

А.М. Маліца, Д.В. Пекаревіч

РОЗРАХУНОК ЗОН СТИКОВКИ ВАНТАЖНОЇ КАПСУЛИ З ШТУЧНИМ СУПУТНИКОМ ЗЕМЛІ

Розглядається метод розрахунку відрізків орбіти штучного супутника Землі, на яких можлива його стиківка з вантажною капсулою, що доставляється доорбітальною системою аварійної доставки вантажу. Наводяться аналітико-алгоритмічні процедури визначення оптимального напрямку польоту літака-носія, розрахунку траси польоту ракети з вантажною капсулою, дальності дії системи аварійної доставки вантажу, кута зустрічі та швидкості зближення капсули із супутником.

Вступ

Однією з складових ефективності космічної системи є ефективність функціонування супутників, які входять до її складу. Вона, у свою чергу, залежить від усіляких негативних ситуацій в їх роботі, внаслідок яких виникають різноманітні несправності, усунути які без зміни окремих вузлів не уявляється можливим. Одним з шляхів усунення несправностей у даному випадку, а також поповнення запасу різноманітних ресурсів є доставка необхідного вантажу на штучний супутник Землі. Доставка вантажу за допомогою космічних човнів багаторазового використання потребує значних коштів. Так, за оцінкою російського конструктора К.П. Феоктістова, вартість доставки на орбіту одного кілограма вантажу американським космічним човном типу "Шаттл" коштує \$ 20000. З цієї точки зору доцільно використовувати модулі, що доставляються на супутник доорбітальними засобами. Прикладом такого засобу може бути система, яка складається з літака-носія та ракети, що запускається з нього. Ракета, у свою чергу, включає ракетоносій типу "Пегас" та вантажну капсулу.

Початковим етапом робіт у цій області є визначення відрізків орбіти штучного супутника Землі, на яких можлива доставка вантажу вказаною системою.

1. Постановка задачі

Можливість успішного застосування системи аварійної доставки вантажу на штучний супутник Землі обумовлена виконанням обмежень за висотою та дальністю її використання, а також за швидкістю зближення капсули із супутником.

Для спрощення розрахунків приймемо наступні припущення:

- рух ракети з вантажною капсулою на активному відрізку є прямолінійним;
- керування рухом ракети здійснюється з метою підтримки постійним значення кута тангажа на протязі польоту на активному відрізку;
- ракета у польоті стабілізована, тобто обертання навколо центру мас відсутнє.

Задача формулюється таким чином. Відомі параметри орбіти штучного супутника Землі, можливості з дальності польоту літака-носія, масово-енергетичні та інші основні параметри ракетоносія та вантажної капсули. Необхідно визначити відрізки орбіти штучного супутника Землі, на яких можлива доставка на нього вантажу.

2. Опис та виведення основних виразів

Для знаходження зон стиківки вантажної капсули з штучним супутником Землі необхідно:

- розрахувати орбіту (трасу) штучного супутника Землі;
- розрахувати активний та пасивний відрізки польоту ракети з вантажною капсулою;
- визначити дальність дії системи аварійної доставки вантажу;
- розрахувати кут зустрічі та швидкість зближення капсули із супутником.

2.1. Розрахунок траси штучного супутника Землі

Траса польоту супутника розраховується згідно кінцевих рівнянь Кеплера з урахуванням збурень, які викликаються несферичністю Землі. Розрахунок траси зводиться до знаходження значень широти та довготи підсупутникових точок і являє собою методику, яка викладена у літературі [5].

2.2. Розрахунок дальності дії системи аварійної доставки вантажу

Для визначення максимальної дальності дії системи аварійної доставки вантажу необхідно спочатку провести розрахунок траси ракети з вантажною капсулою.

Розрахунок активного відрізка польоту ракети здійснюється шляхом чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь [1] методом Рунге-Кутта четвертого порядку [2]:

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{gP_i}{G_{0i}(1-\mu_i)} - \frac{7140 \cdot M^2 \pi(H) g c_x}{P_{0i}(1-\mu_i)} - g \cdot \sin \theta_M, \\ \dot{X} = V \cdot \cos \theta_0, \\ \dot{Y} = V \cdot \sin \theta_0, \end{cases} \quad (1)$$

де

$$g = 9.81 \left(\frac{R}{r_p} \right)^2, \quad (2)$$

$$\theta_M = \theta_0 + \beta, \quad (3)$$

$$r_p = \sqrt{(R+H)^2 + X^2}, \quad (4)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{X}{R+H}, \quad (5)$$

$$M = \frac{V}{a(H)}, \quad (6)$$

$$\mu_i = \frac{\dot{G}_i t}{G_{0i}}, \quad (7)$$

де R – радіус Землі;

r_p – радіус-вектор польоту ракети;

θ_0 – кут тангажа;

g – прискорення земного тяжіння;

β – кут ковзання;

M – число Маха;

H – висота польоту ракети над поверхнею Землі;

P_i – тяга двигуна i -го ступеня;

$\pi(H)$ – функція, яка характеризує атмосферний тиск на висоті H ;

c_x – коефіцієнт лобового опору;

\bar{P}_{0i} – поперечне навантаження на мідель під час роботи i -го ступеня;

\dot{G}_i – секундні витрачання пального для i -го ступеня;

G_{0i} – вага ракети без $(i-1)$ ступеня;

t – час польоту;

$a(H)$ – швидкість звуку на висоті H .

Зробивши інтегрування, отримуємо координати кінця активного відрізка та швидкість ракети в момент відключення двигуна останнього ступеня. Використовуючи ці результати, як початкові умови для розрахунку пасивного відрізка польоту, можливе отримання кутової дальності руху ракети Φ з рівняння (8) [3]:

$$a(r_p) \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\Phi}{2} - 2b(r_p) \cdot \operatorname{tg} \frac{\Phi}{2} - c(r_p) = 0, \quad (8)$$

де

$$a(r_p) = 2r_p (1 + \operatorname{tg}^2 \theta_0) - (r_{as} + r_p) \mathcal{G}_0, \quad (9)$$

$$b(r_p) = \mathcal{G}_0 r_p \cdot \operatorname{tg} \theta_0, \quad (10)$$

$$c(r_p) = (r_{as} - r_p) \mathcal{G}_0, \quad (11)$$

$$\mathcal{G}_0 = \frac{V_{as}^2 r_{ab}}{\mu_0}, \quad (12)$$

де V_{as} – швидкість польоту ракети наприкінці активного відрізка;

r_{as} – радіус-вектор кінця активного відрізка;

μ_0 – гравітаційний параметр Землі.

Обидва кореня квадратного рівняння (8)

$$\operatorname{tg} \frac{\Phi_{n(\theta)}}{2} = \frac{b(r) \pm \sqrt{(b(r))^2 + a(r) \chi(r)}}{a(r)} \quad (13)$$

відповідають двом точкам перетинання еліптичної траєкторії з орбітою супутника, причому знак "+" відповідає низхідній гілці траєкторії ракети, а знак "-" – висхідній гілці. Маючи кутову дальність руху ракети на активному відрізку

$$\gamma = \operatorname{arctg} \left(\frac{X}{Y} \right) \quad (14)$$

і кутові дальності Φ_{θ} і Φ_n , які відповідають висхідній та низхідній гілкам траєкторії ракети (рис. 1), отримуємо проекцію дальності польоту ракети з вантажною капсулою на Землю [2]:

$$S_{e(n)} = R(\gamma + \Phi_{e(n)}). \quad (15)$$

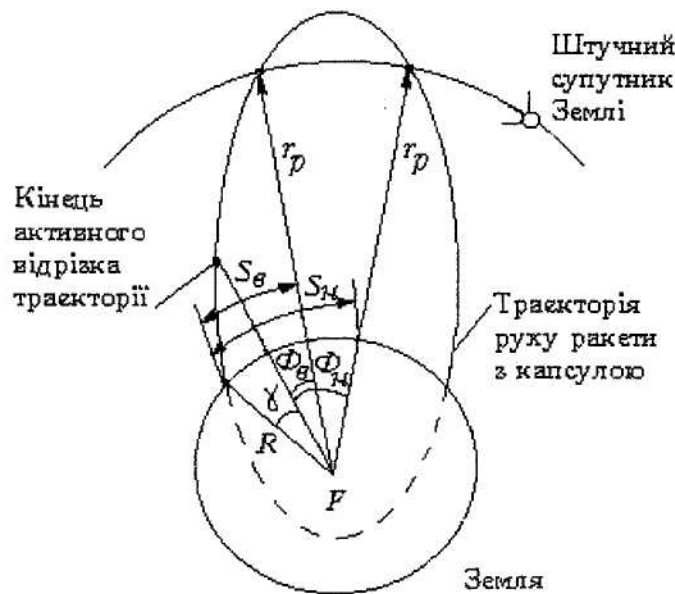


Рис. 1. Схема взаємного розташування траєкторій супутника та ракети з вантажною капсулою

Отже, максимальна дальність дії системи аварійної доставки вантажу буде виражатися у вигляді:

$$D_{сав(в(n))} = D_{лн} + S_{e(n)}, \quad (16)$$

де $D_{лн}$ – максимальна дальність польоту літака-носія.

2.3. Розрахунок кута зустрічі вантажної капсули із супутником

Для покращення умов стиковки необхідно зменшити швидкість зближення капсули із супутником, величина якої, у свою чергу, залежить від кута зустрічі вантажної капсули з штучним супутником Землі.

Розглянемо випадок, коли кола, які являють собою максимальну дальність польоту літака-носія та проекцію дальності польоту ракети з вантажною капсулою на Землю, перетинаються або дотикаються одне одного (рис. 2).

У цьому випадку пуск ракети з літака-носія може бути проведено з множини точок, проте оптимальною буде та, при пуску з якої кут зустрічі α буде мінімальний. Очевидно, що можна обмежитися розглядом двох варіантів – точки K_1 та K_2 , один з яких і буде оптимальним.

Виберемо систему координат з початком у точці розташування аеродрому базування літака-носія $O(0, 0)$, та віссю OX , яка проходить через підсупутникову точку штучного супутника Землі у поточний момент часу $N(D_{ном}, 0)$. Точка $P(X_{np}, Y_{np})$ у вибраній системі координат

являє собою підсупутникову точку у попередній момент часу (він визначається кроком за істинною аномалією при розрахунку траси супутника).

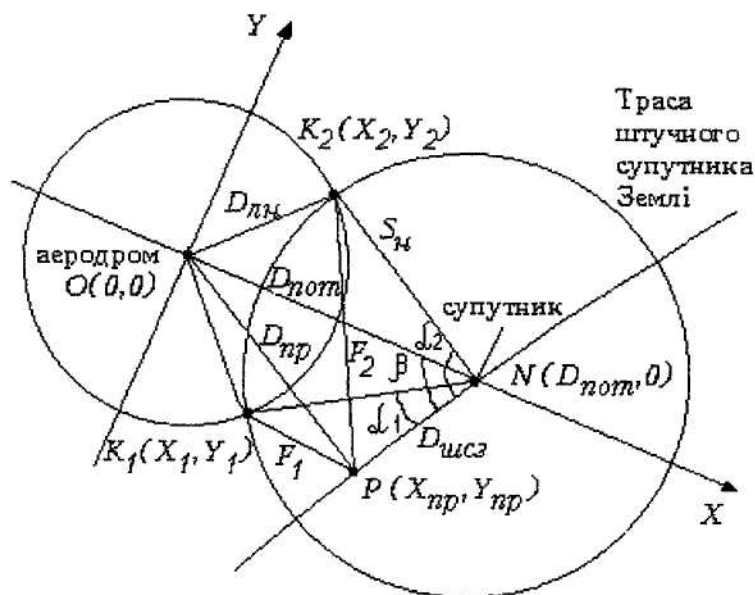


Рис. 2. Схема взаємного розташування аеродрому та проекції траси супутника

Радіус дії літака у цьому випадку описується рівнянням:

$$X^2 + Y^2 = D_{лн}^2, \tag{17}$$

а коло радіуса $S_н$ –

$$(X - D_{ном})^2 + Y^2 = S_н^2. \tag{18}$$

Розв'язавши систему рівнянь (17) і (18), отримуємо:

$$X = \frac{D_{ном}^2 + D_{лн}^2 - S_н^2}{2D_{ном}}, \tag{19}$$

$$Y = \pm \sqrt{D_{лн}^2 - X^2}. \tag{20}$$

Значення дальностей $D_{ном}$ і $D_{пр}$ та проекція траси супутника на Землю за один крок за істинною аномалією $D_{шсз}$ (рис. 2) розраховуються згідно з методикою, що викладена у [1].

Відповідно до теореми косинусів сторін [2] для сферичного трикутника ΔOPN кут β дорівнює:

$$\beta = \arccos \frac{\cos \frac{D_{пр}}{R} - \cos \frac{D_{шсз}}{R} \cdot \cos \frac{D_{ном}}{R}}{\sin \frac{D_{шсз}}{R} \cdot \sin \frac{D_{ном}}{R}}. \tag{21}$$

Тоді координати підсупутникової точки у попередній момент часу дорівнюють:

$$X_{пр} = D_{ном} - D_{шсз} \cdot \cos \beta, \tag{22}$$

$$Y_{пр} = -D_{шсз} \cdot \sin \beta. \tag{23}$$

Розглянувши трикутники ΔK_1PN та ΔK_2PN і використовуючи теорему косинусів, отримуємо:

$$\alpha_1 = \arccos \frac{S_н^2 + D_{шсз}^2 - F_1^2}{2S_н D_{шсз}}, \tag{24}$$

$$\alpha_2 = \arccos \frac{S_н^2 + D_{шсз}^2 - F_2^2}{2S_н D_{шсз}}. \tag{25}$$

Отже, для даного випадку перетинання кіл шуканий кут α буде дорівнювати найменшому з двох розрахованих α_1 та α_2 .

Якщо кола не мають спільних точок і $D_{\text{пот}} < D_{\text{лн}}$ та $S_n \leq D_{\text{лн}} - D_{\text{пот}}$, то оптимальний кут α буде дорівнювати нулю. В інших випадках доставка вантажу на штучний супутник Землі на низхідному відрізку польоту ракети неможлива, проте при цьому необхідно розглянути варіант стиковки на висхідному відрізку.

2.4. Розрахунок швидкості зближення вантажної капсули з штучним супутником Землі

Квадрат швидкості зближення буде представляти собою суму квадратів трансверсальної та радіальної складових. У свою чергу, квадрати швидкостей капсули та супутника також можливо представити у вигляді суми квадратів відповідних складових. Розрахунок останніх проводиться за допомогою методики, яка викладена у літературі [1, 3, 5].

Розрахунок радіальної складової швидкості зближення являє собою просте алгебраїчне підсумування відповідних складових швидкостей капсули та супутника. Для знаходження трансверсальної складової використовується теорема косинусів та кут α , що розраховується за формулами, які наведені у пункті 2.3.

Висновок

Розроблений метод дозволяє визначити відрізки орбіти штучного супутника Землі, на яких можлива його стиковка з вантажною капсулою, виходячи з параметрів орбіти супутника і можливостей доорбітальної системи аварійної доставки вантажу.

Метод є базою для розрахунку ймовірності аварійної доставки вантажу на штучний супутник Землі.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Агафонов А.С., Зимин Г.В., Сырцев А.И. Основы теории полёта баллистических ракет и космических аппаратов. – Калинин: Военная командная академия ПВО, 1972. – 328 с.
2. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов. – М.: Наука, 1980. – 976 с.
3. Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г. Основы механики космического полёта. – М.: Наука, 1990. – 448 с.
4. Солодов А.В. Инженерный справочник по космической технике. – М.: Воениздат, 1977. – 432 с.
5. Титов Г.С. Полёт космических аппаратов. Примеры и задачи. – М.: Машиностроение, 1980. – 254 с.

МАЛІЦА Анатолій Миколайович – кандидат технічних наук, начальник кафедри Житомирського військового інституту радіоелектроніки.

Наукові інтереси:

- теорія польоту штучних супутників Землі;
- математичне моделювання в наукових дослідженнях.

ПЕКАРЄВ Дмитро Володимирович – ад'юнкт Житомирського військового інституту радіоелектроніки.

Наукові інтереси:

- теорія польоту штучних супутників Землі;
- математичне моделювання в наукових дослідженнях.