

### СИНТЕЗ ФІЛЬТРІВ, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ ПРИ СПЕКТРАЛЬНОМУ АНАЛІЗІ ШУМІВ І ВІБРАЦІЙ

*Розглянуто побудову апроксимації фільтрів на основі узагальненого критерію якості, що враховує сукупну мінімізацію втрат фільтра в передачі інтегральної потужності процесу в смузі пропускання та її просочування поза смугою пропускання.*

**Вступ.** Вимоги до фільтрів, що використовуються для спектрального аналізу шумів і вібрацій, наведені в ГОСТ 17168-82 (у редакції 2009 р.) [1] і міжнародному стандарті ІЕС61250:1995 [2].

Для максимального задоволення вимог до побудови таких фільтрів вводиться клас фільтрів, створених на основі узагальненого критерію якості, що враховує сукупну мінімізацію втрат фільтра в передачі інтегральної потужності процесу в смузі пропускання та її просочування поза смугою пропускання.

**Мета роботи.** У роботі [3] оцінюється якість використовуваної апроксимації НЧ-прототипів даних фільтрів за втратами в передачі середньої потужності процесу в смузі пропускання фільтра ( $q_1$ ) та її придушення поза смугою пропускання ( $q_2$ ):

$$q_1 = \int_0^{\omega_0} \frac{G_x(\omega) - G_y(\omega)}{G_x(\omega)} d\omega, \quad (1)$$

$$q_2 = \int_{\omega_0}^{\infty} \frac{G_y(\omega)}{G_x(\omega)} d\omega, \quad (2)$$

де  $G_x(\omega)$  – спектральна щільність потужності (СШП) вхідного процесу;  $G_y(\omega)$  – СШП на виході фільтра;  $\omega_0$  – частота зрізу фільтра нижніх частот (фільтра прототипу).

Для побудови оптимального фільтра, виходячи з (1) і (2), розглядається двокритерійна оптимізація цільових функціоналів:

$$q_i > \min, \quad i = 1, 2. \quad (3)$$

Використовуючи метод лінійної згортки і переходячи до функції, що характеризує фільтр [4], узагальнений критерій оптимальності для нормованої частоти  $\omega_0 = 1$  представимо у вигляді:

$$q_{\Sigma} = q_1 + q_2 = \int_0^1 \frac{|\varphi(j\omega)|^2}{1 + |\varphi(j\omega)|^2} d\omega + \int_1^{\infty} \frac{1}{1 + |\varphi(j\omega)|^2} d\omega \rightarrow \min, \quad (4)$$

де  $|\varphi(j\omega)|^2$  – квадрат модуля функції фільтрації.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Раніше, в роботі [5], був запропонований критерій оптимізації, придатний для згаданих вище фільтрів.

$$E_1 = \int_0^1 W(\omega) |\varphi(j\omega)|^2 d\omega \rightarrow \min. \quad (5)$$

Проте в ньому не враховується ступінь придушення середньої потужності процесу поза смугою пропускання і для спрощення процедури знаходження апроксимації фільтра зроблено припущення про невелику величину  $|\varphi(j\omega)|^2$  на більшій ділянці інтеграції в смузі пропускання, що вносить деяку похибку знаходження оптимуму, яку намагаються компенсувати введенням вагової функції  $W(\omega)$ .

Для реалізації фільтрів з максимальним придушенням поза смугою пропускання в роботі [6] був запропонований критерій:

$$E_2 = \int_1^{\infty} \frac{1}{1 + |\varphi(j\omega)|^2} d\omega \rightarrow \min. \quad (6)$$

Порівняно з цими двома критеріями, розглянутий вище узагальнений критерій універсальний і дозволяє отримати кращу апроксимацію.

**Викладення основного матеріалу.** З урахуванням вимог стандарту ІЕС61260:1995 і ГОСТ 17168-82 до амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) й ефективної ширини смуги пропускання ( $b_e$ ), розглянемо на основі узагальненого критерію (4) побудову фільтра, який при мінімальному порядку ( $n$ ) повністю відповідає вимогам до фільтрів даного типу.

Оскільки номінальне значення  $b_e$  прирівнюється до смуги пропускання фільтра  $b$ , то для ФНЧ-

прототипу з  $\omega_0 = 1$  величина  $b_e = 1$ . Можна показати, що при виконанні рівності  $b_e = 1$  виконується рівність  $q_1 = q_2$  і критерій (4) можна замінити на

$$q_1 = \frac{q_\Sigma}{2} = \int_0^1 \frac{|\varphi(j\omega)|^2}{1 + |\varphi(j\omega)|^2} d\omega \rightarrow \min. \quad (7)$$

У практиці даних видів вимірювань мають справу, як правило, зі смуговими фільтрами (СФ) 4–6-го порядків [1]. Тому за досліджувану модель можна обрати поліноміальний фільтр 4–6-го порядків квадратом модуля АЧХ вигляду:

$$|T(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + |\varphi(j\omega), \bar{c}|^2}, \quad (8)$$

де  $\bar{c}$  – вектор коефіцієнтів апроксимуючої функції.

Оскільки вимоги для всіх класів фільтрів за стандартом ІЕС61260:1995 і ГОСТ 17168-82 можна задовольнити, тільки використовуючи ПФ 6-го порядку, то нижче розглядатимемо побудову апроксимації такого фільтра. У загальному вигляді апроксимуюча функція НЧ-прототипу для такого фільтра матиме вигляд:

$$|T(j\omega)|^2 = A(\omega^2) = \frac{1}{1 + c_3\omega^6 + c_2\omega^4 + c_1\omega^2}. \quad (9)$$

Враховуючи викладене, розв'язуватимемо задачу оптимізації для цільової функції (7), представлені у вигляді:

$$q_1 = 1 - \int_0^1 A(\omega^2) d\omega = 1 - \int_0^1 \frac{d\omega}{1 + c_3\omega^6 + c_2\omega^4 + c_1\omega^2} = \min_{\bar{c}} \quad (10)$$

за умов

$$b_e = \int_0^\infty A(\omega^2) d\omega = 1; \quad (11)$$

$$c_3\omega^6 + c_2\omega^4 + c_1\omega^2 \geq 0 \quad \forall \omega \in [0, 1]; \quad (12)$$

$$\begin{cases} \sqrt{A(\omega_i^2)} \geq a_{ni} & (i = 1, 2, 3); \\ \sqrt{A(\omega_i^2)} \leq a_{ei} & (i = 1, 2, 3); \\ \sqrt{A(\omega_i^2)} \leq a_{zi} & (i = 4, 5, 6). \end{cases} \quad (13)$$

Тут  $a_{ni}$  і  $a_{ei}$  – нижні та верхні значення меж загасання у контрольних точках ( $i$ ) у смузі пропускання фільтра;  $a_{zi}$  – нижні значення меж загасання фільтра в смузі затримання.

Оскільки умови (13) накладають обмеження на порядок функції, то ми постаралися їх зняти шляхом використання в цільовій функції апроксимуючої функції з апріорно прийнятим мінімально допустимим порядком з подальшою перевіркою правильності ухваленого рішення.

Для апроксимуючої функції (9) за критерієм (10) при обмеженнях (11) і (12) прямим методом оптимізації був отриманий фільтр N3-типу. Апроксимуюча функція, побудована згідно з обмеженням (11), дозволяє отримати фільтр з нормованою величиною  $b_e$  відповідно до вимог стандартів. Реалізований фільтр матиме оптимальні метрологічні характеристики при вимірюванні дисперсії випадкових процесів у певній смузі частот.

У таблиці 1 наведені коефіцієнти апроксимуючої функції фільтра N3-типу. Там же наведені коефіцієнти для фільтра І3-типу та фільтра V3.

Апроксимація фільтра І3 будується з тими ж цільовою функцією (10) і обмеженнями (11)–(13), що й фільтр N3, але вводиться додаткове обмеження на загасання  $\Delta a$  на частоті зрізу фільтра  $\omega_0 = 1$ , рівне 3 дБ.

$$A(\omega_0^2) = 0,5. \quad (14)$$

Введення обмеження (14) пов'язане з тим, що в ряді випадків необхідне також вимірювання детермінованих процесів, а фільтри з нормованою  $b_e$  зазвичай мають  $\Delta a > 3$  дБ, що призводить до великих похибок вимірювань у цих випадках.

Для отримання апроксимації фільтра V3 при цільовій функції (10) знімається обмеження (10) на  $b_e$  і залишається обмеження (14) на загасання  $\Delta a$  на частоті зрізу.

Отримані фільтри за обмеженнями (13) задовольняють вимоги до фільтрів вищих класів стандартів (1) і (2).

Таблиця 1

Коефіцієнти апроксимації

Тип фільтра	$c_3$	$c_2$	$c_1$
N3	4,156	-3,739	0,841
I3	4,896	-5,367	1,471
V3	3,61	-3,42	0,809

У таблиці 2 наведені полюси апроксимуючих функцій НЧ-прототипів отриманих фільтрів N3, I3, і V3.

Таблиця 2

Полюси апроксимуючих функцій НЧ-прототипів фільтрів N3, I3 і V3

Полюс	N3	I3	V3
$p_1$	-0,603012	-0,538937	-0,616546
$p_{2,3}$	-0,301511±j0,850030	-0,269488±j0,875186	-0,308142±j0,871034

Параметри НЧ-прототипів розглянутих фільтрів наведені в таблиці 3. Там же представлені дані, отримані для апроксимуючих функцій НЧ-прототипів 3-го порядку, побудованих за апроксимаціями Батерворта (В), інверсною Чебишева (ІТ) [7], Папуліса (L) [8], поліноміальною монотонною в смузі пропускання Раковіча–Літовські (LSM) [9] і поліноміальною немонотонною у смузі пропускання Івановіча–Рабріновіча (J-R) [10]. Апроксимації фільтрів Раковіча–Літовські й Івановіча–Рабріновіча були отримані за критерієм оптимізації (5). Значення, наведені у верхньому рядку даних по кожній апроксимації, окрім запропонованих, набуті автором при виконанні обмеження по  $b_e$ , а в нижньому – при нормованій величині  $a$ . Величина  $\Delta a$  характеризує пульсацію АЧХ фільтра в смузі пропускання.

Таблиця 3

Параметри НЧ-прототипів фільтрів 3-го порядку

Вид фільтра	$q_1$	$q_2$	$q_\Sigma$	$b_e$	$\Delta a$ , дБ	$a$ , дБ
В	0,116	0,116	0,232	1,0	–	3,65
В	0,096	0,144	0,240	1,047	–	3,01
ІТ	0,115	0,115	0,230	1,0	–	3,65
ІТ	0,096	0,139	0,235	1,044	–	3,01
L	0,113	0,113	0,226	1,0	–	2,86
L	0,120	0,108	0,228	0,987	–	3,01
LSM	0,099	0,099	0,198	1,0	–	3,62
LSM	0,082	0,122	0,204	1,039	–	3,01
J-R	0,085	0,085	0,170	1,0	0,2	3,61
J-R	0,07	0,103	0,173	1,033	0,16	3,01
N3	0,084	0,084	0,168	1,0	0,24	3,54
I3	0,088	0,088	0,176	1,0	0,49	3,01
V3	0,073	0,098	0,171	1,025	0,24	3,01

У таблиці 3 не наведені дані для фільтрів з рівнохвильовою характеристикою в смузі пропускання, оскільки вони мають при виконанні умови (11) неприпустимо велику нерівномірність загасання в цій смузі ( $\Delta a = 1,23$  дБ для фільтра Чебишева). Також не розглядаються фільтри, що містять нулі передачі в смузі затримання, оскільки через високі вимоги до загасання в цій смузі, які враховуються стандартами, введення нулів дає малий вигреш за  $q_\Sigma$ , ускладнюючи структуру фільтра.

На рисунку 1 представлені апроксимуючі функції НЧ-прототипу 3-го порядку Батервортовського фільтра, розглянутого в ГОСТ 17168-82 як приклад для застосування, і фільтра N3-типу.

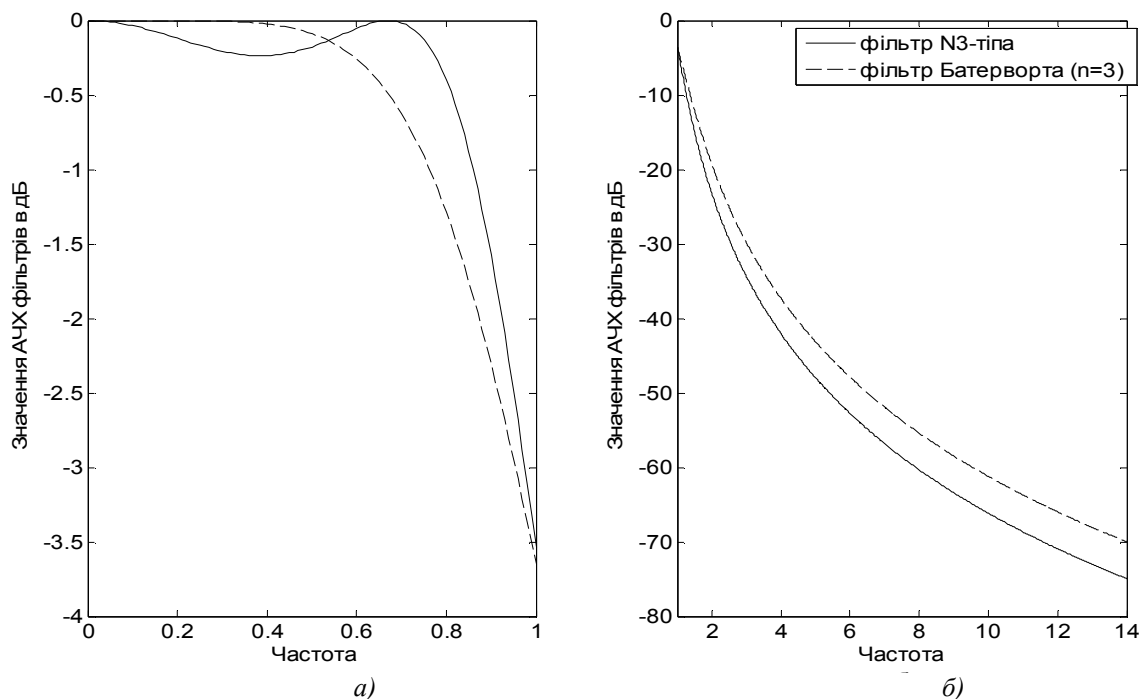


Рис. 1. АЧХ фільтрів у смузі пропускання (а) і в смузі затримання (б)

Для можливості побудови третинноктавних і октавних фільтрів на основі отриманих апроксимацій у таблиці 4 наведені полюси апроксимуючих функцій для третинноктавних фільтрів виду N3, I3 та V3 і в таблиці 5 – полюси апроксимуючих функцій для октавних фільтрів.

Таблиця 4

Полюси апроксимуючих функцій для третинноктавних фільтрів виду N3, I3 і V3

Полюс	N3	I3	V3
$p_{1,2}$	-0,069829±j0,997559	-0,062409±j0,998051	-0,071396±j0,997448
$p_{3,4}$	-0,031493±j0,905798	-0,028059±j0,903296	-0,032100±j0,903581
$p_{5,6}$	-0,038337±j1,102665	-0,034355±j1,105989	-0,039266±j1,105313

Таблиця 5

Полюси апроксимуючих функцій для октавних фільтрів виду N3, I3 і V3

Полюс	N3	I3	V3
$p_{1,2}$	-0,213195±j0,977010	-0,190541±j0,981679	-0,217980±j0,975953
$p_{3,4}$	-0,075771±j0,738656	-0,067007±j0,733393	-0,076720±j0,733202
$p_{5,6}$	-0,137427±j1,339713	-0,123548±j1,352237	-0,141167±j1,349110

За значеннями полюсів смужової функції можна визначити параметри ланок ПФ. Власні частоти ланок визначаємо за формулою:

$$\omega_{0i} = \sqrt{\sigma_i^2 + \omega_i^2} \tag{15}$$

Добротність ланок другого порядку визначаємо за формулою:

$$Q_{0i} = \frac{\omega_{0i}}{2\sigma_i} \tag{16}$$

Власні частоти та добротності ланок третинноктавного ПФ 6-го порядку виду N3 наведені в таблиці 6.

Таблиця 6

Власні частоти та добротності ланок третинноктавного ПФ 6-го порядку виду N3

Параметр	Ланка		
	1	2	3
$\omega_0$	1,0000	0,9063	1,1033
$Q$	7,1604	14,3898	14,3898

**Висновки.** Аналіз таблиці 3 для відомих апроксимацій і отриманих на основі узагальненого критерію якості фільтрів (4) показує, що останні мають кращі метрологічні характеристики і, отже, пошук нестандартних апроксимуючих функцій для фільтрів, призначених для спектрального аналізу шумів і вібрацій, мав практичний сенс.

#### ЛІТЕРАТУРА:

- ГОСТ 17168-82. Фильтры электронные октавные и третьоктавные. Общие технические требования и методы испытаний. — Введ. 1983-01-01. — М. : Изд-во стандартов, 1982. — 18 с.
- IEC 61260:1995. Electroacoustics – Octave-band and fractional-octave-band filters. — Введ. 1995-01-01. — 34 р.
- Козлов М.В. Построение аппроксимирующей функции фильтров, предназначенных для измерения дисперсии случайных процессов / М.В. Козлов, Г.В. Лысенко // Расчет и проектирование средств электроизмерительной техники : сб. науч. тр. – ВНИИЭП, 1982. — С. 41–45.
- Современная теория фильтров и их проектирование / под ред. Г.Темеша и С.Мумра. — М. : Мир, 1977. — 560 с.
- Kurtz J. Least-squares passband filters / J.Kurtz, H.J. Orchard, G.G. Temes // IEEE Trans. Circuit Theory. — 1972. — Vol. CT-19, № 3.— Pp. 302–304.
- Djurich B.M. Monotonic lowpass filters with maximum selectivity / B.M. Djurich // Electronics Letters. — 1975. — Vol. II, № 4.— Pp. 82–83.
- Синтез активных RC-цепей. Современное состояние и проблемы / под ред. А.А. Ланнэ. – М. : Связь, 1975. — 296 с.
- Papoulis A. Optimum filiters with monotonic response / A.Papoulis // Proc. IRE. — 1958. — Vol. 46, № 3. — Pp. 606–609.
- Rakovich B.D. Least-squares monotonic lowpass filters with sharp cutoff / B.D. Rakovich, V.B. Litovski // Electronics Letters. — 1973. — Vol. 9, № 4. — Pp. 75–76.
- Jovanovic V. Lowpass filter flat magnitude characterisnic with sharp cutoff / V.Jovanovic, D.Rabrenovic // Electronics Letters. — 1975. — Vol. 11, № 8. — P. 174.

КОЗЛОВ Михайло Венедиктович – кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматики і управління в технічних системах Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- прилади та методи вимірювання електричних величин;
- прийняття оптимальних рішень.

Тел.: (0412)44-59-26.

E-mail: [mike21k@rambler.ru](mailto:mike21k@rambler.ru)

Подано 14.07.2010

**Козлов М.В.** Синтез фільтрів, які використовуються при спектральному аналізі шумів і вібрацій

**Козлов М.В.** Синтез фильтров, используемых при спектральном анализе шумов и вибраций

**Kozlov M.V.** Synthesis of filters, which use for spectral analysis of noises and vibrations

УДК 621.372.543

**Синтез фильтров, используемых при спектральном анализе шумов и вибраций / М.В. Козлов**

Рассмотрено построение аппроксимации фильтров на основе обобщенного критерия качества, учитывающего совокупную минимизацию потерь фильтра в передаче интегральной мощности процесса в полосе пропускания и ее просачивания вне полосы пропускания

УДК 621.372.543

**Synthesis of filters, which use for spectral analysis of noises and vibrations / M.V. Kozlov**

In the article the construction of approximation of filters is considered on the basis of the generalized criterion of quality, taking into account the combined minimization of losses of filter in passing to integral power of process in the passband and its seepage out of passband.