

О.К. Липкань, В.П. Манойлов

ЦИЛІНДРИЧНИЙ РЕЗОНАТОР З ТОНКИМ ВНУТРІШНІМ ПРОВІДНИКОМ

За допомогою коливальних рівнянь проведено розрахунки власної частоти циліндричного резонатора з аксіальним провідником в залежності від довжини провідника. Рішення отримано в аналітичному вигляді, що враховує особливості задачі, та результати розрахунку співставляються з вимірюваннями.

При розробці НВЧ приладів велике значення мають методи розрахунків взаємодії тонких провідників з електромагнітним полем резонатора. В даній праці пропонується наближений метод розрахунку власних коливань циліндричного резонатора з аксіальним провідником (рис. 1). Цей алгоритм добре працює у широкому діапазоні значень діаметра провідника та при значній зміні власної частоти резонатора. Найбільш зручним методом аналізу роботи резонаторів є метод розкладання їх полів у ряди Фур'є за власними векторними функціями [1, 2]:

$$\vec{E} = \sum_v \# \vec{E}_v, \tag{1}$$

$$\vec{H} = \sum_v h_v \vec{H}_v, \tag{2}$$

де e_v, h_v – амплітудні коефіцієнти електричного та магнітного полів резонатора;
 \vec{E}_v, \vec{H}_v – власні векторні функції електричного та магнітного полів резонатора.
 Амплітудні коефіцієнти e_v, h_v визначаються з коливальних рівнянь [3]:

$$i\omega_v h_v - i\omega e_v = \frac{\int \vec{j} \vec{E}_v^* dv}{P_v}, \tag{3}$$

$$i\omega h_v - i\omega_v e_v = -\frac{\int [\vec{E} \vec{H}_v^*] dS}{P_v}, \tag{4}$$

де ω_v – резонансна частота v-типу коливань резонатора;
 ω – частота збуджуючого генератора;
 \vec{j} – вектор щільності електричного струму;
 P_v – нормуючий множник, який дорівнює

$$P_v = \mu \int \vec{H}_v \vec{H}_v^* dv = \epsilon \int \vec{E}_v \vec{E}_v^* dv, \tag{5}$$

де ϵ, μ – діелектрична та магнітна проникності середовища всередині резонатора;
 v – об'єм резонатора;
 S – поверхня резонатора;
 «*» – комплексно-спряжена величина.

Права частина рівняння (3) враховує вплив як сторонніх джерел щільності струмів, так і різних неоднорідностей, які знаходяться у резонаторі. Права частина рівняння (4) враховує вплив втрат у стінках резонатора та вплив різних отворів.

Електричне поле в резонаторі можна представити у вигляді суми двох полів – поля провідника з током \vec{E}_{np} та поля, створеного струмами в стінках резонатора \vec{E}_{cm} :

$$\vec{E} = \vec{E}_{np} + \vec{E}_{cm}. \tag{6}$$

Поле, створене струмом у провідникові, можна визначити за відомим розподілом струму через векторний потенціал \vec{A}_{np} :

$$\vec{A}_{np} = \frac{1}{4\pi} \int_{v_{np}} \frac{\vec{j} e^{-ikr}}{r} dv, \tag{7}$$

$$\vec{E}_{np} = \frac{1}{i\omega\epsilon} [\text{grad div} \vec{A}_{np} + k^2 \vec{A}_{np}], \tag{8}$$

де k – хвильове число в середовищі, яке оточує провідник;
 r – відстань від провідника до спостерігача;
 v_{np} – об'єм провідника.

Для успішного вирішення задачі розрахунку взаємодії провідника з електромагнітним полем резонатора необхідно за заданими умовами збудження знайти щільність струму \vec{j} у провідникові. Для провідників у вільному просторі ця задача зазвичай вирішується на основі наближеної теорії тонкого провідника [4, 5] або за допомогою методу інтегрального рівняння [6]. Знайдений синусоїдальний розподіл струму в тонкому провідникові є тільки першим наближенням і в багатьох випадках потребує уточнення. Спроби такого роду робились багатьма дослідниками й продовжуються зараз. Ряд підходів пов'язаний з розглядом інших моделей тонкого провідника, відмінних від циліндричної моделі. Наприклад, вібратор може розглядатися як ідеальний тонкий еліпсоїд обертання [6], розподіл струму в якому визначається шляхом розкладу електромагнітного поля за системою сфероїдальних функцій. Іншою можливою моделлю тонкого вібратора може бути ідеальний біконус кінцевої довжини, що збуджується в малому зазорі між вістрями, а електромагнітне поле розкладається в ряд за системою сферичних функцій. Проте застосування спеціальних сфероїдальних або сферичних функцій приводить до достатньо громіздких обчислень і тому найбільше число спроб покращення синусоїдального розподілу струму відноситься до тонкого вібратора, тобто відшукування більш точних, ніж синусоїдальне, рішень інтегрального рівняння [7, 8]. Серед можливих підходів слід виділити метод послідовних наближень, метод розкладу в ряди Фур'є та метод численного інтегрування.

При радіусі проводу, меншому за довжину хвилі, визначення струму в провідникові може бути спрощено, якщо використати теорію тонкого провідника, розвинуту Ю.Я. Юровим [9, 10]. Згідно з роботами [9, 10], можна записати наближене співвідношення між векторним потенціалом \vec{A}_{np} та струмом у провідникові:

$$\vec{A}_{np} = N(z) \cdot I(z) \cdot \vec{e}_z, \tag{9}$$

де \vec{e}_z – одиничний орт.

Безрозмірний коефіцієнт $N(z)$

$$N(z) \approx \frac{1}{2\pi} \left[\ln \frac{2l}{r} - 1 \right] \tag{10}$$

є функцією z , що повільно змінюється, і найбільшу зміну N зазнає поблизу кінців провідника. Співвідношення (9) записане для провідника, поблизу кінців котрого немає металевих стінок. Для того, щоб скористуватися співвідношенням (9), необхідно віддалити торцеві стінки резонатора на нескінченно велику відстань. Як показано в роботі [11], зображення внутрішнього провідника в торцевих стінках не відбивається на розподілі полів у резонаторі та струму в провідникові. Таким чином, провідник у резонаторі можна розглядати як нескінченний. Проектуючи на вісь z провідника вектор електричного поля, створеного струмом у провіднику з урахуванням виразів (8) та (9), отримуємо рівняння для електричного поля на поверхні провідника

$$E_{znp} = \frac{N}{i\omega\epsilon} \left[\frac{d^2 I}{dz^2} + k^2 I \right]. \tag{11}$$

Оскільки дотична сумарного електричного поля на поверхні провідника дорівнює нулю, то на підставі (6) та (10) можна отримати таке диференціальне рівняння для струму в провідникові:

$$\frac{d^2 I}{dz^2} + k^2 I = - \frac{E_{zcm} i\omega}{N}. \tag{12}$$

Оскільки розглядаємо симетричні типи коливань у резонаторі, то рішення рівняння (11) буде мати такий вигляд:

$$I(z) = B \cdot e^{ikz} + C \cdot e^{-ikz} + \frac{E_{zcm}}{i\rho k}, \tag{13}$$

тут $\rho = N\sqrt{\mu/\epsilon}$ – хвильовий опір провідника.

Постійні інтегрування B та C знаходяться з граничних умов на кінцях провідника й для нашого випадку вони дорівнюють нулю. Таким чином, права частина рівняння (4) також дорівнює нулю. Поле, створене струмами у стінках резонатора (1) при роботі поблизу резонансної частоти ν -го типу коливань, наближено можна надати у вигляді:

$$\vec{E}_{cm} \approx e_\nu \vec{E}_\nu. \tag{14}$$

У випадку прямолінійного провідника, що розташований вздовж осі z циліндричної системи координат і має довжину l та поперечний переріз S_{np} , об'ємний інтеграл у правій частині рівняння (3) можна перетворити до наступного вигляду: \vec{E}_ν^*

$$\int_v \vec{j} \vec{E}_v^* dv = \int_{S_{np}} \int \vec{j} \vec{E}_v^* ds d\vec{l} = \int_l \vec{I} \vec{E}_v^* d\vec{l} \quad (15)$$

Підставляючи тепер (14) у рівняння (3) і використовуючи (4),(12) та (13), отримуємо наступний вираз для частоти циліндричного резонатора з аксіальним провідником:

$$\omega_v = \omega \sqrt{1 - \frac{\int \vec{E}_v \vec{E}_v^* d\vec{l}}{\omega \rho k P_v}} \quad (16)$$

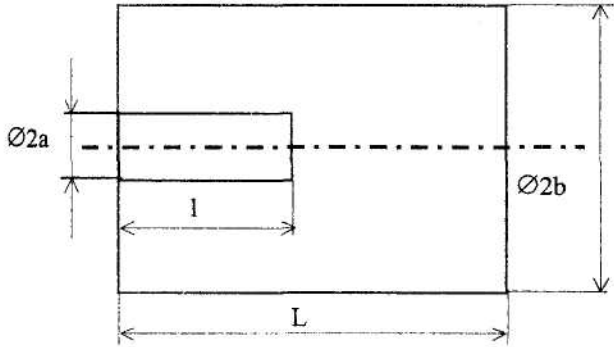


Рис. 1

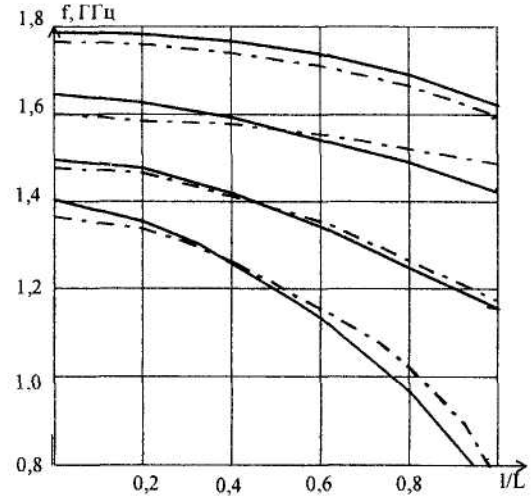


Рис. 2

На рис.2 показані результати розрахунку (—) та вимірювання (---) залежності власної частоти циліндричного резонатора ω_v від відносної довжини провідника l/L для хвиль $E_{010}, E_{011}, E_{012}$ та E_{013} . Використана методика дозволяє визначити перебудову циліндричного резонатора за допомогою аксіального провідника.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Федоров Н.Н Основы электродинамики. – М.: Высшая школа, 1980. – 400 с.
2. Григорьев А.Д. Электродинамика и техника СВЧ. – М.: Высшая школа, 1990. – 335 с.
3. Юров Ю.А. Электронные приборы сверхвысоких частот. – Л.: ЛГУ, 1973. – 144 с.
4. Фрадин А.З. Антенно-фидерные устройства. – М.: Связь, 1977. – 440 с.
5. Кочержевский Г.Н. Антенно-фидерные устройства. – М.: Связь, 1972. – 470 с.
6. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ. – М.: Высшая школа, 1988. – 432 с.
7. Овсянников В.В. Вибраторные антенны с реактивными нагрузками. – М.: Радио и связь, 1985. – 120 с.
8. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Митры Р. – М.: Мир, 1977. – 450 с.
9. Юров Ю.А. Техническая электродинамика. Ч. 2. – Л.: ЛЭТИ, 1975. – 170 с.
10. Юров Ю.А. К теории тонких проводов, находящихся в волноводе / Известия ВУЗов. Радиоэлектроника, 1969. – Т. XII. – № 6. – С. 604-609.
11. Клеев А.И. Маненков А.Б. Коаксиальный резонатор с тонким внутренним проводником // Радиотехника и электроника, 1984. – № 12. – С. 2293-2301.

ЛИПКАНЬ Ольга Кузьмівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри АіКТ Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

– теорія електричних кіл і електродинаміка.

МАНОЙЛОВ В'ячеслав Пилипович – доктор технічних наук, доцент кафедри АіКТ Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

– радіофізика.