

ВИЗНАЧЕННЯ ІНСТРУМЕНТАЛЬНИХ ПОХИБОК ІНЕРЦІАЛЬНОЇ НАВІГАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ НА НЕРУХОМІЙ ОСНОВІ

У завданнях інерціальної навігації, аерографіметрії визначальний вплив на точність вносить знання моделей інструментальних похибок інерціальної навігаційної системи і значень параметрів цих моделей. Розглядається можливість визначення параметрів похибок платформної інерціальної навігаційної системи без використання спеціальних стендів. Замість формального виділення спостережуваних і неспостережуваних складових похибок ефективність калібрування оцінюється по її впливу на точність рішення навігаційного завдання.

Постановка проблеми. У завданнях інерціальної навігації, аерографіметрії визначальний вплив на точність їхнього рішення робить знання моделей інструментальних погрешностей і значень параметрів цих моделей.

Наприклад, у завданні аерографіметрії гравіметр, установлений на гіроплатформі інерціальної навігаційної системи (ІНС), повинен вимірювати вертикальну складову перевантаження, що діє на його чутливу масу [1]. Але приладова вертикаль, через інструментальні похибки і похибки виставки, не збігається з ідеальною. Тому у вимір гравіметра входять складові від горизонтальних перевантажень. Звідси треба необхідність визначення кутів неузгодженості приладової і ідеальної та вертикалі, що звичайно здійснюється в процесі польоту із залученням додаткової інформації не інерціальної природи (наприклад, від супутникової навігаційної системи). Попереднє визначення параметрів інструментальних похибок ІНС дозволяє вирішити задачу більш точно.

Аналіз досліджень. Звичайно ідентифікація параметрів здійснюється на спеціальних каліброваних стендах [1–5]. Однак деякі параметри моделей інструментальних похибок ІНС, які можна вважати постійними протягом польоту, можуть розрізнятися від запуску до запуску ІНС [3]. Тому бажано уточнювати ці параметри між перельотами. Крім цього, приваблива ідея звільнення від необхідності стендового калібрування.

Мета роботи – розглянути можливість визначення параметрів інструментальних похибок ІНС перед початком її роботи.

Основна частина. Системи координат і прийняті позначення. Основні положення теорії інерціальної навігації представлені в [1–5]. Вводячи системи координат і позначення, будемо спиратися [4]. Далі розглядається двокомпонентна платформна ІНС.

Уведемо наступні системи координат (тригранники, всі системи координат праві ортогональні). Нехай O – центр Землі і система координат $O\eta$ ($O\eta_1\eta_2\eta_3$) жорстко пов'язана з обертанням Землі, вісь $O\eta_3$ збігається з віссю обертання Землі, площина $O\eta_1\eta_3$ – площина грінвіцького меридіана.

Нехай M – крапка, у якій розташована наведена маса ньютонетрів ІНС. Будемо вважати, що крапка M нерухома щодо системи координат $O\eta$ і задана своїми географічними координатами: північною широтою φ , східною довготою λ і висотою h , які вважаються відомими. Уведемо систему координат Mx ($Mx_1x_2x_3$) так, щоб вісь Mx_3 збігалася з напрямком географічної вертикалі в крапці M , а площина Mx_2x_3 – із площиною поточного меридіана.

Триграннику Mx відповідає тригранник Ox , осі якого паралельні осям Mx . Вектор ω_x абсолютної кутової швидкості тригранника Ox задається проєкціями на власні осі, $\omega_x = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$, причому

$$\omega_1 = 0, \quad \omega_2 = u \cos \varphi, \quad \omega_3 = u \sin \varphi,$$

де u – кутова швидкість обертання Землі.

Позначимо через f вектор зовнішньої питомої сили, прикладеної до крапки M , вимірюваний ньютонетрами: $f_x = (0, 0, g)^T$, де g – модуль питомої сили ваги в крапці M . З гіроплатформою і розташованими на ній двома ньютонетрами зв'язується приладовий тригранник Mz ($Mz_1z_2z_3$). Вибір тригранника Mz пов'язаний з вибором моделей інструментальних похибок. В ідеалі Mz збігається з Mx , осі чутливості ньютонетрів збігаються з Mz_1 і Mz_2 , а осі прецесії гіроплатформи – з Mz_1 , Mz_2 і Mz_3 .

**Прийнята модель інструментальних похибок.
Похибки геометрії (перекося).**

Виберемо вісь Mz_1 співпадаючої з віссю чутливості першого ньютонметра l_1 . Вісь Mz_2 виберемо в площині, утвореної осями чутливості першого і другого ньютонметрів, так, щоб вісь Mz_2 була ортогональна осі Mz_1 .

Через неідеальність установки ньютонметрів вісь Mz_2 не цілком збігається з віссю чутливості другого ньютонметра l_2 . Орти осей чутливості ньютонметрів у системі координат Mz визначаються малим кутом δ :

$$e_{l_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, e_{l_2} = \begin{pmatrix} \delta \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Можливий інший вибір осей тригранника Mz , наприклад, такий, при якому осі чутливості спрямовані так:

$$e_{l_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\delta/2 \\ 0 \end{pmatrix}, e_{l_2} = \begin{pmatrix} \delta/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Уведемо орти осей прецесії гіроскопів, на базі яких побудована гіроплатформа, в осях Mz :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \theta_{21} \\ \theta_{31} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \theta_{12} \\ 1 \\ \theta_{32} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \theta_{13} \\ \theta_{23} \\ 1 \end{pmatrix},$$

де θ_{ij} – малі величини, що характеризують неідеальність орієнтації осей прецесії гіроскопів щодо осей приладового тригранника Mz , обумовленого осями ньютонметрів.

Позначимо через M_1 центр підвісу гіроплатформи і визначимо цю точку в осях тригранника Mz вектором ρ :

$$\rho = \vec{MM}_1 = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{pmatrix}.$$

Похибка, викликана розбіжністю точки M_1 і центрів мас гіроскопів, називається дебалансом.

Похибка масштабів, зсув нулів, складові типу білого шуму.

Інший тип погрішностей, що враховують, – це помилки масштабів, зсув нулів і складові типу білого шуму у вимірювальній і керуючій системах. Їх вплив описується наступними співвідношеннями.

Ньютонметри. Позначимо f'_i , $i = 1, 2$, вихідний сигнал i -го ньютонметра:

$$f'_i = f_i + \delta_i f_i + \varepsilon_i + \varepsilon_i^s,$$

де f_i – проекція сили f на вісь l_i , δ_i – похибка масштабу ньютонметра, ε_i – зсув показів ньютонметра, ε_i^s – складова похибки типу білого шуму. З урахуванням перекосів осей l_1 і l_2 маємо

$$\begin{aligned} f'_1 &= f_{z_1} + \delta_{11} f_{z_1} + \varepsilon_1 + \varepsilon_1^s, \\ f'_2 &= f_{z_2} + \delta_{21} f_{z_1} + \delta_{22} f_{z_2} + \varepsilon_2 + \varepsilon_2^s, \end{aligned} \tag{1}$$

де f_{z_i} — проекція сили f на вісь Mz_i .

Гіроплатформа. Позначимо ω_z'' вектор-стовпець, складений із проекцій абсолютної кутової швидкості приладового тригранника Mz на власні осі. Його величина задається датчиками моментів гіроплатформи і у такий спосіб залежить від керуючого сигналу $W = (W_1, W_2, W_3)^T$:

$$\omega_z'' = (E + \Theta')W + \nu + \rho^{\otimes 2} f, \tag{2}$$

де E – одинична матриця, матриця $\Theta' = (\theta'_{ij})$ включає, крім перекосів, похибки коефіцієнтів підсилення в каналах керування датчиками моментів гіроплатформи, $\nu = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)^T$ – відходи гіроплатформи, зв'язані, в основному, з тертям в осях, а останній доданок представляє наведений момент дебалансу гіроплатформи.

При подальшому аналізі передбачається, що всі введені параметри моделей похибок є випадковими константами з нульовим середнім, некорельованими між собою і із заданими апріорними дисперсіями,

$\varepsilon_i^s, i = 1, 2$, – білий шум з відомою інтенсивністю.

Методика визначення параметрів інструментальних похибок.

Надалі вважається, що до початку калібрування проведена виставка ІНС, причому так, що ідеальним положенням приладового тригранника служить географічний тригранник. Інша азимутальна орієнтація не міняє суті справи і легко може бути врахована в алгоритмі калібрування.

Метод визначення параметрів інструментальних похибок складається в лінеаризації завдання щодо програмного руху і наступному оцінюванні параметрів методом калмановської фільтрації. Керування гіроскопічною платформою здійснюється таким чином, щоб вона робила більші кутові еволюції. Вважається, що відповідні сигнали керування відомі точно.

Далі розглядається більш простий з погляду математичного опису розімкнутий режим калібрування (розмикається канал подачі на датчики моментів керуючого сигналу від бортового обчислювача ІНС).

Уведемо модельний тригранник M_u , визначивши його матрицею орієнтації $L = L(t)$ стосовно ідеального тригранника M_x . Позначимо кутову швидкість тригранника M_u відносно M_x в осях M_u через W_0 , тоді має місце кінематичне співвідношення

$$\dot{L} = W_0^{\sim} L. \tag{3}$$

Позначимо абсолютну кутову швидкість тригранника M_u у власних осях через W_y , тоді

$$W_y = W_0 + L \omega_x. \tag{4}$$

де ω_x – вектор абсолютної кутової швидкості тригранника M_x . При відомому W_0 і заданому початковому значенні L , наприклад $L(0) = E$, матриця L обчислюється за допомогою інтегрування рівняння (3); тоді вектор W_y визначається зі співвідношення (4). Виберемо W_y як керування, що подається на датчики моментів і забезпечують заданий кутовий рух гіроплат-форми.

Положення приладового тригранника M_z щодо модельного M_y визначимо вектором малого повороту β , так що

$$p_z = (E + \beta)^{\sim} p_y$$

для будь-якого вектора p . Позначимо ω_z вектор абсолютної кутової швидкості тригранника M_z у проекціях на власні осі, тоді відповідно з (2)

$$\omega_z = W_y + \delta\omega_z, \delta\omega_z = \Theta W_y + v + \tilde{f}\rho. \tag{5}$$

Оскільки кутова швидкість тригранника M_z відносно M_y дорівнює $5\omega_z$, має місце кінематичне рівняння похибок

$$\dot{\beta} = W_y \beta + \delta\omega_z. \tag{6}$$

Для уведеної раніше сили f маємо співвідношення

$$f_z = (E + \beta) f_y.$$

Покази ньютонometrів f'_i відповідно до (1) визначаються співвідношеннями

$$f'_i = f_z + \delta f_i, f'_2 = f_z + \delta f_2,$$

де

$$\delta f_1 = \delta_{11} f_{z_1} + \varepsilon_1 + \varepsilon_1^s, \delta f_2 = \delta_{21} f_{z_1} + \delta_{22} f_{z_2} + \varepsilon_2 + \varepsilon_2^s.$$

Звідси маємо лінеаризовані виміру (перші два компоненти вектора σ , $\sigma = f'_i - f_y$, $f_y = L f_x$):

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \beta_3 f_{y_2} - \beta_2 f_{y_3} + \delta_{11} f_{y_1} + \varepsilon_1 + \varepsilon_1^s, \\ \sigma_2 &= -\beta_3 f_{y_1} + \beta_1 f_{y_3} + \delta_{21} f_{y_1} + \delta_{22} f_{y_2} + \varepsilon_2 + \varepsilon_2^s. \end{aligned} \tag{7}$$

Додамо до рівнянь помилок (6) формуючі рівняння для параметрів моделі інструментальних похибок (будь-яка константа c описується рівнянням $\dot{c} = 0$). Тоді завдання калібрування зводиться до завдання оцінювання вектора x по вимірах σ , що задовольняють співвідношення

$$\dot{x} = Ax, \sigma = Hx + \varepsilon^s,$$

де $x = (\beta, v, \Theta, \rho, \delta, \varepsilon)^T \in R^{23}$, $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2)^T \in R^2$, а вид матриць A і H очевидний з (6) і (7).

Рішення цього завдання здійснюється методом калмановської фільтрації. Звичайне застосування фільтра Калмана супроводжується аналізом спостережності системи з метою відсікання неспостережних змінних. У цьому випадку інтерес представляє не те, які змінні є спостережуваними, а те, як наявність оцінок цих змінних у тій або іншій їхній комбінації впливає на точність рішення навігаційного завдання в польоті. Замість аналізу спостережуваності проведений аналіз поводження елементів ковариаційної матриці помилки оцінки.

Вибір закону зміни керуючого сигналу $W_0 = W_0(t)$, подаваного в режимі калібрування, неоднозначний і визначається трьома обставинами:

- максимальні кути нахилу платформи й кутових швидкостей повинні задовольняти заданим технічним обмеженням,
- кутові еволюції платформи повинні бути максимально інформативні,
- по закінченні калібрування платформа повинна займати вихідне положення, за винятком азимутального кута.

Вибір керування в чисельних експериментах був зроблений так, щоб вектор сили ваги в осях M_u займав досить велику поверхню на сфері, а кутовий рух платформи складався з поворотів щодо всіх трьох осей.

У ході чисельного моделювання процесу калібрування були прийняті наступні апріорні середньоквадратичні похибки для оцінюваних параметрів: $\sigma_\beta = 0,1^\circ$, $\sigma_v = 0,1^\circ / \text{год.}$, $\sigma_{\theta_i} = 10^{-4}$, $\sigma_\rho = 10^{-3}$, $\sigma_\delta = 10^{-4}$, $\sigma_\varepsilon = 10$ мГал при кроці рахунку, що дорівнює 1 секунді.

Програмне керування відповідало послідовності трьох рухів: 0,75 години з відносною кутовою швидкістю $W_0 = (\Omega, 0, 0)^T$, потім 1,5 години $(0, 0, -\Omega)^T$ і 0,75 години $(0, -\Omega, 0)^T$, $\Omega = 60^\circ / \text{год.}$ При цьому величини кутів нахилу гіроплатформи досягають 45° .

Чисельні експерименти показують, що при даній комбінації рухів оцінюються всі параметри, крім постійних зсувів нуля ньютонетрів. У той же час при відхиленні гіроплатформи на менші кути або використанні меншого числа кутових рухів істотно погіршується спостережність параметрів.

Для того щоб перевірити вплив калібрування на точність рішення навігаційного завдання, проведене моделювання польоту літального апарата. Точність роботи ІНС оцінювалася за допомогою інтегрування дисперсійного рівняння, що відповідає рівнянням помилок ІНС, з обліком і без обліку калібрування. Параметри рівнянь помилок ІНС обчислювалися уздовж спеціально обраної умовної траєкторії, що характеризується значними горизонтальними перевантаженнями. Саме, траєкторія руху була обрана так, щоб

$$V_e = V \cos \psi, \quad V_n = V \sin \psi, \quad \psi(t) = \psi_0 - A_0 \sin \frac{2\pi t}{T_0},$$

де V_e , V_n – східний і північний компоненти відносної швидкості руху, $V = 200$ м/с, $\psi_0 = \pi / 4$, $A_0 = \pi / 5$, $T_0 = 900$ с. При цих параметрах траєкторія польоту має вигляд «змійки», а максимальні горизонтальні перевантаження становлять 0,1 g. При цьому середньоквадратична помилка автономної ІНС досягає 30 км за годину польоту, у той час як середньоквадратична похибка відкаліброваної системи не перевищує 1,2 км за той же час.

Висновки. Результати моделювання свідчать про ефективність дослідженого способу калібрування. При перевірці на реальних даних може виявитися, що при більших кутах нахилу гіроплатформи варто враховувати супутні нелінійності.

Зазначимо також, що можливо інша (замкнута) схему калібрування, суть якої полягає в тому, що калібрований сигнал додається до керуючого сигналу, який подається на датчики моментів гіроплатформи, що працює в складі ІНС. Інформаційно така схема еквівалентна розглянутій вище.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Безвесільна О.М.* Вимірювання прискорень: Підручник. – К.: Либідь, 2002. – 350 с.
2. *Безвесільна О.М.* Вимірювання гравітаційних прискорень. – Житомир, 2002. – 264 с.
3. *Багряняц В.О. и др.* Аэрогравиметрические измерения с борта самолета // Разведочная геофизика. – М.: Недра, 1986. – Вып. 105. – С. 105–109.
4. *Голован А.А., Горицкий А.Ю. и др.* Алгоритмы корректируемых инерциальных навигационных систем, решающих задачу топопривязки: Препр. / Механико-математический ф-т МГУ. — 1994. — № 2.
5. *Парусников Н.А., Морозов В.М., Борзов В.И.* Задача коррекции в инерциальной навигации. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1982.

КОРОБІЙЧУК Ігор Вацлавович – кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматизації і комп'ютеризованих технологій Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- автоматизовані системи;
- гравіметричні системи;

– авіаційні гравіметричні системи.

Подано 25.09.2009

Коробійчук І.В. Визначення інструментальних похибок інерціальної навігаційної системи на нерухомій основі

Коробійчук И.В. Определение инструментальных погрешностей инерциальной навигационной системы на неподвижном основании

Korobijchuk I.V. Determination of instrument errors for inertial navigation system on a stationary base

УДК 531.383

Определение инструментальных погрешностей инерциальной навигационной системы на неподвижном основании /И.В.Коробійчук

Рассматривается возможность определения параметров погрешностей (калибровки) платформенной инерциальной навигационной системы без использования специальных стендов. Вместо формального выделения наблюдаемых и ненаблюдаемых составляющих погрешностей эффективность калибровки оценивается по её влиянию на точность решения навигационной задачи.

УДК 531.383

Determination of instrument errors for inertial navigation system on a stationary base /I.V.Korobijchuk

The possibility to determine these parameters for platform-based inertial navigation systems without using special stands is considered. This is delivered by a special mode of the gyro platform control. Instead of formal determination of the observable and unobservable components, the quality of calibration is measured by its influence on the accuracy of navigation.