

УДК 621.397.77

Н.М. Карашук, викл.

Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова
Національного авіаційного університету

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ КРИТИЧНОЇ ДОВЖИНИ ХВИЛІ ВІД КОНФІГУРАЦІЇ ТА ПАРАМЕТРІВ ДІЕЛЕКТРИКІВ НЕОДНОРІДНОГО КОАКСІАЛЬНОГО КАБЕЛЮ

(Представлено д.т.н., проф. Манойловим В.П.)

Запропоновано метод розрахунку хвиль електричного і магнітного типів у неоднорідному коаксіальному хвилеводі з двома шарами діелектрика. Отримано криві критичних умов для хвиль типів A_{01} , H_{01} .

Постановка проблеми у загальному вигляді. Отримують застосування неоднорідні у поперечному перетині металодіелектричні хвилеводи. Це пов'язано з тим, що неоднорідне заповнення дозволяє суттєво розширити можливості хвилеводних систем, підвищити технічні характеристики пристроїв НВЧ, що виконуються на їх основі, а також створити принципово нові функціональні пристрої [2, 7, 10].

Конфігурація і вид заповнення суттєво впливає на особливості електромагнітних процесів в екранованих хвилеводах і часто обумовлює виникнення принципово нових фізичних явищ [2, 8, 6]. Неоднорідне заповнення хвилеводів призводить до складних змін спектра власних хвиль.

Розрахунок структури поля хвиль вищих типів та визначення залежності критичної довжини хвилі від параметрів і конфігурації діелектриків передбачає застосування необхідних методичних і математичних підходів. Тому розробка методу аналізу розрахунку ЕМП таких хвилеводів та визначення діаграм критичних умов хвиль є актуальною задачею.

Аналіз останніх досліджень. Розрахунок складових поля хвиль електричного та магнітного типів у неоднорідних хвилеводах та діаграмах критичних умов проводиться різними методами: методом власних функцій, точним граничним методом, другим наближеним методом, основою якого є варіаційні принципи та ін. Вказані методи електродинамічного розрахунку або безпосередньо, або за своєю ідеєю можуть бути використані при дослідженні частково заповнених хвилеводів [1, 9, 5].

Постановка задачі дослідження. Геометрія системи така (рис. 1).

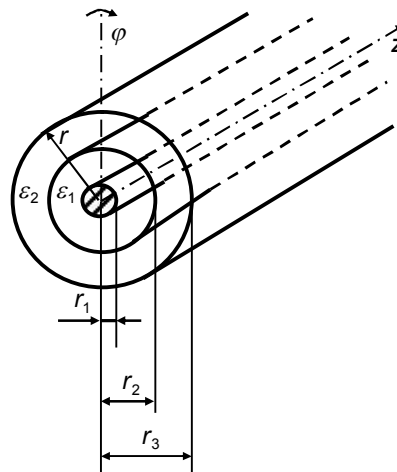


Рис. 1. Неоднорідний коаксіальний хвилевід із двома шарами діелектрика

На рисунку 1 маємо: r, φ, z – циліндрична система координат; r_1 – радіус центрального металевого провідника коаксіального кабелю; r_2, r_3 – радіуси першого та другого шарів діелектриків; ϵ_1, ϵ_2 – відносні діелектричні проникності першого та другого шарів діелектриків.

Аналіз хвиль у хвилеводах проводиться при розв'язку рівнянь Гельмгольца:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \dot{A} + k^2 \dot{E} &= 0; \\ \nabla^2 \dot{H} + k^2 \dot{H} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де k – власні числа мембранного рівняння, $\nabla^2 U = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$ – для циліндричної системи координат.

Необхідно провести розрахунок складових поля хвиль електричного типу, хвилі типу A_{01} , у неоднорідному коаксіальному хвилеводі з двома шарами діелектрика (рис. 1). Побудувати криві критичних умов для симетричних хвиль A_{mn} і H_{mn} , та несиметричних хвиль і провести їх аналіз.

Метод передбачає наступну схему розрахунків. Спочатку визначають нормальні хвилі двох гіпотетичних хвилеводів, заповнених різними діелектриками. Це стає можливим при заміні поверхні межі розподілу металевою стінкою і шаром магнітного струму при рішенні рівнянь Максвелла в одній області, а потім заміною тієї ж поверхні магнітним екраном і шаром електричного струму при рішенні граничної задачі у другій області.

У математичному сенсі – це еквівалентно перетворенню однорідного диференціального рівняння з неоднорідними граничними умовами в неоднорідне диференціальне рівняння з однорідними граничними умовами.

Потім розповсюдження комбінованого процесу досліджують шляхом розглядання зв'язку між двома сукупностями типів хвиль.

Викладення основного матеріалу

Розв'язання рівнянь Гельмгольца (1) виконано відповідно до методу Фур'є [4].

Отримані повздовжні складові поля, функції \dot{A}_z і \dot{H}_z , з певною мірою невизначеності:

$$\dot{E}_z = \{ \dot{C}_1 \cdot J_n(gr) + \dot{C}_2 \cdot N_n(gr) \} \cos(n\varphi), \tag{2}$$

$$\dot{H}_z = \{ \dot{C}_3 \cdot J_n(gr) + \dot{C}_4 \cdot N_n(gr) \} \sin(n\varphi), \tag{3}$$

де $C_1 = A \cdot C, C_2 = B \cdot C$; A, \dot{A}, C – постійні інтегрування, можуть мати різні значення, у тому числі, дійсні й уявні, залежно від умов задачі, що розв'язуються; $J_n(gr)$ – функція Бесселя першого роду порядку n , n визначає кількість варіацій поля по куту φ ; $N_n(gr)$ – функція Бесселя другого роду порядку n , або Неймана порядку n , n визначає кількість варіацій поля по куту φ .

З урахуванням рівнянь Максвелла поперечні складові поля $\dot{E}_r, \dot{E}_\varphi, \dot{H}_r, \dot{H}_\varphi$ можна виразити через повздовжні, тобто \dot{E}_z, \dot{H}_z , а саме [3]:

$$\begin{aligned} \dot{E}_r &= -\frac{j\gamma}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} - j \frac{\omega\mu}{g^2 r} \cdot \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi}; \\ \dot{H}_r &= \frac{j\omega\varepsilon}{g^2 r} \cdot \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} - j \frac{\gamma}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r}; \\ \dot{E}_\varphi &= -\frac{j\gamma}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi} - j \frac{\omega\mu}{g^2 r} \cdot \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r}; \\ \dot{H}_\varphi &= -\frac{j\omega\varepsilon}{g^2 r} \cdot \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} - j \frac{\gamma}{g^2 r} \cdot \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi}. \end{aligned} \tag{4}$$

Враховуючи граничні умови $\dot{E}_z = 0 \Big|_{r=r_3}, \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} = 0 \Big|_{r=r_1, r=r_2}$, потрібно отримати вирази для повздовжніх складових електричного та магнітного полів для двох областей: для першої – $r_1 \leq r \leq r_2$, для другої – $r_2 \leq r \leq r_3$.

Прирівняємо (2) до нуля при $r = r_1$ і запишемо вираз повздовжньої складової електричного поля \dot{E}_z , для першої області – $r_1 \leq r \leq r_2$:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{z1} &= \{ \dot{C}_1 \cdot J_n(g_1 r_1) + \dot{C}_2 \cdot N_n(g_1 r_1) \} \cos(n\varphi), \\ \dot{C}_1 \cdot J_n(g_1 r_1) + \dot{C}_2 \cdot N_n(g_1 r_1) &= 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Виразимо зв'язки значення коефіцієнта \dot{N}_2 , підставимо його в (5), тоді:

$$\dot{N}_2 = -\dot{N}_1 \frac{J_n(g_1 r_1)}{N_n(g_1 r_1)},$$

$$\dot{C}_1 \cdot J_n(g_1 r_1) - \tilde{N}_1 \frac{J_n(g_1 r_1)}{N_n(g_1 r_1)} \cdot N_n(g_1 r) = 0.$$

Введемо позначення:

$$J_n(g_1 r_1) - \tilde{N}_1 \frac{J_n(g_1 r_1)}{N_n(g_1 r_1)} \cdot N_n(g_1 r) = L_{n1}(g_1 r),$$

тоді

$$\dot{E}_{z1} = \tilde{N}_1 \cdot L_{n1}(g_1 r) \cos(n\varphi). \tag{6}$$

Аналогічно вираз для повздовжньої складової електричного поля \dot{A}_z для другої області $-r_2 \leq r \leq r_3$ при $r = r_3$ буде:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{z2} &= \left\{ \dot{C}_1 \cdot J_n(g_2 r_3) + \dot{C}_2 \cdot N_n(g_2 r_3) \right\} \cos(n\varphi); \\ J_n(g_2 r) - \tilde{N}_1 \frac{J_n(g_2 r_3)}{N_n(g_2 r_3)} \cdot N_n(g_2 r) &= L_{n2}(g_2 r); \\ \dot{E}_{z2} &= \tilde{N}_1 \cdot L_{n2}(g_2 r) \cos(n\varphi). \end{aligned} \tag{7}$$

Для магнітного поля до виразу (3) застосувати граничну умову $\left. \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} = 0 \right|_{r=r_1, r=r_2}$, тоді для першої області $-r_1 \leq r \leq r_2$ повздовжня складова буде:

$$\dot{I}_{z1} = \tilde{N}_3 \cdot \dot{I}_{n1}(g_1 r) \sin(n\varphi), \tag{8}$$

де $M_{n1}(g_1 r) = J_n(g_1 r) - \tilde{N}_1 \frac{J_n'(g_1 r_1)}{N_n'(g_1 r_1)} \cdot N_n(g_1 r)$.

Для другої області $-r_2 \leq r \leq r_3$:

$$\dot{I}_{z2} = \tilde{N}_3 \cdot \dot{I}_{n2}(g_2 r) \sin(n\varphi), \tag{9}$$

де $M_{n2}(g_2 r) = J_n(g_2 r) - \tilde{N}_1 \frac{J_n'(g_2 r_3)}{N_n'(g_2 r_3)} \cdot N_n(g_2 r)$.

Для першої області всі компоненти поля хвилі електричного типу:

$$\begin{aligned} \dot{E}_r &= -j\tilde{N}_1 \frac{j\gamma}{g_1^2} \cdot \left(\frac{\partial L_{n1}(g_1 r)}{\partial r} \right) \cos(n\varphi) - j\dot{C}_3 \frac{\omega\mu_1 n}{g_1^2 r} M_{n1}(g_1 r) \cos(n\varphi), \\ \dot{H}_r &= -j\tilde{N}_1 \frac{j\omega\varepsilon_1 n}{g_1^2} \cdot L_{n1}(g_1 r) \sin(n\varphi) - j\dot{C}_3 \frac{\gamma}{g_1^2} \cdot \left(\frac{\partial M_{n1}(g_1 r)}{\partial r} \right) \sin(n\varphi), \\ \dot{E}_\varphi &= -j\tilde{N}_1 \frac{n\gamma}{g_1^2 r} \cdot L_{n1}(g_1 r) \sin(n\varphi) + j\dot{C}_3 \frac{\omega\mu_1}{g_1^2 r} \cdot \left(\frac{\partial M_{n1}(g_1 r)}{\partial r} \right) \sin(n\varphi), \\ \dot{H}_\varphi &= -j\tilde{N}_1 \frac{j\omega\varepsilon_1}{g_1^2} \left(\frac{\partial L_{n1}(g_1 r)}{\partial r} \right) \cos(n\varphi) - j\dot{C}_3 \frac{\gamma n}{g_1^2 r} \cdot M_{n1}(g_1 r) \cos(n\varphi). \end{aligned} \tag{10}$$

Для другої області:

$$\begin{aligned} \dot{E}_r &= -j\tilde{N}_1 \frac{j\gamma}{g_2^2} \cdot \left(\frac{\partial L_{n2}(g_2 r)}{\partial r} \right) \cos(n\varphi) - j\dot{C}_3 \frac{\omega\mu_2 n}{g_2^2 r} M_{n2}(g_2 r) \cos(n\varphi), \\ \dot{H}_r &= -j\tilde{N}_1 \frac{j\omega\varepsilon_2 n}{g_2^2} \cdot L_{n2}(g_2 r) \sin(n\varphi) - j\dot{C}_3 \frac{\gamma}{g_2^2} \cdot \left(\frac{\partial M_{n2}(g_2 r)}{\partial r} \right) \sin(n\varphi), \\ \dot{E}_\varphi &= -j\tilde{N}_1 \frac{n\gamma}{g_2^2 r} \cdot L_{n2}(g_2 r) \sin(n\varphi) + j\dot{C}_3 \frac{\omega\mu_2}{g_2^2 r} \cdot \left(\frac{\partial M_{n2}(g_2 r)}{\partial r} \right) \sin(n\varphi), \\ \dot{H}_\varphi &= -j\tilde{N}_1 \frac{j\omega\varepsilon_2}{g_2^2} \left(\frac{\partial L_{n2}(g_2 r)}{\partial r} \right) \cos(n\varphi) - j\dot{C}_3 \frac{\gamma n}{g_2^2 r} \cdot M_{n2}(g_2 r) \cos(n\varphi). \end{aligned} \tag{11}$$

Вимагаючи неперервності тангенціальних складових векторів \dot{I} і \dot{A} на межі розподілу середовищ, можна прирівняти обидва вирази \dot{A}_φ і \dot{H}_φ при $r = r_2$. Це дає змогу отримати трансцендентне рівняння, розв'язавши яке, при певних вхідних даних, можна знайти критичну довжину хвилі λ_k .

Компоненти поля для хвиль магнітного типу для двох областей визначаються аналогічно за такою ж методикою.

Прирівняємо $\dot{H}_{\varphi^2} = \dot{I}_{\varphi^2}$, маємо:

$$\begin{aligned} & -j\tilde{N}_1 \frac{j\omega\varepsilon_1}{g_1^2} \left(\frac{\partial L_{n1}(g_1 r_2)}{\partial r} \right) \cos(n\varphi) - j\tilde{C}_3 \frac{\gamma n}{g_1^2 r} \cdot M_{n1}(g_1 r_2) \cos(n\varphi) = \\ & = -j\tilde{N}_1 \frac{j\omega\varepsilon_2}{g_2^2} \left(\frac{\partial L_{n2}(g_2 r_2)}{\partial r} \right) \cos(n\varphi) - j\tilde{C}_3 \frac{\gamma n}{g_2^2 r} \cdot M_{n2}(g_2 r_2) \cos(n\varphi) \end{aligned} \quad (12)$$

Розв'язавши трансцендентне рівняння (12), можна отримати граничну H -умову для хвиль типів \dot{A}_{01} , H_{01} , \dot{A}_{11} .

Прирівняємо $\dot{A}_{\varphi^2} = \dot{A}_{\varphi^3}$, та вирішивши трансцендентне рівняння, отримаємо граничну E -умову для хвиль E_{01} , H_{01} , HE_{11} .

Розрахунок критичних параметрів двошарового коаксіального неоднорідного хвилеводу можна виконати за допомогою ЕОМ.

Діаграми критичних умов хвиль двошарового неоднорідного коаксіального хвилеводу для хвилі типу HE_{11} (рис. 2, а).

На рисунку 2, а по осі ординат вказані нормовані критичні довжини хвиль λ_{k0}/λ_k (λ_{k0} – критична довжина хвилі для хвилеводу, однорідно заповненого середовищем з діелектричною проникністю ε_2 , λ_k – критична довжина хвилі двошарового хвилеводу), по осі абсцис, відношення радіусів шарів діелектриків $r_2/r_3 = t$.

Отже залежність нормованих критичних довжин хвиль від параметра $r_2/r_3 = t$ при фіксованих значеннях $\varepsilon = \varepsilon_1/\varepsilon_2$ ($\varepsilon = 1; 2,5; 5; 8; 10; 12; 15; 20$).

При постійному значенні $\varepsilon = 2,5$ та при зміні відношень радіусів значення критичних довжин хвиль – $t_1 = 0,2$; $\lambda_{e0} = 0,94$; $t_2 = 0,8$; $\lambda_{e0} = 0,715$. Отже для несиметричної хвилі HE_{11} при зменшенні радіуса r_2 ($r_3 = \text{const}$) відбувається різке збільшення критичної довжина хвилі. При фіксованому радіусі $r_2 = \text{const}$ збільшення радіуса r_3 другого шару діелектрика призводить до зменшення критичної довжини хвилі.

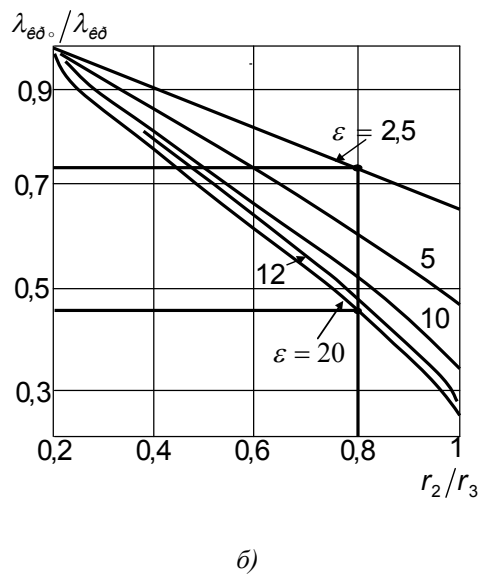
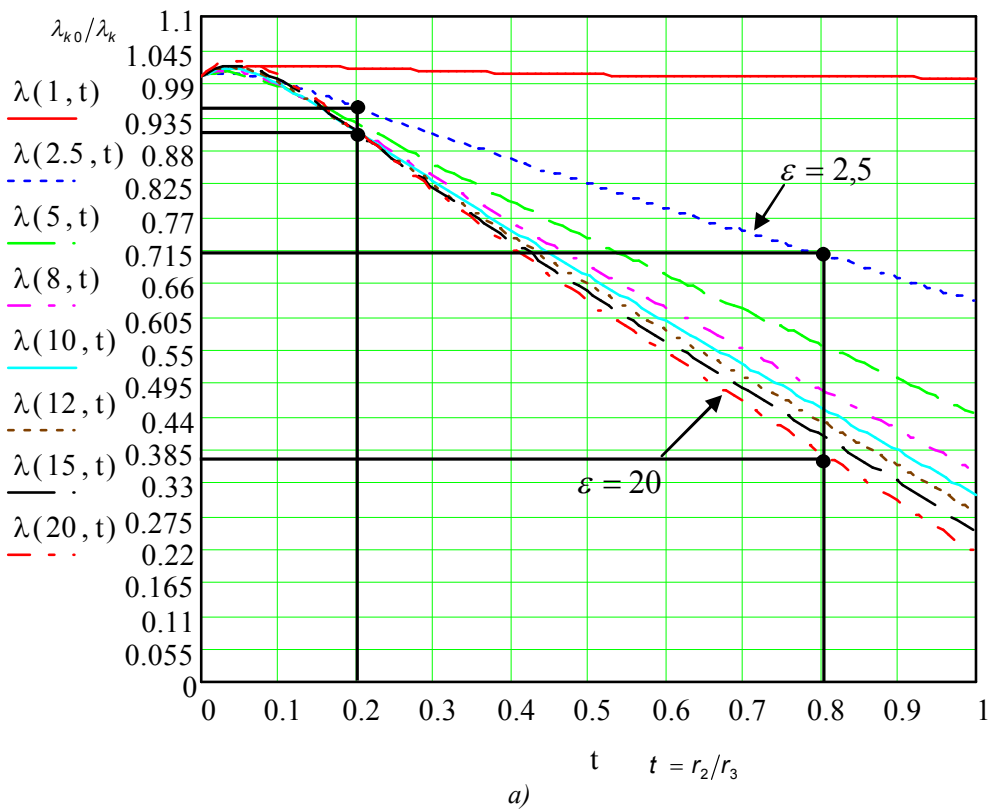


Рис. 2. Діаграми критичних умов хвилі HE_{11} двошарового коаксіального хвильоводу з центральним металевим провідником (а), діаграми критичних умов із [2] (б)

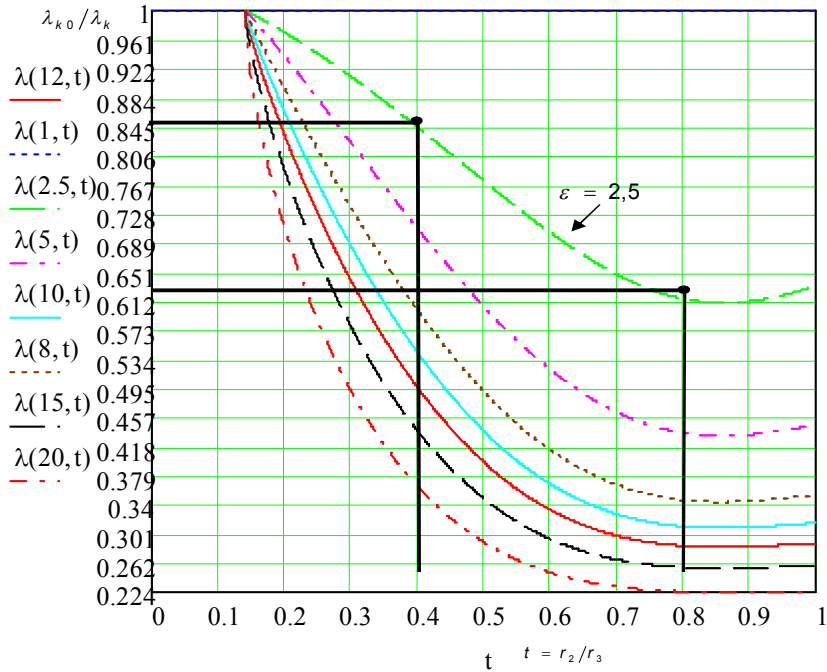
Залежність критичної довжини хвилі від діелектричної проникності така. Для $t_1 = 0,2$; $\lambda_{\epsilon\delta 0} = 0,94$ при $\epsilon = 2,5$ та $t_1 = 0,2$; $\lambda_{\epsilon\delta 0} = 0,9$ при $\epsilon = 20$. Для значення $t_2 = 0,8$; $\lambda_{\epsilon\delta 0} = 0,715$ при $\epsilon = 2,5$ та $t_2 = 0,8$; $\lambda_{\epsilon\delta 0} = 0,385$ при $\epsilon = 20$. У двох випадках при збільшенні діелектричної проникності критична довжина хвилі зменшується, проте при більшому значенні ϵ зменшення критичної довжини хвилі більш різке. Отже збільшення діелектричної проникності ϵ при незмінних розмірах коаксіального хвильоводу

призводить до зменшення критичної довжини хвилі, збільшення критичної частоти, звідси робочої частоти хвилеводу.

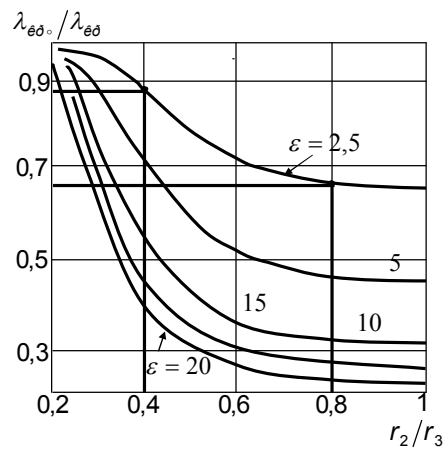
Для перевірки правильності проведених розрахунків та отриманих графіків критичних умов для хвилі типу HE_{11} проведено порівняння з результатами [2] (рис. 2, б).

Результати розрахунків співпадають, отже застосування методу, що пропонується для визначення складових поля хвиль електричного і магнітного типів та отримання H і E критичних умов є ефективним.

На рисунку 3, а зображені діаграми критичних умов хвиль двошарового неоднорідного коаксіального хвилеводу для хвилі типу H_{01} .



а)



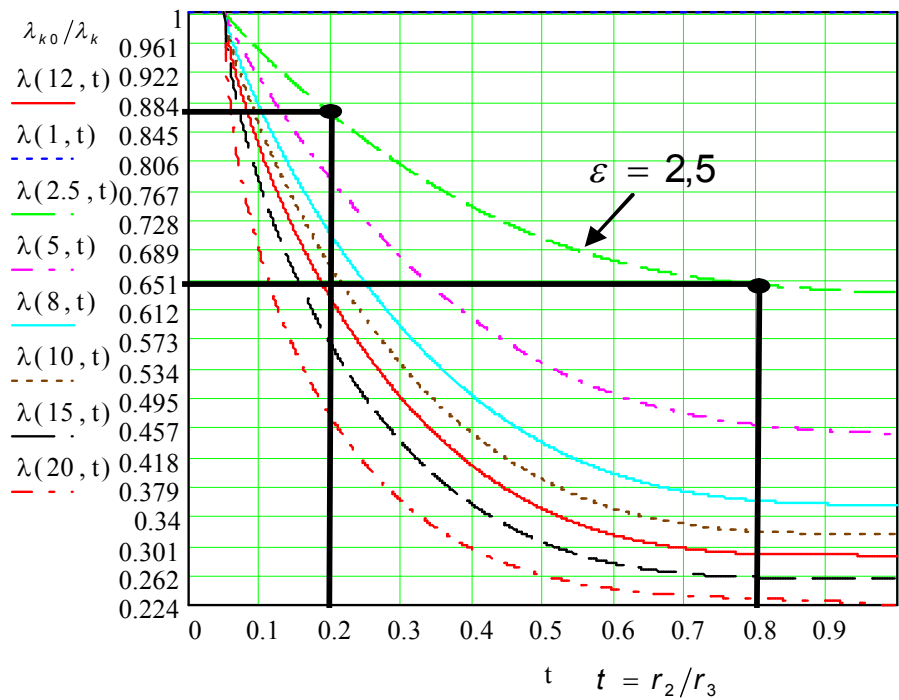
б)

Рис. 3. Діаграми критичних умов хвилі H_{01} двошарового коаксіального хвилеводу з центральним металевим провідником (а), діаграми критичних умов із [2] (б)

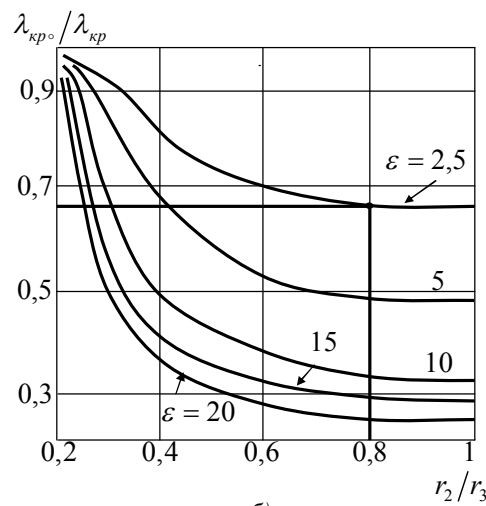
Основні закономірності зміни кривих критичних умов для хвилі типу $E_{H_{11}}$ залишаються такими, як і для хвилі типу H_{01} . Зокрема значення залежності критичної довжини хвилі від розмірів шарів діелектриків становить $\varepsilon = 2,5$, тоді $t_1 = 0,4$; $\lambda_{\varepsilon\delta} = 0,845$; $t_2 = 0,8$; $\lambda_{\varepsilon\delta} = 0,612$.

Порівняно з результатами [2] (рис. 2, б), вони збігаються.

Діаграми критичних умов хвиль двошарового круглого коаксіального хвилеводу для хвилі типу E_{01} представлено на рисунку 4, а.



а)



б)

Рис. 4. Діаграми критичних умов хвилі E_{01} двошарового коаксіального хвилеводу з центральним металевим провідником (а), діаграми критичних умов із [2] (б)

При постійному значенні $\varepsilon = 2,5$ та при зміні відношень радіусів значення критичних довжин хвиль – $t_1 = 0,2$; $\lambda_{\varepsilon\delta} = 0,87$; $t_2 = 0,8$; $\lambda_{\varepsilon\delta} = 0,651$.

Криві критичних умов хвилі типу E_{01} показують, що при збільшенні діелектричної проникності шару діелектрика $(r_2 - r_1)$ $\varepsilon = 20$ для фіксованого відношення $\frac{r_2}{r_3}$, критична довжина хвилі зменшується, що збільшує критичну частоту робочу частоту хвилеводу відповідно.

Результати розрахунків співпадають з результатами [2] (рис. 4, б).

Висновки. За допомогою методу основанийого на принципі зв'язаних хвиль отримано складові хвиль електричного типу у коаксіальному неоднорідному хвилеводі, побудовано криві критичних умов хвиль типів HE_{11} , H_{01} , E_{01} , які відповідають кривим критичних умов [2]. Областю застосування отриманих результатів є застосування методики розрахунку критичних умов для хвиль електричного і магнітного типів у неоднорідних хвилеводах з метою аналізу отримання розширення робочого діапазону частот у навчальному процесі ВУЗів.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Егоров Ю.В.* Частично заполненные прямоугольные волноводы / *Ю.В. Егоров.* – М. : Сов. радио, 1966. – 216 с.
2. *Веселов Г.И.* Слоистые металлодиэлектрические волноводы / *Г.И. Веселов, С.Б. Раевский.* – М. : Радио и связь, 1988. – 248 с.
3. *Воропаев Ю.П.* Электродинамика и техника СВЧ. Ч. II. Техника СВЧ / *Ю.П. Воропаев, О.А. Юрцев.* – М. : Военное издательство, 1985. – 255 с.
4. *Федоров Н.Н.* Основы электродинамики : учеб. пособие для вузов / *Н.Н. Федоров.* – М. : Высш. школа, 1980. – 399 с.
5. *Веселов Г.И.* Метод частичных областей для дифракционных задач с некоординатными границами / *Г.И. Веселов, В.М. Темнов* // Изв. вузов СССР. Радиофизика. – 1984. – Т. 27, № 7. – С. 919–924.
6. *Веселов Г.И.* О дисперсионных свойствах двухслойного экранированного круглого волновода и комплексных волнах в нем / *Г.И. Веселов, П.Е. Краснушкин* // Докл. АН СССР. – 1981. – Т. 260, № 3. – С. 576–579.
7. *Калмык В.А.* Симметричная E-волна в двухслойном круглом волноводе с резистивной пленкой между слоями / *В.А. Калмык, С.А. Маркова, С.Б. Раевский* // Радиотехника и электроника. – 1975. – Т. 20, № 7. – С. 1496–1498.
8. *Раевский С.Б.* Двухслойные цилиндрические волноводы с резистивными пленками / *С.Б. Раевский, Т.Н. Балабанова* // Изв. вузов СССР. Радиофизика. – 1982. – Т. 25, № 1. – С. 99–103.
9. *Сморгонский В.Я.* Расчет критических частот в частично заполненном эллиптическом волноводе / *В.Я. Сморгонский* // Радиотехника и электроника. – 1977. – Т. 22, № 11. – С. 2032–2037.
10. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны / *Л.А. Вайнштейн.* – М. : Советское радио, 1957.

КАРАЩУК Наталія Миколаївна – викладач кафедри радіотехнічних систем Житомирського військового інституту ім. С.П. Корольова Національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

- електродинаміка та техніка НВЧ;
- усунення неоднозначності визначення кутових координат в РЛС БО з синтезованою апертурою антени.

Подано 29.11.2011

