

УДК 621.317

О.М. Безвесільна, д.т.н., проф.  
Ж.М. Кондратюк, магістрант  
Національний технічний університет України "КПІ"  
А.А. Остапчук, аспір.  
Житомирський державний технологічний університет

### ДОСЛІДЖЕННЯ НА ЕОМ ВПЛИВУ АМПЛІТУДНИХ ЗНАЧЕНЬ ВІБРОПРИСКОРЕНЬ ТА КОЕФІЦІЄНТА ДЕМПФУВАННЯ НА РОБОТУ БАЛІСТИЧНОГО ГРАВІМЕТРА ПРИ РІЗНИХ ЗНАЧЕННЯХ ЧАСТОТ ЗБУРЕНЬ

У даній статті розглянуто моделювання впливу параметрів збурень на роботу нового балістичного гравіметра (БГ): перетворено диференціальні рівняння руху БГ зі змінними коефіцієнтами на рівняння "машинного" вигляду; розроблено алгоритм розв'язання диференціального рівняння руху БГ за допомогою ЕОМ; досліджено за допомогою ЕОМ вплив частот  $\omega$  і амплітуд  $w_a, w_b$ , збурюючих віброприскорень для найнесприятливіших резонансних випадків; досліджено вплив на роботу приладу деяких параметрів БГ (відносного коефіцієнта демпфірування  $\xi$ ).

**Постановка проблеми.** Відомо, що використання ЕОМ дає змогу зменшити, а в деяких випадках – цілком усунути необхідність проведення фізичних експериментів з реальними пристроями, набагато скоротити терміни, підвищити точність досліджень. На жаль, у відомій літературі [1–3 та інш.] по гравіметрії немає відомостей щодо дослідження на ЕОМ впливу параметрів віброприскорень на роботу балістичного гравіметра. У роботі [4] запропоновано новий тип БГ, який має деякі переваги перед відомими гравіметрами. У відомій літературі [1–3 та інш.] висвітлено окремі питання БГ. Однак, не зважаючи на значний обсяг досліджень в галузі БГ, залишається ряд невизначених питань стосовно досліджень на ЕОМ впливу параметрів збурень на роботу БГ.

**Мета роботи:** дослідити на ЕОМ вплив амплітудних значень збурюючих прискорень  $w_a, w_b$  та коефіцієнта демпфірування  $\xi$  на роботу нового БГ [4] при різних найбільш несприятливих співвідношеннях частоти власних коливань БГ  $\omega_0$  та частоти збурюючих віброприскорень  $\omega$ .

**Основна частина.** Перетворимо рівняння руху БГ до вигляду зручного для моделювання на ЕОМ. Для цього скористаємося рівнянням руху БГ [1–3], записавши його у вигляді:

$$\ddot{\alpha} + \dot{\alpha}[2n - L \sin(\omega t + \varepsilon)] + \omega_0^2 \alpha = N \sin \omega t, \quad (1)$$

де  $L = \frac{c'_1}{H^2} mlw_b$ ,  $N = \frac{mlk_1}{H^2} w_a$  – параметри вібрації.

Вважаємо, що  $M(t) = 2n - L \sin(\omega t + \varepsilon)$ ,  $D(t) = \omega_0^2$ , тоді

$$\ddot{\alpha} + \dot{\alpha} \cdot M(t) + D(t) \cdot \alpha = 0, \quad (2)$$

де  $M(t)$  і  $D(t)$  – Т-періодичні функції, причому  $M(t)$  і  $D(t)$  припускають інтегрованими кусково-неперервними.

Рівняння вигляду (2) без зміни характеристичних показників можна звести до аналогічного, де  $M(t) = \text{const}$ .

Нехай

$$\int_0^t M(t_1) dt_1 = \aleph t + M_1(t),$$

де  $\aleph = 2n$ ;  $M_1(t) = \int_0^t [M(t_1) - \aleph] dt = \frac{L}{\omega} \cos(\omega t + \varepsilon)$ , причому функція  $M_1(t)$  є Т-періодичною.

Замінюючи

$$\alpha = e^{-\frac{1}{2}M_1(t)} x = e^{-\frac{1}{2}\frac{L}{\omega} \cos(\omega t + \varepsilon)} x, \quad (3)$$

отримаємо

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + F(t)x = 0, \quad (4)$$

в якому

$$F(t) = D(t) - \frac{1}{4}M^2(t) - \frac{1}{2}\dot{M}(t) + \frac{1}{4}\aleph^2 = \omega_0^2 + \nu_0 \sin(\omega t + \varepsilon + \sigma_8), \quad (5)$$

де

$$\sigma_8 = \arctg \frac{\omega}{2n}, \quad v_0 = \frac{L\sqrt{\omega^2 + 4n^2}}{2}$$

Вираз (4) з урахуванням (1) і (5) можна записати у вигляді

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + [\omega_0^2 + v_0 \sin(\omega t + \varepsilon + \sigma_8)]x = N \sin \omega t \tag{6}$$

або, з урахуванням параметрів реальних БГ [2]:  $N = 2 \cdot 10^{-3}$  кГмс,  $k_1 = 5 \cdot 10^{-3}$  кг м,  $m l = 10^{-3}$  кг с<sup>2</sup>,  $c_1' = 5 \cdot 10^5$  кг м с,  $\varepsilon + \sigma_8 = 0$ ,

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_0\dot{x} + (\omega_0^2 + v_1 w_b \sin \omega t)x = 0,625 w_a \sin \omega t, \tag{7}$$

де  $v_1 = \frac{v_0}{w_b}$ .

Отже, рівняння руху БГ (1) перетворено на одне рівняння (7), зручне для моделювання на ЕОМ. Добуте рівняння є рівнянням типу Матьє-Хілла.

**Результати моделювання на ЕОМ диференційного рівняння руху БГ**

Дослідження роботи БГ в різних динамічних режимах здійснювали на ЕОМ.

Моделювання системи диференційного рівняння (7) здійснювали за допомогою пакета MathCad 13. Вихідні данні наводяться в табл. 1.

Таблиця 1

Основні співвідношення параметрів збурень і власних параметрів БГ

$\omega, c^{-1}$	$v_1 \cdot 10^{-3}, \text{ рад}$															$T_{\max}, \text{ с}$	$H, \text{ с}$
	$W_{a^2}$	$W_{b^2}$	$\xi$	$W_{a^2}$	$W_{b^2}$	$\xi$	$W_{a^2}$	$W_{b^2}$	$\xi$	$W_{a^2}$	$W_{b^2}$	$\xi$	$W_{a^2}$	$W_{b^2}$	$\xi$		
	$M/c^2$	$M/c^2$		$M/c^2$	$M/c^2$		$M/c^2$	$M/c^2$		$M/c^2$	$M/c^2$		$M/c^2$	$M/c^2$			
2,5	8,00		0,15	9,60		0,45	14,00		0,75	15	3	1	3	15	2	11,25	0,225
5	15,80			16,60			19,00				17,40			32,40		6,30	0,126
7,5	4,53			8,05			12,30				16,00			34,00		4,20	0,084
1,25	4,53			8,05			12,30				16,00			31,30		25,00	0,200
0,83	3,49			7,85			12,00				15,84			31,30		37,88	0,758

З виразу (3) видно, що при  $\omega \rightarrow \infty, \alpha \rightarrow x$ , при  $\omega \rightarrow 0, \alpha \rightarrow 0$ . Для вказаних раніше значень  $w_b = 1 \text{ м/с}^2$  і  $\omega = \omega_0 = 2,5 \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega = 2\omega_0 = 5 \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega = 3\omega_0 = 7,5 \text{ с}^{-1}$ ,  $2\omega = \omega_0 = 1,25 \text{ с}^{-1}$ ,  $3\omega = \omega_0 = 0,83 \text{ с}^{-1}$  змінні  $\alpha$  і  $x$  пов'язані відповідними співвідношеннями:  $\alpha = e^{-1,25}x$ ,  $\alpha = e^{-0,625}x$ ,  $\alpha = e^{-0,43}x$ ,  $\alpha = e^{-2,5}x$ ,  $\alpha = e^{-3,75}x$ .

Аналіз результатів моделювання рівнянь руху БГ представимо у вигляді табл. 2.

Таблиця 2

Амплітуди вимушених коливань БГ

№ з/п	$\omega, c^{-1}$	$W_a$	$W_b$	$\xi$			
		$M/c^2$		0,15	0,45	0,75	1
1	2	3	4	5	6	7	8
1	$\omega = \omega_0 = 2,5$	1	1	Головний резонанс	0,110000	0,0661010	0,0496894
2		3	3		0,329914	0,1981360	0,1487170
3		3	10		0,329782	0,1979630	0,1485420
4		10	3		1,099710	0,6604540	0,4957240
5		3	15		0,329687	0,1978360	0,1484160
6		15	3		1,349570	0,9906820	0,7435860

Закінчення табл. 2

1	2	3	4	5	6	7	8
7	$\omega = \omega_0/2 = 1,25$	1	1	0,130020	0,110905	0,0941927	0,0793500
8		3	3	0,389417	0,332314	0,2819150	0,2373970
9	Субгармонічні коливання	3	10	0,387163	0,339915	0,2796080	0,2352390
10		10	3	1,298060	1,140430	0,9397170	0,7913230
11		3	15	0,386474	0,338340	0,2779130	0,2338590

12		15	3	1,947090	1,710650	1,4095000	1,1869800
13	$\omega = \omega_0 / 3 = 0,83$ . Субгармонічні коливання	1	1	0,110504	0,109731	0,1004580	0,0932015
14		3	3	0,331016	0,328430	0,3005490	0,2783220
15		3	10	0,329287	0,325772	0,2976650	0,2743310
16		10	3	1,103390	1,094770	1,0018300	0,9277410
17		3	15	0,328061	0,323891	0,2956390	0,2725110
18		15	3	1,65508	1,642150	1,5027400	1,3916100
19	$\omega = 2\omega_0 = 5$ . Биття	1	1	Резонансу немає	0,0273533	0,0235304	0,0200020
20		3	3		0,0822427	0,0707352	0,0601209
21		3	10		0,0828793	0,0712361	0,0605205
22		10	3		0,2741720	0,2357840	0,2004030
23		3	15		0,0833300	0,0715904	0,0680320
24		15	3		0,4112140	0,3536760	0,3006050
25	$\omega = 3\omega_0 = 7,5$ . Биття	1	1	Резонансу немає	0,0120460	0,0105930	0,0097958
26		3	3		0,0362657	0,0316432	0,0294926
27		3	10		0,0367120	0,0320451	0,0298588
28		10	3		0,1208850	0,1054780	0,0983086
29		3	15		0,0370285	0,0323305	0,0301188
30		15	3		0,1813280	0,1582160	0,1474630

Графіки деяких функціональних залежностей для певних значень  $w_a, w_b, \omega$ , а також значень коефіцієнта демпфірування  $\xi$  наведено на рис. 1, 2, 3.

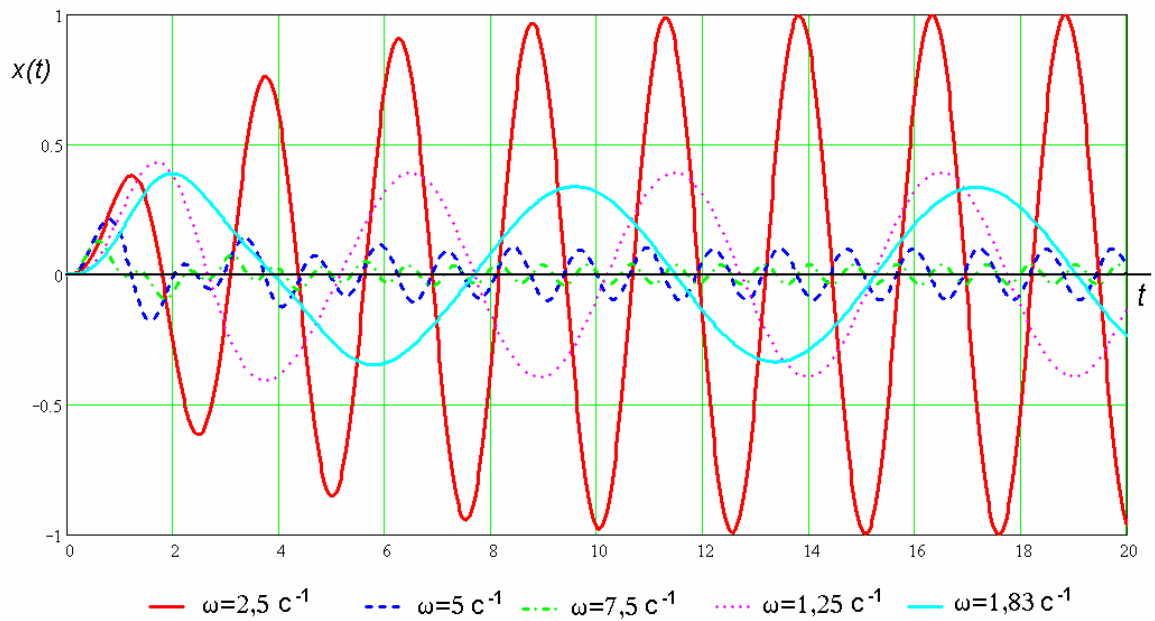


Рис. 1. Графіки зміни вихідного сигналу  $x(t)$  для різних значень  $\omega$

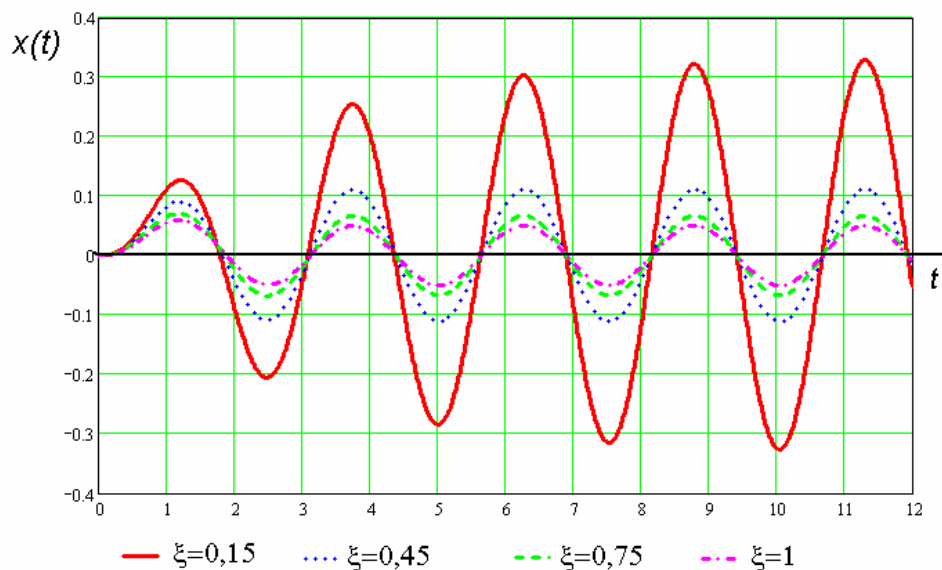


Рис. 2. Графіки зміни вихідного сигналу  $x(t)$  для різних значень коефіцієнта демпфірування  $\xi$

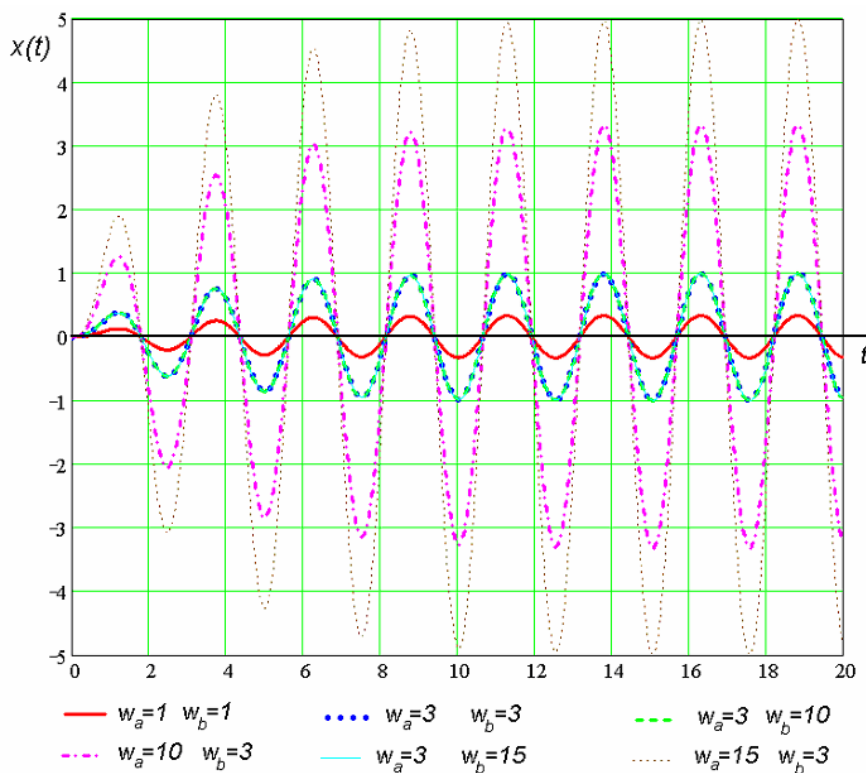


Рис. 3. Графіки зміни вихідного сигналу  $x(t)$  для різних значень  $w_a, w_b$

Для зручності аналізу моделювання на ЕОМ, отримані результати моделювання рівнянь руху БГ на ЕОМ зведемо у табл. 3.

Таблиця 3

Амплітуди усталених вимушених коливань БГ

$\omega, \text{c}^{-1}$	$\alpha, \text{рад}$
0,83	$0,22 \cdot 10^{-7}$
1,25	$0,65 \cdot 10^{-7}$
2,5	$1,86 \cdot 10^{-6}$
5,0	$0,93 \cdot 10^{-6}$
7,5	$4,7 \cdot 10^{-7}$

Порівнявши амплітуди усталених вимушених коливань БГ при  $\omega = \omega_0$ ,  $3\omega = \omega_0$ ,  $2\omega = \omega_0$ ,  $\omega = 2\omega_0$ ,  $\omega = 3\omega_0$ ;  $\xi = 1$ ;  $w_a = w_b = 1 \text{ м/с}^2$ , обчисленні відповідно до виразу (3) (табл. 3), бачимо, що амплітуди усталених вимушених коливань БГ найбільші за умови рівності частоти власних коливань БГ та частоти збурень.

**Висновки.** У результаті моделювання було отримано графіки зміни вихідного сигналу  $x(t)$  для різних значень частоти збурень  $\omega$ , коефіцієнта демпфірування  $\xi$  та різних значень амплітуд збурюючих віброприскорень  $w_a = w_b$ .

З отриманих графіків видно, що:

- при частоті збурень  $\omega = \omega_0 = 2,5 \text{ с}^{-1}$  виникає головний резонанс, найбільш небезпечний для БГ;
- при частотах  $\omega = \omega_0/2 = 1,25 \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega = \omega_0/3 = 0,83 \text{ с}^{-1}$  вихідний сигнал не спотворюється (встановлюються субгармонійні коливання);
- при частотах  $\omega = 2\omega_0 = 5 \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega = 3\omega_0 = 7,5 \text{ с}^{-1}$  вихідний сигнал спотворюється (встановлюється биття);
- встановлено, що коефіцієнт демпфірування  $\xi$  доцільно збільшувати у випадку головного резонансу  $\omega = \omega_0$  ( $\xi = 0,75$ ) та у випадку  $\omega = 2\omega_0$ ,  $\omega = 3\omega_0$ , коли встановлюється биття ( $\xi = 0,45$ );
- збільшення амплітуд горизонтальних прискорень не впливає на амплітуду вимушених коливань БГ  $x(t)$ ;
- амплітуди вимушених коливань по осі чутливості БГ прямо пропорційні амплітудам збурюючих віброприскорень по осі чутливості БГ.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Бондарев С.С. и др. Экспериментальные исследования баллистических гравиметров // Метрология, 1986. – № 1.
2. Безвесільна О.М. Вимірювання прискорень: Підручник. – К.: Либідь, 2000. – 264 с.
3. Безвесільна О.М. Авіаційні гравіметричні системи та гравіметри: Монографія. – Житомир: ЖДТУ, 2007. – 604 с.
4. Гравіметрична система з високоточним виставленням осі чутливості гравіметра: Заявка на винахід / О.М. Безвесільна, Ю.О. Подчашинский, А.А. Остапчук, Ю.В. Киричук, С.С. Ткаченко. – № а2009 03869.

БЕЗВЕСІЛЬНА Олена Миколаївна – доктор технічних наук, професор кафедри приладобудування Національного технічного університету України «КПІ».

Наукові інтереси:

- комп'ютеризовані інформаційні системи;
- вимірювальні перетворювачі;
- гравіметри та гравіметричні системи;
- прилади та методи вимірювання механічних величин.

КОНДРАТЮК Жанна Михайлівна – магістрант кафедри приладобудування Національного технічного університету України «КПІ».

Наукові інтереси:

- комп'ютеризовані інформаційні системи;
- гравіметрія.

ОСТАПЧУК Анна Анатоліївна – аспірантка кафедри автоматизації та комп'ютеризованих технологій Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- комп'ютеризовані інформаційні системи;
- гравіметри.

Подано 09.09.2009

**Безвесільна О.М., Кондратюк Ж.М., Остапчук А.А.** Дослідження на ЕОМ впливу амплітудних значень віброприскорень та коефіцієнта демфування на роботу балістичного гравіметра при різних значеннях частот збурень  
**Безвесильная Е.Н., Кондратюк Ж.М., Остапчук А.А.** Исследования на ЕВМ влияния амплитудных значений виброускорений и коэффициента демфирования на работу баллистического гравиметра при разных значениях частот возмущений

**Bezvesilna E.N., Kondratuk Z.M., Ostapchuk A.A.**

УДК 621.317

**Bezvesilna E.N., Kondratuk Z.M., Ostapchuk A.A.**

In this article the simulation of the impact parameter perturbations on the work of the new ballistic Gravimeter (BG): transformed differential equation of motion of the BG with variable coefficients for equation machine "look; algorithm solving differential equations of motion using computer-BG; examined using computer effects □ frequencies and amplitudes, zburyuyuchyh vibropryskoren naynespryatlyvishyh for resonant cases, studies of the work of some device parameters BG (relative damping coefficient)

УДК 621.317

**Исследования на ЕВМ влияния амплитудных значений виброускорений и коэффициента демфирования на работу баллистического гравиметра при разных значениях частот возмущений / Е.Н. Безвесильная, Ж.М. Кондратюк, А.А. Остапчук**

В данной статье рассмотрено моделирование влияния параметров возмущений на работу нового баллистического гравиметра (БГ): преобразовано дифференциальное уравнения движения БГ с переменными коэффициентами на уравнения "машинного" вида; разработан алгоритм решения дифференциального уравнения движения БГ с помощью ЭВМ; исследовано с помощью ЭВМ влияние частот □ и амплитуд, возмущающих виброускорений для самых неблагоприятных резонансных случаев; исследовано влияние на работу прибора некоторых параметров БГ (относительного коэффициента демпфирования).