_2)}$,

$$e_2 = \frac{c_3(X_1 - X_2) - c_1(X_2 - X_3)}{(X_1 - X_2)(Z_2 - Z_3) - (X_2 - X_3)(Z_1 - Z_2)},$$

$$a = \frac{(Y_1 - Y_2)(Z_2 - Z_3) - (Y_2 - Y_3)(Z_1 - Z_2)}{(X_1 - X_2)(Z_2 - Z_3) - (X_2 - X_3)(Z_1 - Z_2)},$$

$$b = \frac{(X_1 - X_2)(Y_2 - Y_3) - (X_2 - X_3)(Y_1 - Y_2)}{(X_1 - X_2)(Z_2 - Z_3) - (X_2 - X_3)(Z_1 - Z_2)}.$$

Далі, для визначення координати Y_t використовується равняння (6), в яке підставляється значення X_t і Z_t з виразів (24)–(25). Із розв'язку квадратного рівняння

$$\begin{aligned}&\left(1 + a^2 + b^2\right)Y_t^2 + 2\left(X_1 a - Y_1 + Z_1 b - ae_1 - be_2\right)Y_t -\\ &-\left(r_1^2 - R_1^2 - e_1^2 - e_2^2 + 2X_1 e_1 + 2Z_1 e_2\right) = 0\end{aligned} \tag{26}$$

знаходимо значення Y_t.

Одержані координати ОС перераховуються в географічні за співвідношеннями (4), (5).

Як ілюстрація отриманих результатів розглядається система з трьох далекомірів, які ведуть спостереження об'єкта, взаємне положення котрих показано на рис. 2. Кореляційна матриця похибок вимірювання ψ_i прийнята діагональною $\psi_i = diag\left(\sigma_r^2, \sigma_\varphi^2, \sigma_\lambda^2, \sigma_R^2\right)$ і однакова для кожної позиції. На рис. 3 наведені залежності середньоквадратичного відхилення похибок оцінок географічних координат ОС від похибок вимірювання похилої дальності в умовних одиницях при наявності різних похибок географічної прив'язки позицій. Залежність 1 відповідає випадку, коли похибки прив'язки відсутні $\left(\sigma_\varphi^2 = 0, \sigma_\lambda^2 = 0, \sigma_R^2 = 0\right)$; 2 – є похибки у визначенні довготи стояння; 3 – похибки широти; 4 – похибки як в широті, так і в довготі визначення розташування позицій. Похибки визначення довготи та широти прийняті однаковими і, в перерахунку в дуги на поверхні Землі, порівняні з похибками вимірювання дальності.

З наведених результатів моделювання видно, що похибки оцінки географічних координат мають лінійний характер від похибки вимірювання дальностей. На точність вихідної інформації далекомірної багатопозиційної системи великою мірою впливають похибки прив'язки позицій.

Таким чином, подані вирази включають необхідне і достатнє число вимірів для однозначного визначення рухаючихся географічних координат об'єктів багатопозиційною системою. Наведені алгоритми можуть бути розповсюджені на інші радіотехнічні засоби локації й застосовані в розробці математичних моделей визначення координат об'єктів спостереження.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1980. – 975 с.
2. *Дмитриевский А.А., Казаковцев В.П., Устинов В.Ф.* и др. Движение ракет. – М.: Военное издательство, 1968. – 464 с.
3. *Жданюк Б.Ф.* Основы статистической обработки траекторных измерений. – М.: Сов. радио, 1978. – 384 с.
4. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / В.С. Шебшаевич, П.П. Дмитриев, Н.В. Иванцевич и др.; Под ред. П.П. Дмитриева и В.С. Шебшаевича. – М.: Радио и связь, 1982. – 272 с.

КОВБАСЮК Сергій Валентинович – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, старший викладач Житомирського військового інституту радіоелектроніки.

Наукові інтереси:

– розробка та дослідження радіоелектронних інформаційних систем космічної інфраструктури.

ШЕСТАКОВ Валерій Іванович – ад'юнкт Житомирського військового інституту радіоелектроніки.

Наукові інтереси:

– алгоритми обробки інформації в багатопозиційних системах.