

УДК 539.375:519.6.

Ю.А. Рудяк, к.ф.-м.н.

Тернопільський державний медичний університет ім. І.Я. Горбачевського

### ВИЗНАЧЕННЯ ВЕЛИЧИН КОЕФІЦІЄНТІВ ІНТЕНСИВНОСТІ МОМЕНТІВ ЗА ДАНИМИ ДИФУЗНОГО ПОВЕРХНЕВОГО РОЗСІЮВАННЯ

У статті запропоновано застосувати ефект дифузного поверхневого розсіювання для визначення величин коефіцієнтів інтенсивності моментів (КІН моментів) для тонкостінних оболонок з тріщинами. Розглянуто випадки, коли моментний стан симетричний та несиметричний щодо осі тріщини. Одержано формули зв'язку ефекту поверхневого розсіювання за даними фотопружних вимірювань при наявності моментного напруженого стану.

**Постановка проблеми.** У роботі теоретично обґрунтовано застосування методу дифузного поверхневого розсіювання (МДПР) для визначення величин КІН (моментів) біля вершин тріщин у тонких оболонках, які перебувають в моментному стані. Якщо має місце симетричний щодо осі тріщин моментний стан, згинний момент буде визначатися формулою, у яку параметром входить КІН (моментів)  $K_3$ . У випадку реалізації несиметричного щодо осі тріщини моментного стану, згинні моменти будуть визначатися за формулами, в яких параметрами входять КІН (моментів)  $K_3$  та  $K_4$ . Також ефективно комплексне застосування МДПР та методу фотопружності у випадку моментного стану біля вершин тріщин у оболонках.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Проблемі визначення напружено-деформованого стану (НДС) тонкостінних пластинчастих та оболонкових конструкцій присвячений цілий ряд робіт [1, 2, 3]. Суттєво ускладнює вирішення завдань наявність тріщин у таких об'єктах, особливо, коли вони перебувають у моментному стані. Автори роботи [2] запропонували описувати напружено-деформований стан таких об'єктів рівняннями, у які параметрами входять величини КІН (моментів)  $K_3$  та  $K_4$ . Теоретичними та чисельними методами не завжди можливо одержати рішення відповідних завдань. Тому перспективним є застосування експериментальних методів механіки. Широкі можливості надає для цього МДПР [4, 5], та класична фотопружність [1, 6].

**Метою** статті є: теоретично обґрунтувати застосування МДПР для визначення величин КІН (моментів)  $K_3$  та  $K_4$ , для оболонкових елементів машин та конструкцій з тріщинами, які перебувають у моментному стані, а також знайти зв'язок між ефектом поверхневого розсіювання та фотопружністю для таких об'єктів.

**Викладення основного матеріалу. Матеріали та результати дослідження.** При розрахунку елементів машин, які знаходяться у моментному напруженому стані та є оболонковими конструкціями, виникає практична необхідність визначення КІН (моментів) для дефектів типу тріщин. Запропоновано метод визначення КІН (моментів) біля тріщин у тонких пластинах та оболонках, за даними МДПР та фотопружності. Розглянемо випадок, коли моментний стан симетричний щодо осі тріщини. Присутній лише згинний момент  $\Delta M_y$  додаткового напруженого стану (вісь у спрямована перпендикулярно до осі тріщини). Тоді, використовуючи експериментальну реалізацію МДПР, спрямуємо світловий потік у зону біля вершини тріщини (де справедлива пружна асимптотика Ірвіна–Вестергаарда), та, враховуючи, що у нашому випадку  $\Delta M_x = 0$ , отримаємо:

$$\Delta M_y = D(1 + \mu)\psi \left( \frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \right), \quad (1)$$

де  $I_{0y}$  – інтенсивність поляризованого світла, розсіяного поверхнею об'єкта до деформації;  $\Delta I_{0y}$  – зміна інтенсивності поляризованого світла, розсіяного поверхнею об'єкта після деформації;  $\psi$  – функціональна залежність, яка попередньо визначається на таріровочних експериментах (зондує випромінювання поляризоване, поляризація у площині  $ZOY$ );  $D$  – циліндрична жорсткість, яка визначається за формулою:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)}, \quad (2)$$

де  $h$  – товщина оболонки;  $E$  – модуль Юнга;  $\mu$  – коефіцієнт Пуассона.

За даними роботи [2], згинний момент  $\Delta M_y$  можемо записати у вигляді такого виразу:

$$(3 + \mu)\Delta M_y = \frac{K_3}{4\sqrt{2r}} \left[ 4(1 + \mu) \cos \frac{\Theta}{2} + (1 - \mu) \cos \frac{3\Theta}{2} + (7 + \mu) \cos \frac{7\Theta}{2} \right]. \quad (3)$$

У нашому випадку  $\Theta = 90^0$ , і рівність (3) прийме вигляд:

$$(3 + \mu)\Delta M_y = \frac{K_3}{4\sqrt{2}r} \left[ 4(1 + \mu)\frac{\sqrt{2}}{2} - (1 - \mu)\frac{\sqrt{2}}{2} + (7 + \mu)\frac{\sqrt{2}}{2} \right] = \frac{K_3(5 + 3\mu)}{4\sqrt{3}r}. \quad (4)$$

Підставляємо у (4) вираз для  $\Delta M_y$ , записаний у вигляді (1). Одержимо:

$$(3 + \mu) \frac{Eh^3(1 + \mu)}{12(1 - \mu^2)} \psi \left( \frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \right) = \frac{K_3(5 + 3\mu)}{4\sqrt{3}r}. \quad (5)$$

Після спрощень:

$$\frac{(3 + \mu)Eh^3}{\sqrt{3}(1 - \mu)} \psi \left( \frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \right) = \frac{K_3(5 + 3\mu)}{\sqrt{r}}. \quad (6)$$

Звідки отримаємо вираз для КІН (моментів)  $K_3$  у випадку, коли моментний стан симетричний відносно берегів тріщини:

$$K_3 = \frac{(3 + \mu)\sqrt{r}Eh^3 \psi \left( \frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \right)}{\sqrt{3}(1 - \mu)(5 + 3\mu)}. \quad (7)$$

КІН (моментів)  $K_3$  визначається за даними фотопружних вимірів на зрізі, який містить вершину тріщини:

$$K_3 = \frac{2(3 + \mu)\sqrt{r}h^2(\delta_B - \delta_H)}{3(5 + 3\mu)Cd}, \quad (8)$$

де  $\delta_B$ ,  $\delta_H$  – оптична різниця ходу, виміряна по верхній та нижній гранях зрізу, відповідно;  $C$  – оптично-механічна стала;  $d$  – товщина зрізу.

Прирівнюємо вирази для визначення КІН (моментів)  $K_3$ , за даними МДПР (7) та фотопружних вимірювань (8). Отримаємо:

$$\frac{(3 + \mu)\sqrt{r}Eh^3 \psi \left( \frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \right)}{\sqrt{3}(1 - \mu)(5 + 3\mu)} = \frac{2(3 + \mu)\sqrt{r}h^2(\delta_B - \delta_H)}{3(5 + 3\mu)Cd}. \quad (9)$$

З виразу (9) отримаємо рівняння, яке зв'язує ефект поверхневого дифузного розсіювання з даними фотопружних вимірювань (різницями оптичного ходу променів) за наявності моментного напруженого стану:

$$\psi \left( \frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \right) = \frac{2(1 - \mu)(\delta_B - \delta_H)}{\sqrt{3}EhCd}. \quad (10)$$

У випадку довільного моментного напруженого стану біля берегів тріщини для величин моментів додаткового напруженого стану  $\Delta M_x$ ,  $\Delta M_y$  (вісь  $x$  спрямована вздовж осі тріщини, вісь  $y$  нормально їй) можна записати систему рівнянь, до яких параметрами входять КІН (моментів)  $K_3$ ,  $K_4$ :

$$\begin{aligned} \Delta M_y &= \frac{K_3}{\sqrt{2}r} [f_1(\mu, \Theta) + f_3(\mu, \Theta)] + \frac{K_4}{\sqrt{2}r} [f_2(\mu, \Theta) + f_4(\mu, \Theta)]; \\ \Delta M_x &= \frac{K_3}{\sqrt{2}r} [f_5(\mu, \Theta) + f_7(\mu, \Theta)] + \frac{K_4}{\sqrt{2}r} [f_6(\mu, \Theta) + f_8(\mu, \Theta)], \end{aligned} \quad (11)$$

За даними вимірювань ефекту дифузного поверхневого розсіювання запишемо для  $\Delta M_x$  та  $\Delta M_y$  такі вирази:

$$\begin{aligned} \Delta M_y &= EJ_{(y)} \left( \frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \right); \\ \Delta M_x &= EJ_{(x)} \left( \frac{\Delta I_x}{I_{0x}} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

При визначенні  $\Delta M_y$  зондуєчне випромінювання поляризоване у площині  $ZOY$ . При визначенні  $\Delta M_x$  зондуєчне випромінювання поляризоване у площині  $ZOX$ .

Рішення системи (11) з врахуванням (12) у загальному випадку буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} K_3 &= \Omega_1(\Delta I_y/I_{0y}, \Delta I_x/I_{0x}, \mu, \Theta, E, h), \\ K_4 &= \Omega_2(\Delta I_y/I_{0y}, \Delta I_x/I_{0x}, \mu, \Theta, E, h). \end{aligned} \quad (13)$$

Таким чином, застосування МДПР дозволяє визначити величини КІН (моментів)  $K_3$ ,  $K_4$  і моментний стан біля вершини тріщини.

**Висновки.** Застосовано ефект дифузного поверхневого розсіювання для визначення величин КІН (моментів). Отримано формули визначення величини КІН (моментів)  $K_3$  для випадку симетричного щодо берегів тріщини моментного стану та  $K_3$  та  $K_4$ , для випадку несиметричного моментного стану. Отримано формулу, яка зв'язує ефект дифузного поверхневого розсіювання та дані фотопружних вимірювань моментного стану оболонок з тріщинами.

#### Список використаної літератури:

1. Александров А.Я. Поляризационно-оптические методы механики деформированного тела / А.Я. Александров, М.Х. Ахметзянов. – М. : Наука, 1973. – 576 с.
2. Панасюк В.В. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках / В.В. Панасюк, М.П. Саврук, А.П. Дацьшин. – К. : Наук. думка, 1976. – 444 с.
3. Андрейкив А.Е. Пространственные задачи теории трещин / А.Е. Андрейкив. – К. : Наук. думка, 1982. – 354 с.
4. Пат Ас СССР, М5 кл. G01B11/16 Способ определения деформаций поверхности / Ю.А. Рудяк. – № 1716317 от 01.11.1991.
5. Пат АС СССР, М5 кл. G01B11/18 Способ определения напряженно-деформированного состояния объекта / Ю.А. Рудяк, В.Г. Пизар. – № 1668860 от 08.04.1991.
6. Малежик М.П. Метод фотопружності в двовимірних динамічних задачах механіки анізотропних тіл : автореф. дис. ... докт. фіз.-мат. наук / М.П. Малежик. – Львів, 2008. – 36 с.

РУДЯК Юрій Аронович – кандидат фізико-математичних наук, завідувач кафедри медичної фізики та медичного обладнання Тернопільського державного медичного університету ім. І.Я. Горбачевського

Наукові інтереси:

– оптичні методи експериментальної механіки;

– механіка руйнування.

Тел.: (067) 350–11–67.

Email: [V\\_stetsenko\\_v@mail.ru](mailto:V_stetsenko_v@mail.ru)

Стаття надійшла до редакції 12.02.2013

**Рудяк Ю.А.** Визначення величин коефіцієнтів інтенсивності моментів за даними дифузного поверхневого розсіювання

**Рудяк Ю.А.** Определение величины коэффициента интенсивности моментов по данным диффузного поверхностного рассеяния

**Rudyak Y.A.** Determination of the moments of intensity factor in this diffuse surface scattering

УДК 539.375:519.6

**Определение величины коэффициента интенсивности моментов по данным диффузного поверхностного рассеяния / Ю.А. Рудяк**

В статье предлагается использовать эффект диффузного поверхностного рассеяния для определения величин коэффициентов интенсивности моментов (КИН моментов) для тонкостенных оболочек с трещинами. Рассмотрены случаи, когда моментное состояние симметрично и несимметрично относительно оси трещины. Получены формулы связи эффекта поверхностного рассеяния и данных фотоупругих измерений при наличии моментного напряженного состояния.

УДК 539.375:519.6

**Determination of the moments of intensity factor in this diffuse surface scattering / Y.A. Rudyak**

The paper proposes to apply the effect of diffuse surface scattering to determine the values of the Stress intensity factor moments (SIF moments) for thin shells with cracks. The cases when torque condition symmetric and asymmetric axis cracks. Formulas effect due to surface scattering and photospringing measurements in the presence of the moment stressed state.