

В.Ф. Мончаківський

**ОБЛІК КІНЕМАТИЧНИХ СПІВВІДНОШЕНЬ В ДИНАМІЦІ ОБОРОТНИХ РУХІВ
КОСМІЧНОГО ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТА***(Представлено доктором технічних наук, професором Самотокінім Б.Б.)*

Розглядається отримання кінематичних співвідношень, а також їх подальше використання при виведенні диференціальних рівнянь обертальних рухів космічного літального апарату.

Диференціальні рівняння руху космічного літального апарату (КЛА) навколо центру маси можуть бути записані як у зв'язаній, так і в базовій системі координат. І в першому, і в другому випадках вони не дають повної картини обертальних рухів КЛА, оскільки взаємне розташування вказаних систем координат залишається невизначеним. Тому ці рівняння доповнюються кінематичними співвідношеннями, що встановлюють зв'язок між відносними та кутовими відхиленнями осей зв'язаної та базової систем координат.

Визначення взаємного кутового знаходження двох ортогональних систем координат може бути зроблене за допомогою:

- направляючих косинусів;
- кутів Ейлера–Крилова;
- кватерніонів (параметрів Родріга–Гамільтона);
- параметрів Келі–Клейна.

При розв'язанні задач орієнтації найкраще використовувати кути Ейлера–Крилова, оскільки, по-перше, ці кути можуть бути безпосередньо виміряні за допомогою гіроскопічних приладів, що мають карданів підвіс; по-друге, кількість ступенів свободи обертальних рухів КЛА дорівнює кількості кутів Ейлера–Крилова, що, звичайно, робить наочним їх геометричну інтерпретацію.

Найбільш характерними системами відліку при орієнтації КЛА є інерціальна та орбітальна системи координат. При цьому достатньо враховувати обертання останньої системи в площині орбіти. Обертанням площини орбіти, обумовленим збуреннями, можна знехтувати, оскільки воно чиниться значно повільніше кутових рухів КЛА в процесі орієнтації та обертання системи координат.

Розв'язання задач зближення на кінцевій ділянці зустрічі проходить, як правило, майже при компланарних орбітах кораблів, що зближуються [1]. Тому можна вважати, що візирна система координат теж обертається в площині орбіти незбурюючого руху пасивного корабля. Теж саме можна казати і про базову систему відліку, яка забезпечує орієнтацію відносно вектора орбітальної швидкості. Отже, для спільності дослідження руху КЛА навколо центру мас за базову систему відліку доцільно прийняти інерціальну (необертаючу) та орбітальну системи відліку. Для зручності переходу від однієї системи координат до іншої зв'яжемо інерціальну систему координат $O_3X_{01}X_{02}X_{03}$ з початком в центрі Землі з площиною орбіти орбітальної системи координат (ОСК) $Ox_01x_02x_03$ з початком в центрі маси апарату. Спрямуємо вісь X_{02} у вихідний вузол орбіти, а вісь X_{03} – перпендикулярно до площини орбіти. Осі x_{01} та x_{02} ОСК здійснюють обертальні рухи навколо осі x_{03} з кутовою швидкістю обертання КЛА по орбіті. Вісь x_{02} складає з віссю X_{02} кут, що дорівнює куту u – аргументу широти [3].

Взаємне розташування орбітальної та зв'язаної системи координат визначається кутами Ейлера–Крилова ε_1 (по крену), ε_2 (по рисканню), ε_3 (по тангажу). Рухлива базова система координат $OX_{61}X_{62}X_{63}$ може не співпадати з орбітальною. В загальному випадку її осі складають з осями орбітальної системи координат кути φ_i ($i = 1, 2, 3$). При цьому кути φ_1 та φ_2 залишаються в процесі руху КЛА по орбіті постійними і визначають напрямки осей x_{63} по відношенню до осі

x_{03} . Кут φ_3 , відраховуваний в площині орбіти, може бути представлений як функція аргумента широти, тобто $\varphi_3 = f(u)$.

При виконанні першого повороту навколо осі X_{03} взаємне розташування рухливої базової та зв'язаної систем координат задається кутами ε_1 , ε_2 та ε_3^* , де $\varepsilon_3^* = \varepsilon_3 - f(u)$. Якщо рухлива базова система відліку є орбітальною, то $f_1(u) = u$ і $\varepsilon_3^* = \varepsilon_3 - u$.

Згідно з рис. 1 отримуємо наступні співвідношення між кутовими переміщеннями та похідними по часу від цих переміщень по відношенню до системи $O_3X_{01}X_{02}X_{03}$ при $\varphi_3 = \varphi_3 = 0$:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \dot{\varepsilon}'_1 - \dot{\varepsilon}'_3 \sin(\varepsilon_2); \\ \omega_2 &= \dot{\varepsilon}'_2 \cos(\varepsilon_1) - \dot{\varepsilon}'_3 \sin(\varepsilon_1) \cos(\varepsilon_2); \\ \omega_3 &= -\dot{\varepsilon}'_1 \cos(\varepsilon_1) \cos(\varepsilon_2) - \dot{\varepsilon}'_2 \sin(\varepsilon_1) + \dot{\varepsilon}'_3 \cos(\varepsilon_1) \cos(\varepsilon_2). \end{aligned} \tag{1}$$

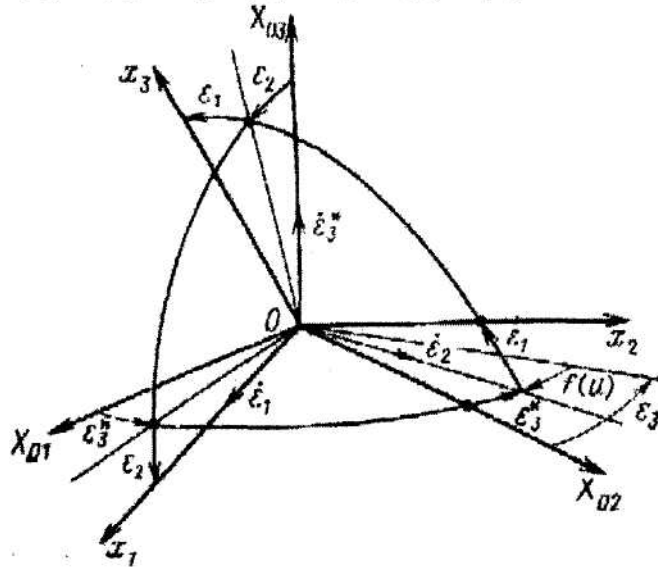


Рис. 1. Розташування зв'язаної та інерціальної базової системи координат

В процесі керування орієнтацією кути ε_1 , ε_2 та ε_3 , а також кутові швидкості $\dot{\varepsilon}'_1$, $\dot{\varepsilon}'_2$ та $\dot{\varepsilon}'_3$ підтримуються малими. Тому нехтуючи членами другого порядку малості, отримані вирази можна спростити. Враховуючи, що $\dot{\varepsilon}'_3^* = \dot{\varepsilon}'_3 - f(u)$, запишемо ці вирази у вигляді:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \dot{\varepsilon}'_1 + f(u)\dot{\varepsilon}'_2; \\ \omega_2 &= \dot{\varepsilon}'_2 - f(u)\dot{\varepsilon}'_1; \\ \omega_3 &= \dot{\varepsilon}'_3 - f(u). \end{aligned} \tag{2}$$

Якщо рухова базова система координат є обертальною, для якої $f(u) = u$ та $f'(u) = u' = \Omega$, то замість (2) маємо:

$$\begin{aligned} \omega'_1 &= \dot{\varepsilon}'_1 - \Omega \dot{\varepsilon}'_2; \\ \omega'_2 &= \dot{\varepsilon}'_2 - \Omega \dot{\varepsilon}'_1; \\ \omega'_3 &= \dot{\varepsilon}'_3 - \Omega. \end{aligned} \tag{3}$$

З отриманих рівнянь видно, що кутові рухи КЛА по крену та ризику взаємно пов'язані, тоді як рух по тангажу в першому наближенні можна розглядати незалежно від рухів по крену та ризику. Вказаний зв'язок пояснюється наявністю кутової швидкості повороту базової системи координат в площині орбіти, що призводить до появи гіроскопічних ефектів, виражених у вигляді гіроскопічних перехресних зв'язків (членів з $\dot{\varepsilon}'_2$ та $\dot{\varepsilon}'_1$) в рівняннях крену та ризику.

Для вимірювання проєкцій абсолютної кутової швидкості об'єкта на осі зв'язаної системи координат система має у своєму складі гіроскопічний датчик кутової швидкості (ДКШ), а для вимірювання кутів крену та тангажу використовується оптично-електронний побудовувач місцевої вертикалі (ПМВ) [2]. Як позиційний вимірювач в каналі ризику на практиці використовують різноманітні вимірювачі, наприклад, гіроорбіта, сонячні та зоряні астродатчики.

Мінімальна апаратурна конфігурація системи орієнтації та стабілізації (СОС) для ОСК, виходячи з рівнянь (3), забезпечуються у випадку використання оцінок кута рискання, які формуються у бортовому цифровому обчислювачеві (БЦО) за інформацією ПМВ та ДКШ без введення до складу СОС спеціального вимірювача.

СОС має три канали керування по трьох взаємоортогональних осях зв'язаної системи координат КЛА або відповідно по каналах крену, тангажу та рискання. В кожному каналі керування є: регулятор, позиційний вимірювач та вимірювач кутової швидкості, або елементи призначенні для формування відповідних оцінок, а також двигуни-маховики з підсистемою розвантажування.

Регулятор в кожному з каналів керування є релейним елементом із зоною нечутливості та гістерезисом, на вхід якого подається лінійна комбінація вимірів (оцінок) кута та кутової швидкості відхилення КЛА від ОСК по відповідній осі зв'язаної системи координат.

Знайдені за допомогою кутів Ейлера–Крилова кінематичні співвідношення (2) та (3) використовуються у подальшому при виведенні диференціальних рівнянь обертальних рухів КЛА.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Алексеев К.Б., Бебенин Г.Г.* Управление космическими летательными аппаратами. – М.: Машиностроение, 1974. – 340 с.
2. *Разыграев А.П.* Основы управления полетом космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1990. – 480 с.
3. *Бесекерский В.А., Иванов В.А., Самотокин Б.Б.* Орбитальное гироскопирование. – С.-Пб.: Политехника, 1993. – 256 с.

МОНЧАКІВСЬКИЙ Володимир Феліксівич – аспірант Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- глобальні супутникові системи;
- алгоритми розвантаження носіїв кінетичного моменту в системах орієнтації штучних супутників Землі.