

С.В. Ковбасюк, к.т.н., с.н.с.

В.В. Павлюк, к.т.н., с.н.с.

Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова
Національного авіаційного університетуО.М. Романов, нач. центру
військова частина А2299

ВИБІР ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ ФАЗОВОГО АВТОМАТИЧНОГО ПІДСТРОЮВАННЯ ЧАСТОТИ З УПРАВЛІННЯМ НА ОСНОВІ ОЦІНЮВАННЯ

Отримано аналітичні вирази для оптимізації системи фазового автоматичного підстроювання частоти з управлінням на основі оцінювання, синтезованої за допомогою поліномів, за критерієм мінімуму середньоквадратичної помилки.

Постановка проблеми. Системи фазового автоматичного підстроювання частоти (ФАПЧ) набули надзвичайно широкого застосування практично у всіх галузях науки і техніки. Значну роль системи ФАПЧ відіграють у складі радіоприймальних пристроїв при демодуляції сигналів з цифровою лінійною модуляцією [1–4]. Однією з вимог, що висуваються до систем ФАПЧ, є підвищення точності управління при збереженні стійкості та без значного погіршення перехідного процесу [4]. Зазвичай у комбінованих системах автоматичного управління це досягається шляхом зміни передаточної функції за помилкою за рахунок вибору параметрів розімкненого зв'язку [5]. При синтезі систем, еквівалентних комбінованим, на основі методу синтезу дискретних систем оцінювання з управлінням процесом спостереження [6] та методу синтезу цифрових алгоритмів управління та оцінювання для замкнених автоматичних систем за допомогою поліномів [7] підхід до синтезу компенсаційного каналу відрізняється від попереднього. Тому актуальним є завдання вибору оптимальних параметрів систем ФАПЧ з управлінням на основі оцінювання для мінімізації середньоквадратичної помилки управління.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. В [8] на основі методів [6, 7] було синтезовано структурну схему цифрової системи ФАПЧ з управлінням на основі оцінювання та поліноміальне рівняння, що визначає динаміку процесів у ній. Розв'язання вказаного рівняння дозволяє отримати алгоритми оцінювання та управління в системі ФАПЧ для демодуляції сигналів з цифровою лінійною модуляцією. В [9, 10] отримано такі алгоритми для демодуляції сигналів з фазовою маніпуляцією, закон зміни фази в яких можна подати виразом $x(n) = 2\pi f_0 h n + 1(n)$, в адитивному “білому шумі” з дисперсією σ_x^2 , за відсутності динамічних похибок оцінювання і управління для заданого сигналу. Імпульсна передаточна функція генератора, що керується напругою, задається виразом $\frac{M(z)}{N(z)} = \frac{k_f h z^{-1}}{1 - z^{-1}}$; імпульсна передаточна функція фільтра, який придушує складову сигналу з подвоєною частотою, що утворюється після фазового детектору, задається виразом $\frac{S_1(z)}{S_2(z)} = \frac{k_\phi (-\varepsilon z^{-1})}{1 - \varepsilon z^{-1}}$, де $\varepsilon = e^{-h/T}$. Враховуючи це, метою статті є отримання аналітичного виразу для середньоквадратичної помилки розробленої системи та її оптимізація.

Постановка завдання. Для заданих вхідних сигналів на основі поліномів динаміки, обраних на етапі синтезу [10]: $A(z) = (-z^{-1})^n$, $B(z) = \Theta_1 \Theta_2 (-z^{-1})^n$ та $C(z) = (-\Theta_1 z^{-1}) (-\Theta_2 z^{-1})$; $\Theta_1, \Theta_2 \in 0..1$, необхідно отримати аналітичні вирази для динамічної та випадкової помилок і оптимізувати синтезовану систему ФАПЧ за критерієм мінімуму середньоквадратичної помилки.

Оцінка точності роботи системи. Для визначення динамічної помилки використаємо теорему про кінцеве значення [11]. Підставляючи в передаточну функцію синтезованої системи ФАПЧ за помилкою управління [6] $k_u = \frac{\tilde{u}(z)}{g(z)} = \frac{A(z)}{C(z)}$ поліном динаміки $A(z)$ і $C(z)$, отримуємо вираз для визначення помилки за вхідним сигналом у такому вигляді:

$$\tilde{u}(z) = g(z) \frac{(-z^{-1})^n}{(-\Theta_1 z^{-1}) (-\Theta_2 z^{-1})}. \quad (1)$$

Підставимо в (1) моделі вхідних сигналів та застосуємо до отриманих виразів теорему про кінцеве значення [11].

Для визначення помилки за положенням представимо фазу вхідного сигналу одиничною функцією

$x_\varphi(n) = 1(n) \cdot \frac{1}{1-z^{-1}}$, що відповідає випадку інформаційної зміни фази сигналу при власній частоті керованого генератора, що збігається з частотою вхідного сигналу. Тоді $\tilde{u}(z) = \frac{(-z^{-1})}{(-\Theta_1 z^{-1})(-\Theta_2 z^{-1})}$, а

динамічна помилка $\varepsilon_{\text{дин}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{u}(n) = \lim_{z \rightarrow 1} (-z^{-1}) \tilde{u}(z) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(-z^{-1})}{(-\Theta_1 z^{-1})(-\Theta_2 z^{-1})} = 0$.

Для визначення помилки за швидкістю представимо фазу вхідного сигналу лінійно зростаючою функцією $x_f(n) = 2\pi f_0 h n = \frac{2\pi f_0 h z^{-1}}{(-z^{-1})^2}$, що відповідає випадку, коли власна частота керованого генератора

не співпадає з постійною частотою $f = \text{const}$ вхідного сигналу. Тоді $\tilde{u}(z) = \frac{2\pi f h z^{-1}}{(-\Theta_1 z^{-1})(-\Theta_2 z^{-1})}$,

а $\varepsilon_{\text{дин}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{u}(n) = \lim_{z \rightarrow 1} (-z^{-1}) \tilde{u}(z) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{2\pi f h z^{-1} (-z^{-1})}{(-\Theta_1 z^{-1})(-\Theta_2 z^{-1})} = 0$.

Для визначення помилки за прискоренням представимо фазу вхідного сигналу квадратичною функцією $g(n) = 2\pi v n^2 = \frac{2\pi v h^2 z^{-1} (+z^{-1})}{(-z^{-1})^3}$, що відповідає лінійній зміні частоти вхідного сигналу

$f = v h n$. Тоді $\tilde{u}(z) = \frac{2\pi v h^2 z^{-1} (+z^{-1})}{(-z^{-1})(-\Theta_1 z^{-1})(-\Theta_2 z^{-1})}$, а

$$\varepsilon_{\text{дин}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{u}(n) = \lim_{z \rightarrow 1} (-z^{-1}) \tilde{u}(z) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{2\pi v h^2 z^{-1} (+z^{-1})}{(-\Theta_1 z^{-1})(-\Theta_2 z^{-1})} = \frac{4\pi v h^2}{(-\Theta_1)(-\Theta_2)} \quad (2)$$

Як і слід було очікувати, синтезована система ФАПЧ, що має астатизм другого порядку, усуває помилки за положенням та швидкістю і може безпомилково слідувати за сигналом з фазовою маніпуляцією з постійною частотою. Помилка за прискоренням, яка відповідає лінійній зміні частоти сигналу, має кінцеве значення. Як видно з виразу (2), динамічна помилка в синтезованій ФАПЧ може змінюватися вибором коренів характеристичного рівняння Θ_1, Θ_2 .

Для оцінки точності роботи системи при випадкових вхідних сигналах запишемо дисперсію на виході системи [12]: $D_y = \sigma_x^2 \sum_{i=0}^{\infty} K^2(i) = \sigma_x^2 I^*$, де $K(i)$ – функція ваги дискретної системи з передаточною функцією $k_y^y(z)$, а I^* – її квадратична інтегральна оцінка. Для її пошуку застосуємо дискретний аналог формули Парсеваля: $I^* = \frac{1}{2\pi j} \oint_{|z|=1} K(z)K(z^{-1})z^{-1} dz$. Застосувавши до нього білінійне перетворення

$z = \frac{1+v}{1-v}$ та позначивши $\Psi(v) = \frac{K^*(v)}{1+v}$ і $\Psi(-v) = \frac{K^*(-v)}{1-v}$, отримуємо $I^* = 2I$, де

$I = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \Psi(v)\Psi(-v)dv$ – табличний інтеграл Парсеваля. Таким чином, дисперсію на виході системи

можна визначити за виразом:

$$D_y = 2\sigma_x^2 I \quad (3)$$

Передаточною функцією замкненої системи $k_y^y = \frac{y(z)}{g(z)} = \frac{C(z) - A(z)}{C(z)}$ [6] після підстановки в неї поліномів динаміки синтезованої системи ФАПЧ, а також покладання $\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta$ можна записати виразом $k_y^y = \frac{y(z)}{g(z)} = \frac{C(z) - A(z)}{C(z)} = \frac{2(-\Theta)z - (-\Theta^2)}{z^2 - 2\Theta z + \Theta^2}$. Застосувавши до нього білінійне перетворення,

отримуємо: $k_y^y(v) = \frac{-(-\Theta^2) \cdot 2(-\Theta) \frac{1+v}{1-v}}{\Theta^2 \frac{1+v}{1-v} + \left(\frac{1+v}{1-v}\right)^2} = \frac{-(-\Theta^2) \cdot (-v) + 2(-\Theta) \cdot (-v^2)}{\Theta^2 (-v) - 2\Theta (-v^2) + (+v)} = K^* \cdot \dots$ Складемо вираз для $\Psi(v)$:

$$\Psi(v) = \frac{K^* \left(\frac{v}{\Theta} \right)}{\left(\frac{v}{\Theta} \right)^3} = \frac{-\left(-\Theta^2 \right) \left(-v \right)^2 + 2 \left(-\Theta \right) \left(-v \right) + \left(+\Theta \right)}{\Theta^2 \left(-v \right)^3 + 2 \Theta \left(-v \right)^2 + \left(+\Theta \right)} = \frac{\left(-\Theta^2 \right)^2 + 2 \left(-\Theta^2 \right) \left(-\Theta \right) + \left(-\Theta \right)^2}{\Theta^2 \left(-v \right)^3 + 2 \Theta \left(-v \right)^2 + \left(+\Theta \right)}$$

звідки отримаємо такі коефіцієнти поліномів чисельника та знаменника:

$$c_0 = \left(-\Theta^2 \right); c_1 = 2 \left(-\Theta^2 \right); c_2 = -\left(-\Theta \right) + \Theta;$$

$$d_0 = \left(-\Theta^2 \right); d_1 = \left(-\Theta \right) + \Theta; d_2 = \left(+\Theta \right) - \Theta; d_3 = \left(+\Theta \right)$$

Враховуючи, що поліном $\Psi(v)$ третього ступеня, запишемо інтеграл Парсевалю:

$$I_3 = \frac{c_2^2 d_0 d_1 + \left(c_1^2 - 2c_0 c_2 \right) d_0 d_3 + c_0^2 d_2 d_3}{2d_0 d_3 \left(d_0 d_3 + d_1 d_2 \right)} =$$

$$= \frac{\left(-\Theta \right)^2 \left(+\Theta \right) + \left[\left(-\Theta \right)^2 \left(+\Theta \right) + 2 \left(-\Theta \right)^2 \left(+\Theta \right) - \left(-\Theta \right) \left(+\Theta \right) + \left(-\Theta \right) \left(+\Theta \right) \left(-\Theta \right) \right]}{2 \left(-\Theta \right)^2 \left(+\Theta \right) \left[\left(-\Theta \right)^2 \left(+\Theta \right) + \left(-\Theta \right) \left(+\Theta \right) + \left(+\Theta \right) \left(-\Theta \right) \right]}$$

$$= \frac{\left(-\Theta \right)^2 \left[-\Theta \left(+\Theta \right) + 2 \left[\left(+\Theta \right) + \left(-\Theta \right) \left(+\Theta \right) \right] + \left(+\Theta \right) \left(-\Theta \right) \right]}{2 \left(-\Theta \right)^2 \left(+\Theta \right) \left[\left(-\Theta^2 \right) + \left(-\Theta^2 \right) \right]}$$

$$= \frac{\left(-\Theta \right)^2 \left[-\Theta \left(+\Theta \right) + 2 \left[\left(+\Theta \right) + \left(-\Theta \right) \left(+\Theta \right) \right] + \left(+\Theta \right) \left(-\Theta \right) \right]}{16 \left(-\Theta \right)^2 \left(+\Theta \right)}$$

$$= \frac{\left(-\Theta \right)^2 \left[-\Theta \left(7 + 27\Theta + 9\Theta^2 + \Theta^3 \right) + \left(0 + 4\Theta + 2\Theta^2 \right) \left(2\Theta + \Theta^2 \right) + \left(3\Theta + 3\Theta^2 + \Theta^3 \right) \left(-\Theta \right) \right]}{16 \left(+\Theta \right)^3}$$

$$= \frac{\left(-\Theta \right)^2 \left(0 + 32\Theta + 8\Theta^2 \right)}{16 \left(+\Theta \right)^3} = \frac{\left(-\Theta \right)^2 \left(4\Theta + \Theta^2 \right)}{2 \left(+\Theta \right)^3} = \frac{5 - \Theta - 3\Theta^2 - \Theta^3}{2 \left(+3\Theta + 3\Theta^2 + \Theta^3 \right)}$$

На основі формули (3) запишемо кінцеве значення дисперсії на виході системи ФАПЧ:

$$D_y = 2\sigma_x^2 \frac{5 - \Theta - 3\Theta^2 - \Theta^3}{2 \left(+3\Theta + 3\Theta^2 + \Theta^3 \right)} = \sigma_x^2 \frac{5 - \Theta - 3\Theta^2 - \Theta^3}{1 + 3\Theta + 3\Theta^2 + \Theta^3}. \quad (4)$$

Визначимо сумарну квадратичну помилку в системі ФАПЧ як суму дисперсії за рахунок випадкового вхідного збурення (4) та квадрату динамічної помилки (2):

$$\varepsilon_{\Sigma}^2 = \sigma^2 + \varepsilon_{дин}^2 = \sigma_x^2 \frac{5 - \Theta - 3\Theta^2 - \Theta^3}{1 + 3\Theta + 3\Theta^2 + \Theta^3} + \frac{16\pi^2 v^2 h^4}{\left(-\Theta_1 \right)^2 \left(-\Theta_2 \right)^2}, \quad \text{або, покладаючи } \Theta = \Theta_1 = \Theta_2, \quad \text{маємо}$$

$$\varepsilon_{\Sigma}^2 = \sigma_x^2 \frac{5 - \Theta - 3\Theta^2 - \Theta^3}{1 + 3\Theta + 3\Theta^2 + \Theta^3} + \frac{16\pi^2 v^2 h^4}{\left(-\Theta \right)^4} = \sigma_x^2 \frac{5 - \Theta - 3\Theta^2 - \Theta^3}{\left(+\Theta \right)^3} + \frac{16\pi^2 v^2 h^4}{\left(-\Theta \right)^4}.$$

Для оптимізації синтезованої системи ФАПЧ за критерієм мінімуму середньоквадратичної помилки про диференціюємо отриманий вираз та прирівняємо отриманий результат до нуля:

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial \Theta} = -4\sigma_x^2 \frac{4 + \Theta}{\left(+\Theta \right)^4} + 4 \frac{16\pi^2 v^2 h^4}{\left(-\Theta \right)^5} = 0. \quad \text{У результаті отримуємо вираз, розв'язання якого після підстановки}$$

конкретних значень дозволяє визначити оптимальні значення коренів характеристичного рівняння Θ :

$$\left(+\Theta \right) \left(-\Theta \right)^5 = \frac{16\pi^2 v^2 h^4}{\sigma_x^2} \left(+\Theta \right)^4, \quad \Theta \neq \pm 1. \quad (5)$$

Підставивши в отримане рівняння (5) дисперсію вхідного сигналу $\sigma_x^2 = 10^{-3}$, період квантування $h = 0,00001\text{с}$, швидкість зміни частоти $\nu = 1 \frac{\text{А} \ddot{\theta}}{\text{н}}$, та обравши з отриманих коренів лише дійсні, що задовольняють умовам стійкості та можливості фізичної реалізації, отримуємо розв'язок $\Theta = 0,998$,

при якому середньоквадратична помилка приймає значення $\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_{\Sigma}^2} = 1,4708 \cdot 10^{-3}$. Для об'єктивної оцінки отриманого значення обчислено середньоквадратичну помилку в системі ФАПЧ з диференціальним зв'язком, еквівалентній комбінованій, зв'язок по задаючій дії в якій синтезований із умови підвищення порядку астатизму [5], при тих же параметрах: $\varepsilon_x = 2,8816 \cdot 10^{-3}$. В синтезованій системі ФАПЧ

середньоквадратична помилка менше в $\frac{\varepsilon_k}{\varepsilon} = \frac{2,8816 \cdot 10^{-3}}{1,4708 \cdot 10^{-3}} = 1,9592$ раза. Графіки середньоквадратичної помилки в обох систем ФАПЧ при вказаних параметрах надані на рисунку 1.

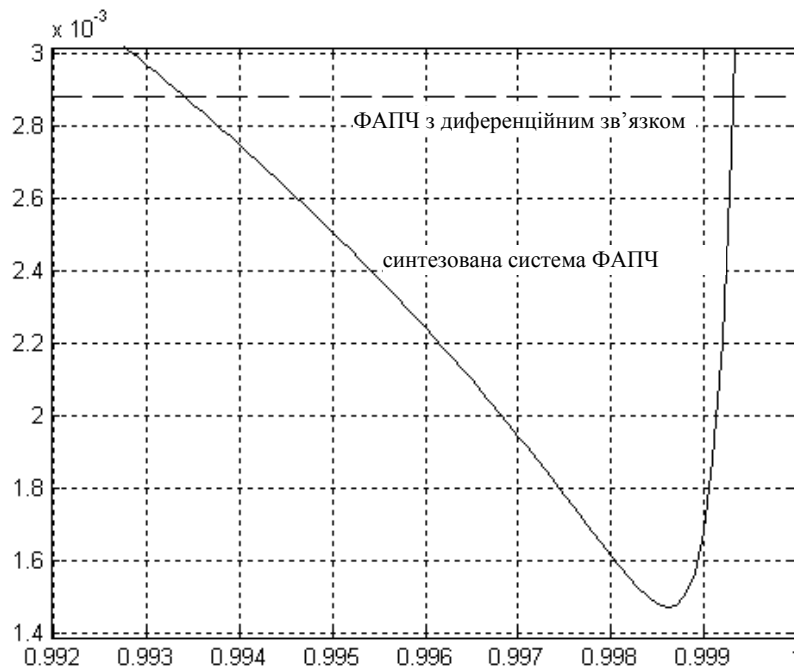


Рис. 1. Порівняння середньоквадратичної помилки систем ФАПЧ з диференціальним зв'язком та синтезованої системи

З графіка видно, що рівність середньоквадратичної помилки в обох системах ФАПЧ досягається при $\Theta = 0,9934$ та при $\Theta = 0,9993$. При виборі Θ в діапазоні від 0,9934 до 0,9993 середньоквадратична помилка в синтезованій системі ФАПЧ менше, ніж в ФАПЧ з диференційним зв'язком, еквівалентній комбінованій. Як і було розраховано аналітично, оптимальним значенням Θ для мінімізації середньоквадратичної помилки в синтезованій системі ФАПЧ є $\Theta = 0,9986$, при якому вона менша, ніж в ФАПЧ з диференційним зв'язком в 1,9592 раза. На практиці вибір параметрів системи здійснюють на лише за критерієм мінімуму середньоквадратичної помилки, а з врахуванням вимог до перехідного процесу, що звичайно, призводить до збільшення середньоквадратичної помилки порівняно з розрахунковим значенням [5]. Враховуючи, що зі зменшенням Θ час перехідного процесу зменшується, в даному випадку значення коренів характеристичного рівняння Θ доцільно обирати в діапазоні від 0,9934 до 0,9986.

Висновки. Застосування методу синтезу дискретних систем оцінювання з управлінням процесом спостереження та методу синтезу цифрових алгоритмів управління та оцінювання для замкнених автоматичних систем за допомогою поліномів дозволяє побудувати цифрові системи ФАПЧ для демодуляції сигналів зв'язку високої точності. Можливість вибору коренів характеристичного рівняння дозволяє отримати як систему ФАПЧ, оптимальну за критерієм мінімуму середньоквадратичної помилки, так і здійснити компромісне налаштування з врахуванням перехідних процесів.

Список використаної літератури:

1. Склад Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б.Склад. – 2-ое изд. – М. : Вильямс, 2007. – 1104 с.
2. Айфичер Э.С. Цифровая обработка сигналов: практический подход / Э.С. Айфичер, Б.У. Девис. – М. : Вильямс, 2004. – 534 с.
3. Dean Banerjee. PLL Performance, Simulation and Design, Fourth Edition / Dean Banerjee [Електронний ресурс]. – 2006. – 344 р. – Режим доступу : <http://www.national.com/assets/en/boards/deansbook4.pdf>.
4. Otnes R. Improved receivers for digital High Frequency communications: Iterative channel estimation, equalization, and decoding (adaptive turbo equalization) / R.Otnes // Department of Telecommunications. Faculty of Information Technology, Mathematics and Electrical Engineering. Norwegian University of Science and Technology. – Trondheim, 2002. – 201 p.
5. Зайцев Г.Ф. Синтез следящих систем высокой точности / Г.Ф. Зайцев. – К. : Техніка, 1971. – 202 с.

6. *Пушкарєв Ю.А.* Анализ и синтез дискретных систем оценивания : метод. рекоменд. / *Ю.А. Пушкарєв.* – Житомир : ЖВУРЭ ПВО, 1989. – 326 с.
7. *Пушкарєв Ю.О.* Поліноміальний синтез алгоритмів управління на основі оцінювання для замкнених автоматичних систем / *Ю.О. Пушкарєв, Д.В. П'яковський, С.В. Водоп'ян* // Проблеми створення, випробування та експлуатації складних інформаційних систем космічного та наземного базування : зб. наук. пр. ЖВІРЕ. – 1999. – № 2. – С. 68–74.
8. *Водоп'ян С.В.* Поліноміальний синтез структури цифрових еквівалентних комбінованих систем фазової автопідстройки частоти для демодуляції фазоманіпульованих сигналів зв'язку / *С.В. Водоп'ян, Д.В. П'яковський, О.М. Романов* // Вісник ЖДТУ / Технічні науки. – 2009. – № 4 (51). – С. 124–129.
9. *Водоп'ян С.В.* Алгоритм цифрової еквівалентної комбінованої системи фазового автопідстроювання частоти для демодуляції сигналів з фазовою маніпуляцією / *С.В. Водоп'ян, Д.В. П'яковський, О.М. Романов* // Сучасний захист інформації : наук.-техн. журнал. – 2010. – № 2. – С. 72–80.
10. *Романов О.М.* Алгоритми оцінювання та управління цифрової еквівалентної комбінованої системи фазового автоматичного підстроювання частоти другого порядку астатизму / *О.М. Романов* // Системи управління, навігації та зв'язку. – 2011. – № 4 (20). – С. 294–297.
11. *Острём К.* Системы управления с ЭВМ / *К.Острём, Б.Виттенмарк* ; пер. с англ. ; под ред. *С.П. Чеботарева.* – М. : Мир, 1987. – 480 с.
12. *Пушкарєв Ю.А.* Основы автоматического управления систем радиоэлектронных средств : учеб. пособие / *Ю.А. Пушкарєв.* – Житомир : ЖВУРЭ ПВО, 1991. – 480 с.

КОВБАСЮК Сергій Валентинович – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник науково-дослідної лабораторії наукового центру Житомирського військового інституту імені С.П. Корольова Національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

- удосконалення алгоритмів функціонування складних інформаційних радіотехнічних систем;
- цифрова обробка сигналів.

ПАВЛЮК Володимир Володимирович – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, начальник науково-дослідної лабораторії наукового центру Житомирського військового інституту імені С.П. Корольова Національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

- удосконалення блоків та алгоритмів функціонування радіотехнічних систем;
- технічний аналіз та цифрова обробка сигналів систем радіозв'язку.

РОМАНОВ Олексій Миколайович – начальник центру військової частини А2299

Наукові інтереси:

- технічний аналіз сигналів систем радіозв'язку;
- удосконалення методів демодуляції фазоманіпульованих сигналів

Стаття надійшла до редакції 07.02.2013

Ковбасюк С.В., Павлюк В.В., Романов О.М. Вибір оптимальних параметрів системи фазового автоматичного підстроювання частоти з управлінням на основі оцінювання

Ковбасюк С.В., Павлюк В.В., Романов О.М. Выбор оптимальных параметров системы фазовой автоматической подстройки частоты с управлением на основе оценивания

Kovbasiuk S.V., Pavliuk V.V., Romanov O.M. Estimation-based control phase locked loop system parameters optimization

УДК 621.396

Выбор оптимальных параметров системы фазовой автоматической подстройки частоты с управлением на основе оценивания / С.В. Ковбасюк, В.В. Павлюк, О.М. Романов

Получено аналитические выражения для оптимизации систем фазовой автоматической подстройки частоты с управлением на основе оценивания, синтезированной с помощью полиномов, по критерию минимума среднеквадратической ошибки.

УДК 621.396

Estimation-based control phase locked loop system parameters optimization / S.V. Kovbasiuk, V.V. Pavliuk, O.M. Romanov

Analytical solution for Estimation-Based Control Phase Locked Loop System Parameters Optimization is obtained by root-mean-square criterion.