

УДК 622.1:55

Р.В. Соболевський, к.т.н., доц.
О.М. Толкач, аспір.

Житомирський державний технологічний університет

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕМПІРИЧНОГО ТА ТЕОРЕТИЧНОГО РОЗПОДІЛУ ЯКІСНИХ ПОКАЗНИКІВ ПІРОФІЛІТОВИХ СЛАНЦІВ КУР'ЯНІВСЬКОГО РОДОВИЩА

Проведено порівняльний аналіз емпіричного та нормального закону розподілу якісних показників пірофілітових сланців Кур'янівського родовища.

Постановка проблеми. Вивчення закономірностей змінності якісних показників пірофілітових сланців можливе шляхом їх геометризації. При цьому постає необхідність у проведенні попереднього статистичного аналізу основних показників якості. Одним із етапів аналізу є встановлення теоретичного закону розподілу величин, який характеризує досліджувану ознаку за емпіричним розподілом та перевірка гіпотези про однорідність вибірки. Зіставлення емпіричного та теоретичного розподілів дає можливість зробити висновок про відповідність розподілу якісних показників пірофілітових сланців нормальному закону.

Аналіз літературних джерел. Порівняльний аналіз результатів спостережень вибірок проводять за допомогою критеріїв Пірсона [1], Колмогорова–Смірнова [1, 2], Шапіто–Уїлкса [3], Ліллієфорса [3, 4]. Найбільш практичним при цьому є критерій Колмогорова–Смірнова [5], який є схожим на критерій Пірсона, однак має інший алгоритм розрахунків та використовується для підтвердження гіпотези розподілу. Істотними його перевагами над іншими статистичними методами для узгодження закону розподілу є те, що не постає потреба у групуванні даних, існує можливість спостерігати за індивідуальними значеннями характеристик та застосовувати його для малої кількості вибірок. Для проведення наших досліджень застосуємо саме цей критерій.

Викладення основного матеріалу статті. У тесті Колмогорова–Смірнова як міру розбіжності між теоретичним та емпіричним розподілами розглядають максимальне значення абсолютної величини відмінності між емпіричною функцією розподілу $F_n(x)$ і відповідною теоретичною функцією розподілу $F(x)$ [2]:

$$D = \max_{-\infty \leq x \leq \infty} |F_n(x) - F(x)|, \quad (1)$$

де D – статистика критерію Колмогорова–Смірнова; $F_n(x)$ – емпірична функція розподілу; $F(x)$ – теоретична функція розподілу.

Доведено, що якою б не була функція розподілу $F(x)$ безперервної випадкової величини X , при необмеженому збільшенні кількості спостережень ($n \rightarrow \infty$) ймовірність нерівності $P(D\sqrt{n} \geq \lambda)$ прямує до межі:

$$P(\lambda) = 1 - \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1)^k e^{-2k^2\lambda^2}. \quad (2)$$

Відповідно при задаванні рівня значущості α із співвідношення $P(\lambda) = \alpha$ можна знайти відповідне критичне значення λ_α . Після визначення міри розбіжності між теоретичним та емпіричним розподілами D за формулою (1), визначається величина:

$$\lambda = \frac{D\sqrt{n}}{n}. \quad (3)$$

Якщо обчислене значення λ буде більше за критичне λ_α , визначеного на рівні значущості α , то нульова гіпотеза H_0 про те, що випадкова величина X має заданий закон розподілу, відхиляється (односторонній критерій). Якщо $\lambda \leq \lambda_\alpha$, то вважається, що гіпотеза H_0 не суперечить даним, що досліджуються.

Рівняння кривої нормального розподілу:

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t_i - a)^2}{2\sigma^2}}, \quad (4)$$

де σ – середнє квадратичне відхилення; a – середнє арифметичне значення випадкової величини.

У роботі спочатку було графічно відтворено емпіричні функції розподілу і припущені теоретичні функції розподілу. На рисунках 1 та 2 зображено гістограми розподілу класифікаційних показників, побудованих за даними опробування [6] із відображенням кривих нормального розподілу.

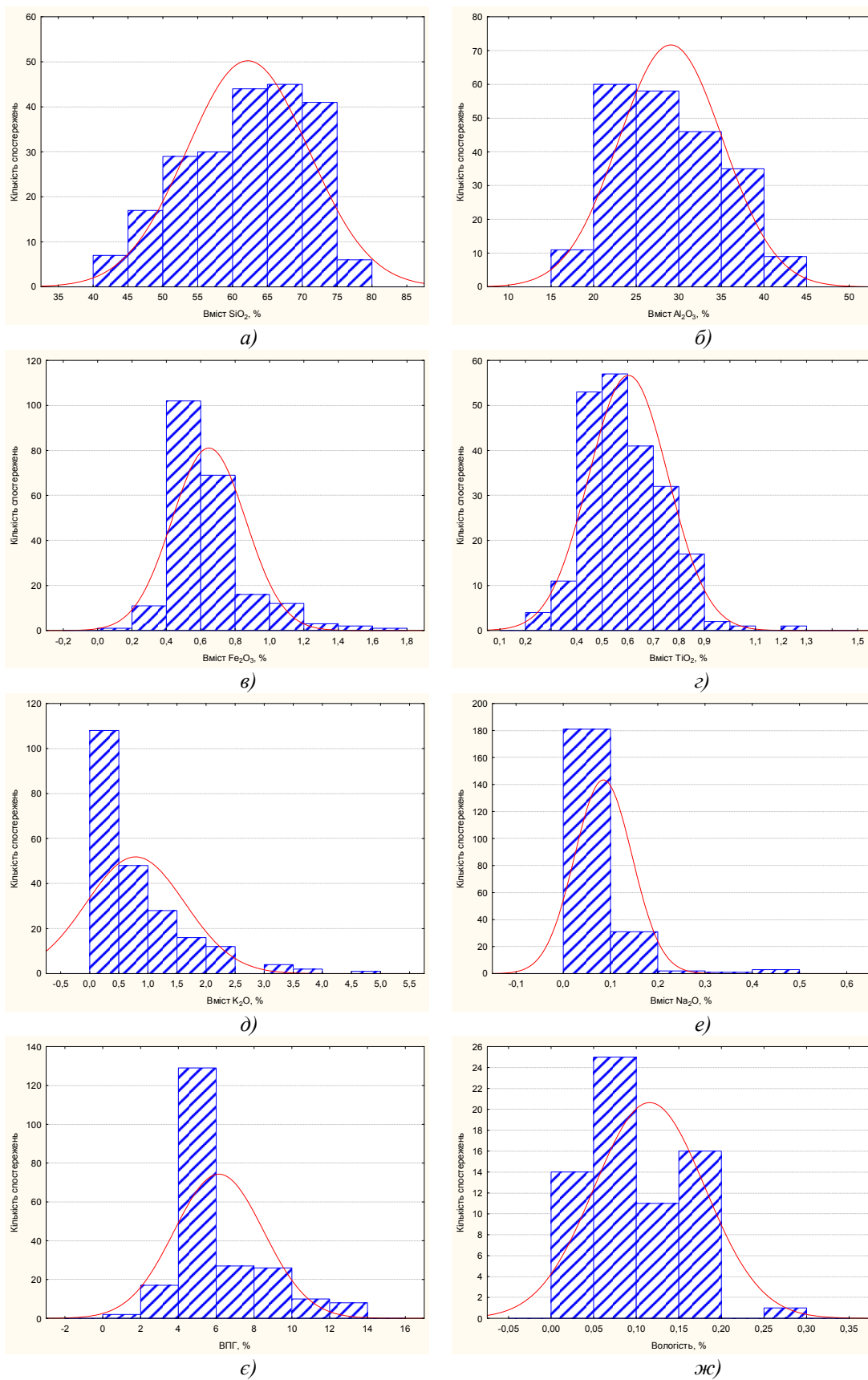


Рис. 1. Гістограми розподілу класифікаційних показників за вмістом SiO_2 (а), Al_2O_3 (б), Fe_2O_3 (в), TiO_2 (г), K_2O (д), Na_2O (е); втрати при гартуванні (є) та вологістю (ж)

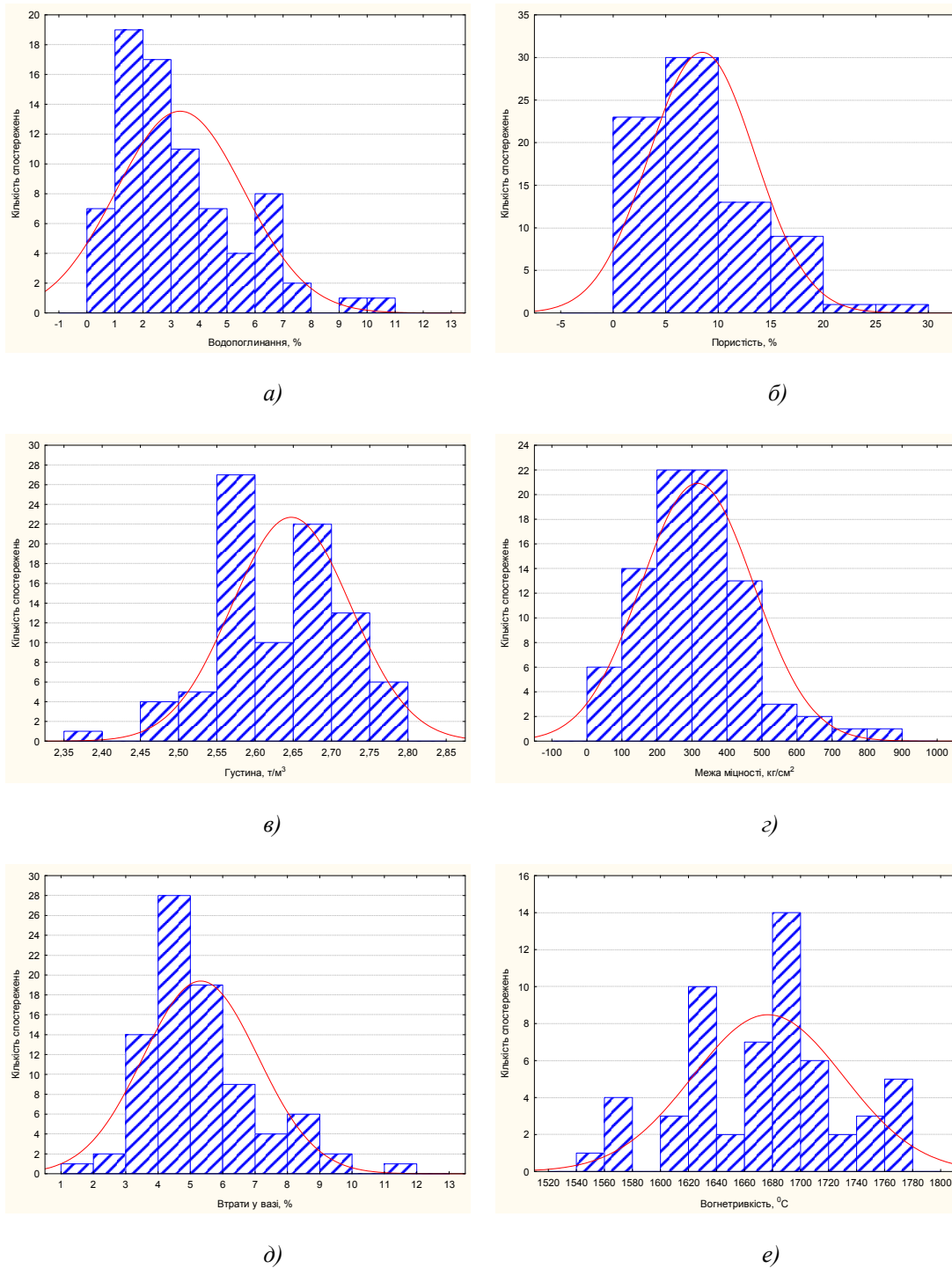


Рис. 2. Гістограми розподілу класифікаційних показників за водопоглинанням (а), пористістю (б), густиною (в), міцністю (г), втратами у вазі (д) та вогнетривкістю (е)

Із графічного аналізу (рис. 1, 2) видно, що найбільшу однорідність вибірки мають такі показники якості пірофілітових сланців, як вміст SiO_2 , Al_2O_3 , TiO_2 , втрати при гартуванні (ВПГ), межа міцності, вогнетривкість, втрати у вазі. Зона розсіювання частот даних класифікацій є вузькою, а також вершини частот гістограм розміщені наближено до кривої Гауса. Спостерігається певна симетричність у розподілі зазначених вище класифікацій та найбільша кількість ознак відповідає середнім значенням показників.

Також встановлено, що середнє значення межі міцності на стиск пірофілітового сланцю згідно з нормальним розподілом становить близько 300 кг/см², вміст SiO_2 – 62,5 %, Al_2O_3 – 29 %, TiO_2 – 0,6 %. При підтвердженні нормальності розподілу можна буде робити попередню якісну оцінку геохімічного поля

родовища за наведеними статистичними показниками.

Якщо при визначених значеннях ймовірності розподілу p в тесті Колмогорова–Смірнова $p < 0,05$ значно відрізняються від нормальних, то розподіли відносяться до різних статистичних сукупностей. У цьому випадку гіпотеза H_0 відхиляється. Якщо ймовірність p перевищує $0,05$, то розбіжності носять випадковий характер і вибірки відносяться до однорідних статистичних сукупностей. У цьому випадку розбіжність між теоретичним та емпіричним розподілами є несуттєвою, відповідно гіпотеза H_0 не суперечить емпіричним даним [1, 3].

Попередню оцінку емпіричних та теоретичних розподілів показано в таблиці 1.

Таблиця 1

Оцінка емпіричних та теоретичних розподілів класифікаційних показників

Показник	Кількість проб	Тест Колмогорова–Смірнова		Критичне значення критерію D_{\max}
		критерій узгодження, D	ймовірність критерію, p	
Вміст SiO_2	219	0,080	<0,15	0,110
Вміст Al_2O_3	219	0,078	<0,15	0,110
Вміст Fe_2O_3	217	0,136	<0,01	0,110
Вміст TiO_2	219	0,073	<0,20	0,110
Вміст K_2O	219	0,186	<0,01	0,110
Вміст Na_2O	218	0,225	<0,01	0,110
ВППГ	219	0,218	<0,01	0,110
Вологість	68	0,163	<0,10	0,195
Водопоглинання	77	0,146	<0,10	0,182
Пористість	77	0,122	<0,20	0,182
Густина	88	0,143	<0,10	0,172
Міцність	84	0,059	>0,20	0,177
Втрати у вазі	86	0,152	<0,05	0,176
Вогнетривкість	57	0,129	>0,20	0,216

Із проведеного вище аналізу випливає, що для різних якісних показників пірофілітових сланців Кур'янівського родовища виконана перевірка закону розподілу за тестом Колмогорова–Смірнова має неоднозначність оцінки. Більшість класифікаційних показників задовольняють нормальності розподілу, проте для вибірок малого об'єму (вогнетривкість, пористість, водопоглинання, міцність) зробити однозначний висновок не можна. Тому проведемо ще одну перевірку гіпотези нормальності розподілу класифікаційних показників за обчисленими значеннями асиметрії A та ексцесу E сукупності значень показника та їхніми похибками σ_A та σ_E [1, 3].

Якщо відношення $|A/\sigma_A| < 3$ та $|E/\sigma_E| < 3$, то закон розподілу вважаємо нормальним. Результати розрахунків наведено в таблиці 2.

Перевіркою нормальності розподілу класифікаційних показників якості пірофілітових сланців (табл. 2) встановлено, що розподіли таких показників як SiO_2 , Al_2O_3 , вологість, густина та вогнетривкість найбільш наближені до нормального закону, їх вибірки є відносно однорідними. Решта показників найменш задовольняють гіпотезі H_0 .

Таблиця 2

Перевірка нормальності розподілу

Показник	Кількість проб	Асиметрія A	Похибка σ_A	Ексцес E	Похибка σ_E	A/σ_A	E/σ_E
Вміст SiO_2	219	-0,373	0,164	-0,819	0,327	2,27	2,5

Вміст Al ₂ O ₃	219	0,209	0,164	-0,835	0,327	1,268	2,55
Вміст Fe ₂ O ₃	217	3,276	0,165	20,396	0,329	19,84	62,025
Вміст TiO ₂	219	0,648	0,164	1,262	0,327	3,94	3,85
Вміст K ₂ O	219	1,660	0,164	3,344	0,327	10,098	10,216
Вміст Na ₂ O	218	3,968	0,165	21,235	0,328	24,08	64,72
ВПГ	219	1,227	0,164	0,196	0,327	7,465	3,653
Вологість	68	0,225	0,291	-0,367	0,574	0,772	0,639
Водопоглинання	77	1,187	0,274	1,228	0,541	4,334	2,269
Пористість	77	1,048	0,274	1,120	0,541	3,825	2,068
Густина	88	-0,408	0,257	0,157	0,508	1,589	0,308
Міцність	84	0,800	0,263	1,155	0,520	3,046	2,222
Втрати у вазі	86	1,134	0,260	1,572	0,514	4,288	3,060
Вогнетривкість	57	-0,080	0,316	-0,471	0,623	0,080	0,756

Висновки. Таким чином, за виконаними дослідженнями, в результаті використання декількох тестів порівняння емпіричного та теоретичного (нормального) розподілів показників пірофілітових сланців Кур'янівського родовища можна зробити висновок, що розподіл класифікаційних показників деяких фізико-хімічних параметрів (SiO₂, Al₂O₃, вологість, густина та вогнетривкість) певною мірою підпорядковуються закону Гауса. Це дає можливість оцінювати показники якості та кількості сировини в межах родовища, а також, за наявності кореляційних зв'язків, визначати характеристику одного показника за іншим. Також вдалося встановити, що більшість вибірок є неоднорідними, що говорить про наявність у межах родовища різних технологічних сортів пірофілітових сланців.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Кремер Г.* Математические методы статистики / *Г.Кремер.* – М. : Мир, 1975. – 648 с.
2. *Поротов Г.С.* Математические методы моделирования в геологии : учебник / *Г.С.Поротов.* – СПб., 2006. – 223 с.
3. *Кобзарь А.И.* Прикладная математическая статистика / *А.И.Кобзарь.* — М. : Физматлит, 2006. — 238 с.
4. *Вуколов Э.А.* Основы статистического анализа. Практикум по статистическим методам и исследованию операций с использованием пакетов Statistica и Excel / *Э.А.Вуколов.* – М. : ИНФРА-М, 2004. – 464 с.
5. *Сученко В.Н.* Оценка основных геологических характеристик месторождений полезных ископаемых / *В.Н.Сученко* // Основы горнопромышленной геологии. – М. : МГИ, 1990. – С. 132–134.
6. *Лукашенко Н.Г.* Переоценка запасов пиррофиллитового сланца Курьяновского месторождения (I–V ч.) / *Н.Г.Лукашенко.* – Володарск-Волынский : Геолого-разведочная экспедиция, 1990. – 167 с.

СОБОЛЕВСЬКИЙ Руслан Вадимович – кандидат технічних наук, доцент, заступник завідувача кафедри маркшейдерії Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- маркшейдерія;
- технологія видобування декоративного каменю.

ТОЛКАЧ Олександр Миколайович – аспірант кафедри геотехнологій ім. проф. М.Т. Бакка Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- маркшейдерія;
- технологія видобування корисних копалин.

Подано 09.11.2011