

## АРХІТЕКТУРА ТА ФУНКЦІОНУВАННЯ КВАНТОВИХ НЕЧІТКИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

*Вперше побудовано архітектуру нового типу інформаційних систем, зокрема квантових нечітких інформаційних систем. Здійснено опис їх функціонування на основі даної архітектури. Основний акцент при описі функціонування спрямований на представлення нечітких даних у квантовому регістрі шляхом побудованого у даній роботі оператора, який перетворює їх у квантові нечіткі дані, які безпосередньо може обробляти квантовий процесор. Також у даній роботі зроблено акцент на побудований автором оператор перетворення квантових нечітких даних у нечіткі дані, що забезпечує можливість представлення квантових нечітких даних квантового регістра у форматі нечітких даних, які або в даному вигляді надходять на вихід системи, або дефазифікуються і тоді потрапляють на вихід.*

**Вступ.** Серед великого класу інформаційних систем (ІС) вагоме місце займають нечіткі інформаційні системи ( $f$ -системи). Їх актуальність обумовлена рядом переваг, якими вони володіють у порівнянні з іншими ІС: можливість оперувати нечіткими даними, наприклад, які не можна задати однозначно – результати статистичних випробувань та ін.; можливість нечіткої формалізації критеріїв оцінки і порівняння, можливість оперування модифікаторами “менше”, “більше”, “можливо” і т. д.; можливість якісного оцінювання даних із врахуванням їх достовірності; швидке моделювання складних динамічних ІС і т. д. Також актуальність  $f$ -систем обумовлена широким спектром предметних областей, де вони застосовуються в програмно-апаратній реалізації, наприклад, управління процесом відправлення і зупинки поїздів метрополітену, управління ліфтами, управління пристроями побутової техніки: пральними машинами, пылесосами та ін.

Універсальність  $f$ -систем визначається тим, що вони можуть апроксимувати довільну ІС, що підтверджується теоремою FAT (Fuzzy Approximation Theorem), яка була доведена Б.Коско у 1993 р.

Всі  $f$ -системи програмної, апаратної чи програмно-апаратної реалізації функціонують за одним принципом: показники вимірювальних пристроїв фазифікуються, обробляються, дефазифікуються (рис. 1).

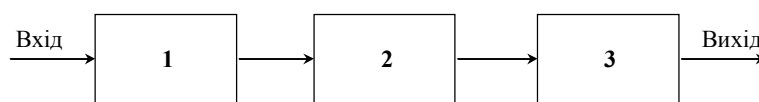


Рис. 1. Загальна блок-схема  $f$ -системи: 1 – блок фазифікації (перетворює чіткі величини у нечіткі величини); 2 – блок обробки нечітких величин; 3 – блок дефазифікації (перетворює нечіткі величини у чіткі величини)

Всі  $f$ -системи, незалежно від фізичної реалізації, об'єднує не лише архітектурний рівень. Спільним для них, як і для звичайних ІС, є те, що їх функціонування базується на використанні процесора. Апаратно реалізовані  $f$ -системи використовують його безпосередньо, а програмно реалізовані опосередковано за допомогою компіляторів (трансляторів). Це часто приводить до експоненційно складних алгоритмів. Тому актуальним є побудова нових систем для обробки нечітких величин, які могли б розв'язувати дані задачі з меншою алгоритмічною складністю. Очевидним є те, що це повинні бути інформаційні системи, в яких основним обчислювальним елементом є квантовий процесор ( $q$ -процесор), завдяки квантовим ефектам якого – квантовому паралелізму та квантовій інтерференції – може досягатися зменшення алгоритмічної складності.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Для побудови нового типу систем слушно розглянути архітектуру та опис функціонування  $f$ -систем, які наведені в літературних джерелах [1, 2], та архітектуру і функціонування квантових інформаційних систем ( $q$ -систем), які використовують  $q$ -процесор і наведені в [3, 4].

**Постановка завдання.** Побудова архітектури квантових нечітких інформаційних систем ( $qf$ -систем) та опис на основі неї їх функціонування.

**Основна частина.**

**1. Архітектура квантових нечітких інформаційних систем.** Для початку слід зауважити, що згідно з роботами автора [5, 6] встановлено, що  $q$ -процесор працює з квантовими нечіткими двійковими числовими даними, а не безпосередньо з чіткими чи нечіткими числовими даними. В даній роботі вперше вводиться поняття квантової нечіткої інформаційної системи  $qf$ -системи – quantum fuzzy information system). Ідеологія узагальнення  $q$ -систем до  $qf$ -систем ґрунтується на основі квантових нечітких чисел і виражається на архітектурному рівні. Якщо загально-архітектурний рівень  $q$ -систем можна якоюсь мірою вважати подібним до архітектурного рівня  $q$ -процесора, що наведений на рис. 2.

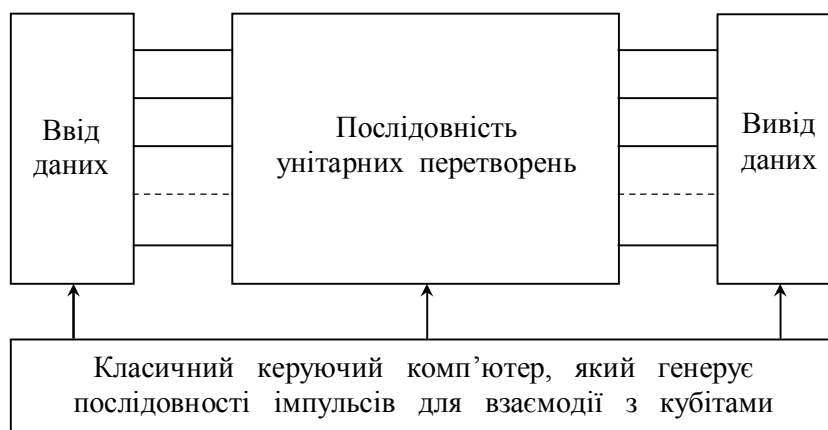


Рис. 2. Квантовий процесор, що складається з  $L$  кубітів і дозволяє здійснювати одно- і двокубітні операції над будь-якими з них. Ці операції реалізуються під дією імпульсів зовнішнього поля, яке керується класичним комп'ютером

Загально-архітектурний рівень  $qf$ -систем пропонується таким, як показано на рис. 3.

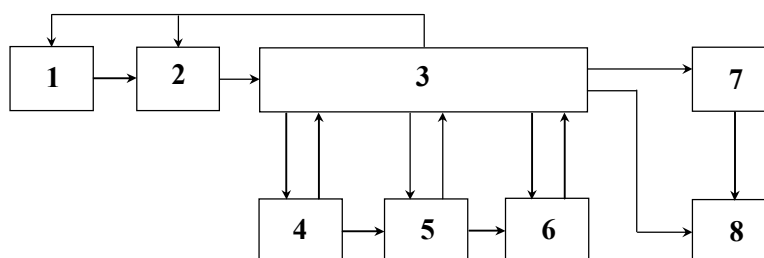


Рис. 3. Блок-схема, яка загалом відображає архітектурний рівень  $qf$ -систем:

- 1 – блок введення чітких числових даних; 2 – блок фазифікації (перетворення чітких числових даних в нечіткі числові дані); 3 – класичний управляючий комп'ютер;
- 4 – блок ініціалізації квантових нечітких числових даних;
- 5 – блок квантових обчислень (унітарних перетворень  $U$ ); 6 – блок читання квантових нечітких числових даних з квантового регістра; 7 – блок дефазифікації (перетворення нечітких даних в чіткі числові дані) або виведення нечітких числових даних;
- 8 – вивід чітких числових даних

Загальний алгоритм роботи  $qf$ -систем полягає в наступному. Вхідні чіткі числові дані з блока 1 потрапляють у блок 2, де вони перетворюються в нечіткий формат, тобто представляються нечіткими числовими даними (таке перетворення числових даних з чіткого виду у нечіткий вид можливе завжди і ґрунтується на теоремі ФАТ Б.Коско). Після цього ці нечіткі числові дані потрапляють в блок 3 – класичний управляючий комп'ютер, який в свою чергу перетворює нечіткі числові дані за допомогою блоків 4 – ініціалізації квантових нечітких числових даних, та блока 5 – квантових обчислень (унітарних перетворень) в квантові нечіткі числові дані. Слушно зазначити, що коли вхідними даними є нечіткі числові дані, то алгоритм роботи  $qf$ -системи розпочинається аналогічно до наведеної вище послідовності дій, відмінність лише полягає в тому, що він розпочинається з блока 2, а блок 1 в такому разі є відсутнім.

Крім того, в даному випадку слід також відмітити, що наявність блоків 4, 5, 6 роблять принципову відмінність *qf*-систем від *f*-систем. Причому ця принципова відмінність, наявність блоків 4, 5, 6, дає можливість завдяки квантовому паралелізму та квантовій інтерференції уникнути експоненційну алгоритмічну складність, яка має місце в роботі *f*-систем, коли збільшується кількість нечітких змінних.

**2. Представлення чітких та нечітких чисел у квантовому регістрі квантових нечітких інформаційних систем за допомогою квантових нечітких двійкових чисел та  $U_{f_i}$  унітарного перетворення.** Розгляньмо детально роботу блоків 3, 4, 5, які реалізують перетворення нечітких числових даних у відповідні їм квантові нечіткі двійкові числові дані квантового регістра (уявна частина значень індикаторних функцій яких рівна нулю).

Якщо індикаторні функції нечітких числових даних, які є на виході блока 2, задані на множині  $U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_L\} \subset \mathbb{R}$  і утворюють на ній нормований функціональний простір

$$I_f(U) = \{I_{fA}(u_i) : i = \overline{1, L}, \forall fA \subset U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_L\} \subset \mathbb{R}\}$$

з нормою  $\sum_{i=1}^L I_{fA}^2(u_i) = 1$  (у випадку, коли індикаторні функції нечітких числових даних є не нормованими, то над ними здійснюється процес нормування вигляду

$$I_{fA}(u_i) = I_{\tilde{fA}}(u_i) / \sum_{i=1}^L I_{\tilde{fA}}^2(u_i), \quad i = \overline{1, L},$$

то квантовий регістр повинен, як мінімум, містити  $L$  квантових бітів.

В такому разі після його ініціалізації він знаходитиметься у квантовому стані, що описуватиметься хвильовою функцією вигляду

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |00\dots 00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |00\dots 01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |11\dots 11\rangle,$$

яка за введеним у роботі означенням є індикаторною функцією деякого квантового нечіткого двійкового числа  $\tilde{qfA}$ , тобто  $|\psi\rangle = I_{\tilde{qfA}}$ . Причому

$$\left| \frac{1}{\sqrt{2^L}} \right|^2 + \left| \frac{1}{\sqrt{2^L}} \right|^2 + \left| \frac{1}{\sqrt{2^L}} \right|^2 + \dots + \left| \frac{1}{\sqrt{2^L}} \right|^2 = 1.$$

Якщо розглянути кодування виду

$$u_1 \rightarrow |00\dots 00\rangle, \quad u_2 \rightarrow |00\dots 01\rangle, \quad u_3 \rightarrow |00\dots 10\rangle, \quad \dots, \quad u_L \rightarrow |11\dots 11\rangle,$$

то тоді сукупність індикаторних функцій нечітких числових даних на виході блока 2 можна розглядати заданими на множині  $\{|00\dots 00\rangle, |00\dots 01\rangle, |00\dots 10\rangle, \dots, |11\dots 11\rangle\}$  і разом з тим вони є підпростором функціонального простору

$$I_{qf}(U) = \{I_{qfA}(u_i) : i = \overline{1, L}, \forall qfA \subset U = \{|00\dots 00\rangle, |00\dots 01\rangle, |00\dots 10\rangle, \dots, |11\dots 11\rangle\}\}$$

з нормою  $\sum_{i=1}^L |I_{qfA}(u_i)|^2 = 1$ .

Для того, щоб  $L$ -кубітний квантовий регістр містив квантове нечітке двійкове число  $qfA$  з індикаторною функцією  $I_{qfA}$ , яке дорівнювало б нечіткому числу  $fA$  з індикаторною функцією  $I_{fA}$ , необхідно блоку 5 за командою блока 3 здійснити над ініціалізованим станом

$$\frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |00\dots 00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |00\dots 01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |11\dots 11\rangle$$

$L$ -кубітового квантового регістра унітарне перетворення вигляду

$$U_{f \rightarrow qf} = \begin{pmatrix} I_{fA}(u_1) \cdot \sqrt{2^L} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I_{fA}(u_2) \cdot \sqrt{2^L} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I_{fA}(u_L) \cdot \sqrt{2^L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{fA}(|00\dots 00\rangle) \cdot \sqrt{2^L} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I_{fA}(|00\dots 01\rangle) \cdot \sqrt{2^L} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I_{fA}(|11\dots 11\rangle) \cdot \sqrt{2^L} \end{pmatrix},$$

де  $I_{fA}(u_i)$  – індикаторна функція нечіткого числа  $fA$ ,  $i = \overline{1, L}$ ,  $U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_L\}$ ,  $u_1 = |00\dots 00\rangle$ ,  $u_2 = |00\dots 01\rangle$ ,  $u_3 = |00\dots 10\rangle$ , ...,  $u_L = |11\dots 11\rangle$ ;  
тобто

$$U_{f \rightarrow qf} |\psi\rangle = \begin{pmatrix} I_{fA}(|00\dots 00\rangle) \cdot \sqrt{2^L} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I_{fA}(|00\dots 01\rangle) \cdot \sqrt{2^L} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I_{fA}(|11\dots 11\rangle) \cdot \sqrt{2^L} \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2^L} \\ 1/\sqrt{2^L} \\ 1/\sqrt{2^L} \\ \vdots \\ 1/\sqrt{2^L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{fA}(|00\dots 00\rangle) \\ I_{fA}(|00\dots 01\rangle) \\ I_{fA}(|00\dots 10\rangle) \\ \vdots \\ I_{fA}(|11\dots 11\rangle) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{fA}(u_1) \\ I_{fA}(u_2) \\ I_{fA}(u_3) \\ \vdots \\ I_{fA}(u_L) \end{pmatrix}.$$

В такому разі  $L$ -кубітний квантовий регістр буде перебувати у квантовому стані

$$I_{qfA} = I_{fA}(u_1) \cdot |00\dots 00\rangle + I_{fA}(u_2) \cdot |00\dots 01\rangle + I_{fA}(u_3) \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + I_{fA}(u_L) \cdot |11\dots 11\rangle,$$

що відповідає квантовому нечіткому двійковому числу  $qfA$ , яке відповідає нечіткому числу  $fA$ . Таким чином здійснюється перетворення нечіткого числа  $fA$  з індикаторною функцією

$$I_{fA}(u_i), \{u_i : i = \overline{1, L}\} = U \subset \mathbb{R},$$

яке є на виході блока 2 (рис. 3) у квантове нечітке двійкове число  $qfA$  з індикаторною функцією

$$I_{qfA} = I_{fA}(u_1) \cdot |00\dots 00\rangle + I_{fA}(u_2) \cdot |00\dots 01\rangle + I_{fA}(u_3) \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + I_{fA}(u_L) \cdot |11\dots 11\rangle,$$

яке міститься у квантовому регістрі і реалізується таке перетворення за допомогою блока 4, що здійснює ініціалізацію  $L$ -кубітного квантового регістра, блока 3, який дає команди блока 5, що реалізує відповідне унітарне перетворення  $U_{f \rightarrow qf}$ .

Отже, з наведеного вище підсумування випливає, що представлення нечітких числових даних  $fA$  з індикаторною функцією  $I_{fA}(u_i)$ ,  $i = \overline{1, L}$  з нормованого функціонального простору  $I_f(U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_L\} \subset \mathbb{R})$  на виході блока 2 (рис. 3) у квантовому регістрі за допомогою блоків 4, 5, 6 у вигляді відповідних їм квантових нечітких двійкових числових даних  $qfA$  з індикаторною функцією  $I_{qfA}(u_i)$ ,  $i = \overline{1, L}$ , уявна частина значень якої рівна нулю, з нормованого функціонального простору

$$I_{qf} = (U = \{|00\dots 00\rangle, |00\dots 01\rangle, |00\dots 10\rangle, \dots, |11\dots 11\rangle\})$$

може бути реалізовано у вигляді послідовного застосування унітарного оператора Уолша-Адамара  $W$  та унітарного оператора  $U_{f \rightarrow qf}$  до початкового стану  $|00\dots 00\rangle$  квантового регістра і представлено у вигляді леми.

**ЛЕМА 1.** Представлення нечітких числових даних  $fA$  з індикаторною функцією  $I_{fA}(u_i)$ ,  $i = \overline{1, L}$  із нормованого функціонального простору  $I_f(U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_L\} \subset \mathbb{R})$  з нормою

$$\sum_{i=1}^L I_{fA}^2(u_i) = 1 \text{ в квантовому регістрі у вигляді відповідних їм квантових нечітких двійкових числових}$$

даних  $qfA$  з індикаторною функцією  $I_{qfA}(u_i)$ ,  $i = \overline{1, L}$ , уявна частина значень якої рівна нулю, з нормованого функціонального простору  $I_{qf}(U = \{|00\dots 00\rangle, |00\dots 01\rangle, |00\dots 10\rangle, \dots, |11\dots 11\rangle\})$

з нормою  $\sum_{i=1}^L |I_{qfA}(u_i)|^2 = 1$  здійснюється шляхом дії унітарного оператора

$$U_{I_{fA}} = U_{f \rightarrow qf} \bullet W,$$

де  $W$  – унітарний оператор Уолша-Адамара,

$U_{f \rightarrow qf}$  – унітарний оператор, матриця якого має вигляд

$$\begin{pmatrix} I_{fA}(u_1) \cdot \sqrt{2^L} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I_{fA}(u_2) \cdot \sqrt{2^L} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I_{fA}(u_3) \cdot \sqrt{2^L} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & I_{fA}(u_L) \cdot \sqrt{2^L} \end{pmatrix},$$

елементами головної діагоналі є відповідні значення індикаторної функції  $I_{fA}(u_i)$ ,  $i = \overline{1, L}$  нечітких числових даних  $fA$ , домножені на  $\sqrt{2^L}$ ; на початковий стан  $|00\dots 00\rangle$  квантового регістра.

Квантова мережа унітарного оператора  $U_{I_{fA}}$  наведена на рис. 4.

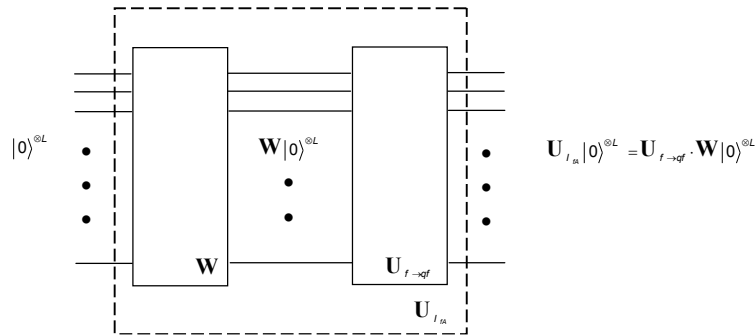


Рис. 4. Квантова мережа дії унітарного оператора  $U_{I_{fA}}$  на початковий стан  $|00\dots 00\rangle$   $L$ -кубітного квантового регістра

Її дія представляється у вигляді

$$|0\rangle^{\otimes L} = |00\dots 00\rangle,$$

$$W|0\rangle^{\otimes L} = \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |00\dots 00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |00\dots 01\rangle + \dots + \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |11\dots 11\rangle,$$

$$U_{I_{fA}}|0\rangle^{\otimes L} = U_{f \rightarrow qf} \cdot W$$

$$|0\rangle^{\otimes L} = I_{fA}(u_1) \cdot |00\dots 00\rangle + I_{fA}(u_2) \cdot |00\dots 01\rangle + I_{fA}(u_3) \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + I_{fA}(u_L) \cdot |11\dots 11\rangle.$$

**3. Перетворення квантових нечітких двійкових числових даних на виході квантових нечітких інформаційних систем в нечіткі числові дані.** На вхід  $qf$ -системи від зовнішніх пристроїв можуть надходити як чіткі, так і нечіткі числові дані. Однак наявний у них квантовий регістр працює з квантовими нечіткими двійковими числовими даними, тому для  $qf$ -систем є важливим представлення нечітких числових даних у вигляді квантових нечітких двійкових числових даних квантового регістра. Але оскільки зовнішні пристрої працюють лише з чіткими або нечіткими числовими даними, то на виході  $qf$ -систем після їх роботи повинні бути числові дані саме такого виду. Тому в блок-схемі  $qf$ -систем, яка наведена на рис. 3, наявні блоки 3, 6, 7, 8, що відповідають представленню квантових нечітких двійкових числових даних у вигляді нечітких або чітких числових даних, після роботи  $qf$ -систем.

Розгляньмо в деталях представлення квантових нечітких двійкових числових даних модулями  $qf$ -систем у вигляді спочатку нечітких числових даних.

Після обчислень, які здійснюються над квантовими нечіткими двійковими числовими даними у квантовому регістрі  $qf$ -систем (блок 3 та блок 5 (рис. 3)), уявні частини значень індикаторних функцій квантових нечітких двійкових числових даних можуть бути відмінними від нуля. Тобто представляють комплексні числа  $z = \rho \cdot \exp(i\varphi)$ , де  $\rho \in [0, \infty)$ .

Безпосереднє представлення квантових нечітких двійкових числових даних, як результату квантових обчислень, у вигляді нечітких числових даних здійснюється блоками 3 та 6 (рис. 3)  $qf$ -систем.

Нехай після здійснених блоком 5 під керуванням блока 3 квантових обчислень (послідовності унітарних операторних перетворень над індикаторними функціями квантових нечітких двійкових числових даних квантового регістра) в квантовому регістрі містяться квантові нечіткі двійкові числові дані  $qfA$  з індикаторною функцією  $I_{qfA}$ , причому фази її значень можуть бути відмінними від нуля.

Тобто, наприклад,

$$I_{qfA} = I_{fA}(u_1) \cdot \exp(i\varphi_1) \cdot |00\dots 00\rangle + I_{fA}(u_2) \cdot \exp(i\varphi_2) \cdot |00\dots 01\rangle + \\ + I_{fA}(u_3) \cdot \exp(i\varphi_3) \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + I_{fA}(u_L) \cdot \exp(i\varphi_L) \cdot |11\dots 11\rangle.$$

Тоді, виходячи з виду  $I_{qfA}$  та принципу М.Борна, одержується

$$I_{qfA} \rightarrow (\Omega_{I_{qfA}}, \sigma_{I_{qfA}} - \text{алгебра } prob_{I_{qfA}}),$$

де  $I_{qfA} = I_{fA}(u_1) \cdot \exp(i\varphi_1) \cdot |00\dots 00\rangle + I_{fA}(u_2) \cdot \exp(i\varphi_2) \cdot |00\dots 01\rangle + \dots + I_{fA}(u_L) \cdot \exp(i\varphi_L) \cdot |11\dots 11\rangle$  – індикаторна функція квантових нечітких двійкових числових даних  $qfA$ , яка характеризує стан квантового регістра після виконання над даними, що містяться у ньому, квантових обчислень;  $\Omega_{I_{qfA}} = \{\omega_1 = |00\dots 00\rangle, \omega_2 = |00\dots 01\rangle, \omega_3 = |00\dots 10\rangle, \dots, \omega_L = |11\dots 11\rangle\}$  – простір елементарних випадкових подій;  $\sigma_{I_{qfA}}$  – алгебра –  $\sigma$ -алгебра над  $\Omega_{I_{qfA}}$ ;  $prob_{I_{qfA}}$  – ймовірнісна міра, яка задана на  $\sigma_{I_{qfA}}$  – алгебр,

причому  $prob_{I_{qfA}}(\omega_1 = |00\dots 00\rangle) = |I_{fA}(u_1) \exp(i\varphi_1)|^2 = I_{fA}^2(u_1)$ ,  
 $prob_{I_{qfA}}(\omega_2 = |00\dots 01\rangle) = |I_{fA}(u_2) \exp(i\varphi_2)|^2 = I_{fA}^2(u_2)$ , ...,  $prob_{I_{qfA}}(\omega_L = |11\dots 11\rangle) = |I_{fA}(u_L) \exp(i\varphi_L)|^2 = I_{fA}^2(u_L)$ .

З останнього відображення видно, що з  $I_{qfA}$  одержується  $prob_{I_{qfA}}$ .

Однак такий математичний опис має значну загальність і завдяки цьому не містить достатнього конструктивізму. На такому рівні загальності проглядається лише представлення даних на виході квантового регістра після його “читання” у вигляді випадкової величини, яка завдяки своєму значенню моди перетворюється у “чіткі” числові дані, крім того, не проглядаються явно повною мірою й інші можливості, якими володіє “читання” числових даних квантового регістра.

Однак якщо наведене вище відображення розглянути у вигляді двох послідовно діючих функціональних операторів **SQR**•**ABS**, що діють на індикаторну функцію  $I_{qfA}$  квантових нечітких двійкових числових даних, які безпосередньо містяться в квантовому регістрі, то вихідні дані квантового регістра можна розглядати у вигляді нечітких числових даних. Зокрема, оператор **ABS** можна розглядати як представлення квантових нечітких двійкових числових даних  $qfA$  з індикаторною функцією  $I_{qfA}$  у вигляді нечітких двійкових числових даних  $fA$  з індикаторною функцією  $I_{fA}$ .

$$\mathbf{ABS} : I_{qfA}(u_i) \rightarrow I_{fA}(u_i),$$

де  $U = \{u_1 = |00\dots 00\rangle, u_2 = |00\dots 01\rangle, u_3 = |00\dots 10\rangle, \dots, u_L = |11\dots 11\rangle\}$ ;

тобто

$$\mathbf{ABS}[I_{fA}(u_1) \cdot \exp(i\varphi_1) \cdot |00\dots 00\rangle + I_{fA}(u_2) \cdot \exp(i\varphi_2) \cdot |00\dots 01\rangle + \\ + I_{fA}(u_3) \cdot \exp(i\varphi_3) \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + I_{fA}(u_L) \cdot \exp(i\varphi_L) \cdot |11\dots 11\rangle] = \\ = |I_{fA}(u_1) \cdot \exp(i\varphi_1) \cdot |00\dots 00\rangle + I_{fA}(u_2) \cdot \exp(i\varphi_2) \cdot |00\dots 01\rangle + \\ + I_{fA}(u_3) \cdot \exp(i\varphi_3) \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + I_{fA}(u_L) \cdot \exp(i\varphi_L) \cdot |11\dots 11\rangle| = \\ = |I_{fA}(u_1) \cdot \exp(i\varphi_1) \cdot |00\dots 00\rangle| + |I_{fA}(u_2) \cdot \exp(i\varphi_2) \cdot |00\dots 01\rangle| + \\ + |I_{fA}(u_3) \cdot \exp(i\varphi_3) \cdot |00\dots 10\rangle| + \dots + |I_{fA}(u_L) \cdot \exp(i\varphi_L) \cdot |11\dots 11\rangle| = \\ = |I_{fA}(u_1)| \cdot \exp(i\varphi_1) \cdot |00\dots 00\rangle + |I_{fA}(u_2)| \cdot \exp(i\varphi_2) \cdot |00\dots 01\rangle + \\ + |I_{fA}(u_3)| \cdot \exp(i\varphi_3) \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + |I_{fA}(u_L)| \cdot \exp(i\varphi_L) \cdot |11\dots 11\rangle = \\ = I_{fA}(u_1) \cdot |00\dots 00\rangle + I_{fA}(u_2) \cdot |00\dots 01\rangle + I_{fA}(u_3) \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + I_{fA}(u_L) \cdot |11\dots 11\rangle,$$

де  $|00\dots 00\rangle, |00\dots 01\rangle, |00\dots 10\rangle, \dots, |11\dots 11\rangle$  – ортонормований базис.

Оператор **ABS** володіє тією властивістю, що не залежить від фазових значень  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_L \in [0, \infty)$  індикаторних функцій  $I_{qfA}$  квантових нечітких двійкових числових даних  $qfA$ .

**ЛЕМА 2.** Представлення квантових нечітких двійкових числових даних  $qfA$ , що містяться в квантовому регістрі, з індикаторною функцією

$$I_{qfA} = I_{fA}(u_1) \cdot \exp(i\varphi_1) \cdot |00\dots 00\rangle + I_{fA}(u_2) \cdot \exp(i\varphi_2) \cdot |00\dots 01\rangle + \dots + I_{fA}(u_L) \cdot \exp(i\varphi_L) \cdot |11\dots 11\rangle$$

із нормованого функціонального простору

$$I_{qf}(U = \{u_1 = |00\dots 00\rangle, u_2 = |00\dots 01\rangle, u_3 = |00\dots 10\rangle, \dots, u_L = |11\dots 11\rangle\})$$

з нормою  $\sum_{i=1}^L |I_{qfA}(u_i)|^2 = 1$  у вигляді нечітких двійкових числових даних  $fA$  з індикаторною функцією

$I_{fA}(u_i)$ ,  $i = \overline{1, L}$  з нормованого функціонального простору

$$I_f(U = \{u_1 = |00\dots 00\rangle, u_2 = |00\dots 01\rangle, u_3 = |00\dots 10\rangle, \dots, u_L = |11\dots 11\rangle\})$$

з нормою  $\sum_{i=1}^L I_{fA}^2(u_i) = 1$  теоретично здійснюється шляхом дії оператора **ABS** (абсолютного значення)

на індикаторну функцію  $I_{qfA}$  квантових нечітких двійкових числових даних  $qfA$ , що містяться в квантовому регістрі, тобто

$$\begin{aligned} I_{fA} &= \mathbf{ABS}[I_{qfA}] = \\ &= |I_{fA}(u_1) \cdot \exp(i\varphi_1) \cdot |00\dots 00\rangle + I_{fA}(u_2) \cdot \exp(i\varphi_2) \cdot |00\dots 01\rangle + \\ &+ I_{fA}(u_3) \cdot \exp(i\varphi_3) \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + I_{fA}(u_L) \cdot \exp(i\varphi_L) \cdot |11\dots 11\rangle| = \\ &= I_{fA}(u_1) \cdot |00\dots 00\rangle + I_{fA}(u_2) \cdot |00\dots 01\rangle + I_{fA}(u_3) \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + I_{fA}(u_L) \cdot |11\dots 11\rangle. \end{aligned}$$

Квантова мережа для оператора **ABS** наведена на рис. 5.

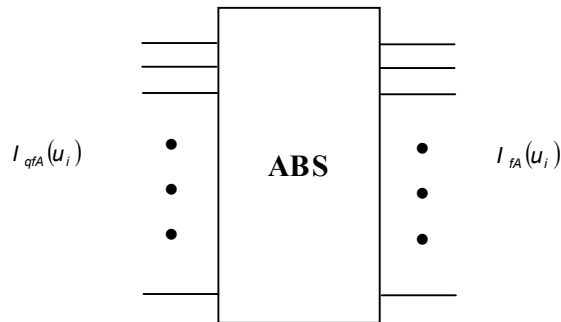


Рис. 5. Квантова мережа для оператора **ABS** (абсолютного значення) для представлення квантових нечітких двійкових числових даних  $qfA$  з індикаторною функцією  $I_{qfA}$  у вигляді нечітких двійкових числових даних  $fA$  з індикаторною функцією  $I_{fA}$

Однак при “читанні” даних з квантового регістра безпосередньо в блоці 3 (рис. 3) одержуються дані у вигляді

$$\begin{aligned} \text{prob}_{I_{qfA}}(\omega_1 = u_1 = |00\dots 00\rangle) &= I_{fA}^2(u_1 = |00\dots 00\rangle), \text{prob}_{I_{qfA}}(\omega_2 = u_2 = |00\dots 01\rangle) = I_{fA}^2(u_2 = |00\dots 01\rangle), \\ \text{prob}_{I_{qfA}}(\omega_3 = u_3 = |00\dots 10\rangle) &= I_{fA}^2(u_3 = |00\dots 10\rangle), \dots, \\ \text{prob}_{I_{qfA}}(\omega_L = u_L = |11\dots 11\rangle) &= I_{fA}^2(u_L = |11\dots 11\rangle) \end{aligned}$$

з ймовірнісного простору

$$(\Omega_{I_{qfA}} = \{u_1 = |00\dots 00\rangle, u_2 = |00\dots 01\rangle, \dots, u_L = |11\dots 11\rangle\}), \sigma_{I_{qfA}} - \text{алгебра } \text{prob}_{I_{qfA}},$$

тобто

$$\text{prob}_{I_{qfA}} = \mathbf{SQR}[I_{fA}] = \mathbf{SQR}[\mathbf{ABS}[I_{qfA}]],$$

а не у вигляді нечітких двійкових числових даних  $fA$  з індикаторною функцією  $I_{fA}$ . Тому, для того, щоб на виході блока 3 (рис. 3) квантові нечіткі двійкові числові дані  $qfA$  з індикаторною функцією  $I_{qfA}$  квантового регістра були в кінцевому випадку представлені у вигляді нечітких двійкових числових даних  $fA$  з індикаторною функцією  $I_{fA}$ , потрібно над  $\text{prob}_{I_{qfA}}$  здійснити операторне перетворення **SQRT**, тобто

$$I_{fA} = \mathbf{SQRT}[\text{prob}_{I_{qfA}}], I_{fA} = \sqrt{\text{prob}_{I_{qfA}}(\omega_i = u_i)},$$

де  $u_i \in \{u_1 = |00\dots 00\rangle, u_2 = |00\dots 01\rangle, \dots, u_L = |11\dots 11\rangle\}$ .

**ЛЕМА 3.** Представлення квантових нечітких двійкових числових даних  $qfA$ , що містяться у квантовому регістрі  $qf$ -систем, з індикаторною функцією

$$I_{qfA} = I_{fA}(u_1) \cdot \exp(i\varphi_1) \cdot |00\dots 00\rangle + I_{fA}(u_2) \cdot \exp(i\varphi_2) \cdot |00\dots 01\rangle + \\ + I_{fA}(u_3) \cdot \exp(i\varphi_3) \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + I_{fA}(u_L) \cdot \exp(i\varphi_L) \cdot |11\dots 11\rangle$$

з нормованого функціонального простору

$$I_{qf}(U = \{u_1 = |00\dots 00\rangle, u_2 = |00\dots 01\rangle, u_3 = |00\dots 10\rangle, \dots, u_L = |11\dots 11\rangle\})$$

з нормою  $\sum_{i=1}^L |I_{qfA}(u_i)|^2 = 1$  у вигляді нечітких двійкових числових даних  $fA$  з індикаторною функцією

$I_{fA}(u_i)$ ,  $i = \overline{1, L}$  з нормованого функціонального простору

$$I_f(U = \{u_1 = |00\dots 00\rangle, u_2 = |00\dots 01\rangle, u_3 = |00\dots 10\rangle, \dots, u_L = |11\dots 11\rangle\})$$

з нормою  $\sum_{i=1}^L I_{fA}^2(u_i) = 1$  практично в  $qf$ -системах здійснюється шляхом послідовної дії операторів

### SQRT • SQR • ABS

на індикаторну функцію  $I_{qfA}$  квантових нечітких двійкових числових даних  $qfA$ , що містяться в квантовому регістрі  $qf$ -систем, тобто

$$I_{fA} = \text{SQRT} [ \text{SQR} [ \text{ABS} [ I_{fA}(u_1) \cdot \exp(i\varphi_1) \cdot |00\dots 00\rangle + I_{fA}(u_2) \cdot \exp(i\varphi_2) \cdot |00\dots 01\rangle + \\ + I_{fA}(u_3) \cdot \exp(i\varphi_3) \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + I_{fA}(u_L) \cdot \exp(i\varphi_L) \cdot |11\dots 11\rangle ] ] ] .$$

Після такого перетворення на виході блока 3 (рис. 3) дані є у вигляді нечітких двійкових чисел і можуть в такому вигляді безпосередньо бути виведеними з  $qf$ -систем через блок 8 для зовнішніх пристроїв. Якщо для зовнішніх пристроїв  $qf$ -систем потрібно, щоб дані мали чіткий числовий вигляд, то з блока 3 нечіткі двійкові числові дані потрапляють на блок 7 (дефазифікації) і за допомогою блока 8 виводяться з  $qf$ -систем для зовнішніх пристроїв.

**Висновки.** Запропоновано архітектуру квантових нечітких інформаційних систем і математично формалізовано на її основі базові етапи функціонування даного типу систем, що формує теоретичний фундамент для практичних робіт у даному напрямку.

### ЛІТЕРАТУРА:

1. Тэрано Т. Прикладные нечеткие системы / Т.Тэрано, К.Асаи, М.Сугено. – М. : Мир, 1993. – 368 с.
2. Bergmann M. An introduction many-valued and fuzzy logic: semantics, algebras, and derivation systems / M.Bergmann. – New York : Cambridge university, 2008. – 329 p.
3. Кокин А.А. Твердотельные ядерные магнито-резонансные (ЯМР) ансамблевые квантовые компьютеры (исследование физических основ и проблем реализации) : дисс. ... доктора физ.-мат. наук : 05.27.01 / А.А. Кокин. – М., 2003. – 187 с.
4. Квантовый компьютер и квантовые вычисления / под ред. В.А. Садовниченко. – Ижевск : Ижевская республиканская типография, 1999. – 288 с.
5. Пастух О.А. Квантові нечіткі множини з комплекснозначною характеристичною функцією і їх використання для квантового комп'ютера / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного у-ту. – 2006. – Т. 1. – № 2. – С. 158–161.
6. Пастух О.А. Квантові нечіткі відношення квантових нечітких множин. Квантові нечіткі графи / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного у-ту. – 2009. – № 1. – С. 246–254.

ПАСТУХ Олег Анатолійович – кандидат технічних наук, доцент Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя.

Наукові інтереси:

– математичне забезпечення інформаційних систем.

Тел. дом.: (0352)28–31–04; моб.: (068)105–75–52.

E-mail: [informatika@eu.edu.ua](mailto:informatika@eu.edu.ua)

Подано 01.12.2009



**Пастух О.А.** Архітектура та функціонування квантових нечітких інформаційних систем  
**Пастух О.А.** Архитектура и функционирование квантовых нечетких информационных систем  
**Pastukh O.A.** Architecture and operation quantum fuzzy information systems

УДК 681.3+519.6

**Архитектура и функционирование квантовых нечетких информационных систем / О.А. Пастух**

Впервые построено архитектуру нового типа информационных систем, в частности квантовых нечетких информационных систем. Осуществлено их описание функционирования на основании данной архитектуры. Основной акцент при описании функционирования направлен на представление нечетких данных в квантовом регистре с помощью построенного в данной работе оператора, который преобразует их в квантовые нечеткие данные, которые непосредственно может обрабатывать квантовый процессор. Также сделан акцент в данной работе на построенный автором оператор преобразования квантовых нечетких данных в нечеткие данные, что дает возможность представления квантовых нечетких данных квантового регистра в формате нечетких данных, которые в нечетком виде поступают на выход системы или деффузицируются и тогда поступают на выход.

УДК 681.3+519.6

**Architecture and operation quantum fuzzy information systems / O.A. Pastukh**

For the first time make architecture new type of information systems, detail of quantum fuzzy information systems. Realized them operation on the architecture. The base make for there presentation fuzzy data in the quantum register with the help operator, which transform them at the quantum fuzzy data, which may be make quantum processor. Realized them operation, , which transform quantum fuzzy data in the fuzzy data. Fuzzy data go to exit of system or defuzzyfication fuzzy data and go to exit of system.