ПРИЛАДИ. РАДІОТЕХНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

УДК 531.383

О.М. Безвесільна, д.т.н, проф.
Національний технічний університет України "КПІ"

СИСТЕМАТИЧНІ ПОХИБКИ ГІРОСКОПІЧНОГО ГРАВІМЕТРА В РАЗІ ВИПАДКОВИХ ПОСТУПАЛЬНИХ І КУТОВИХ ВІБРАЦІЙ ОСНОВИ

В статті проаналізовано роботу гіроскопічного гравіметра за умов випадкових поступальних і кутових вібрацій основи, на якій встановлено прилад. Оцінено вплив коефіцієнта нерегулярності вібрацій на математичне сподівання похибки гіроскопічного гравіметра. Визначено можливості застосування методів гармонічного аналізу для дослідження роботи приладу.

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок з важливими науковими та практичними завданнями. Точні знання аномалій гравітаційного поля Землі Δg необхідні як у авіаційній і космічній техніці (корекція систем індивідуальної навігації ракет, літаків, орбіт космічних літальних апаратів), так і в інших галузях науки і техніки – в геології, геофізиці, геодезії (розвідка корисних копалин, вивчення форми Землі тощо). Тому актуальним є великомасштабне вивчення Δg.

Для цього можна побудувати авіаційну гравіметричну систему (АГС), чутливим елементом якої є гравіметр. Ефективність роботи АГС значною мірою забезпечується вибором гравіметра. Сьогодні одними з найперспективніших вважають гіроскопічні гравіметри (ГГ). В [1] запропоновано новий тип ГГ.

Підвищення точності й швидкодії визначення навігаційних координат рухомих об'єктів і проведення гравірозвідки в окремих слабовивчених районах Земної кулі зумовлюють необхідність підвищення точності й швидкодії АГС. Це основне завдання, що постає перед розробниками прецизійних АГС, і, крім того, це завдання є важливою науково-технічною проблемою народногосподарського значення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми і на які спирається автор у своєму дослідженні. Аналіз статичних та динамічних похибок ГГ при дії вібрацій, проведений в [1], показав, що ГГ має у 10 разів менші похибки, ніж найбільш відомі сильнодемпфовані гравіметри ГАЛ і ГАЛ-С.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується стаття. У літературі [2, 3 та ін.] відсутні відомості щодо аналізу роботи ГГ при випадкових поступальних і кутових вібраціях основи. Не досліджено, чи можна використовувати методи гармонічного аналізу для дослідження роботи приладу.

Формулювання цілей статті (постановка завдання). Мета статті – проаналізувати роботу ГГ за умов випадкових поступальних і кутових вібрацій місця – основи встановлення приладу.

Завдання статті – оцінити вплив коефіцієнта нерегулярності вібрацій на математичне сподівання похибки ГГ в разі вібрації основи, а також визначити можливості застосування методів гармонічного аналізу для дослідження роботи приладу.

Вкладення основного матеріалу досліджень з повним обгрунтуванням отриманих наукових результатів. Для аналізу роботи ГГ за умов випадкових поступальних і кутових вібрацій місця – основи встановлення приладу, скористаємося рівнянням руху ГГ, отриманим в [1]:

$$\begin{aligned} &c_1'\dot{\alpha} + H\omega_y\alpha + H\dot{\beta} + k_1\beta = -H\omega_x; \\ &-H\dot{\alpha} - k_2\alpha + c_2'\dot{\beta} - mlw_y\beta + H\omega_y\beta = H\omega_z - mlw_z - m\,\mathrm{lg}, \end{aligned} \tag{1}$$

де H – гіроскопічний момент; α, β – кути відхилення ротора ГГ навколо зовнішньої осі Oz та внутрішньої осі Oy; ml – маятниковість; c_1, c_2 – коефіцієнти в'язкого тертя по осях Oz та Oy; k_1, k_2 – коефіцієнти передачі каналів управління та корекції ГГ; w_1, w_2 – амплітуди поступальних віброприскорень по осях Oz та Oy; ω_x, ω_y, ω_z – амплітуди кутової швидкості по осях Ox, Oy та Oz; g – прискорення сили тяжіння.

Розв'яжемо систему рівнянь (1) відносно невідомої α. Враховуючи, що $c_1'c_2' << H^2$ і $Hc_2'\dot{\omega}_x << H^2\dot{\omega}_z$, поділивши всі члени отриманого рівняння на k_1k_2 і ввівши позначення:

$$\frac{H^2}{k_1k_2} = T^2 = c_0;\ \frac{H(k_1+k_2)}{k_1k_2} = 2\xi T = c_1;\ c_2 = 1;\ \frac{c_1' m\lg}{k_1k_2} = c_3;$$
$$\frac{(c_2'-c_1')Hg}{k_1k_2} = c_4;\ \frac{Hmlg}{k_1k_2} = c_5;\ \frac{Hg}{k_2} = c_6;\ \frac{mlg}{k_2} = c_7;\ \frac{H^2g}{k_1k_2} = c_8;\ \frac{1}{g} = \upsilon, \tag{2}$$

дістанемо:

$$c_0\ddot{\alpha} + c_1\dot{\alpha} + \alpha(c_2 - \upsilon c_3\dot{w}_y + \upsilon c_4\dot{\omega}_y - \upsilon c_5\omega_y w_y - \upsilon c_8\omega_y^2) =$$
$$= \upsilon c_5\dot{w}_z - \upsilon c_6\omega_z + \upsilon c_7 w_z + \upsilon c_8\omega_x\omega_y - \upsilon c_8\dot{\omega}_z + \upsilon c_5\omega_x w_y. \tag{3}$$

Розв'язок рівняння (3) шукатимемо у вигляді ряду за степенями малого параметра υ:

$$\alpha = \alpha_0 + \upsilon\alpha_1 + \upsilon^2\alpha_2 + \ldots \tag{4}$$

Підставивши (4) у рівняння (3) і порівнюючи коефіцієнти при однакових степенях υ в обох частинах добутої рівності, дістанемо систему рівнянь для визначення $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots$:

$$c_0\ddot{\alpha}_0 + c_1\dot{\alpha}_0 + c_2\alpha_0 = f(t);$$
$$c_0\ddot{\alpha}_1 + c_1\dot{\alpha}_1 + c_2\alpha_1 = -Y(t)f(t); \tag{5}$$
$$c_0\ddot{\alpha}_2 + c_1\dot{\alpha}_2 + c_2\alpha_2 = -Y^2(t)f(t),$$

де

$$f(t) = \upsilon c_5\dot{w}_z - \upsilon c_6\omega_z + \upsilon c_7 w_z + \upsilon c_8\omega_x\omega_y - \upsilon c_8\dot{\omega}_z + \upsilon c_5\omega_x w_y;$$
$$Y(t) = c_2 - \upsilon c_3\dot{w}_y + \upsilon c_4\dot{\omega}_y - \upsilon c_5\omega_y w_y - \upsilon c_8\omega_y^2.$$

Очевидно, що математичне сподівання похибки гірогравіметра можна представити у вигляді:

$$\overline{\alpha} = \overline{\alpha}_0 + \overline{\upsilon}\alpha_1 + \upsilon^2\overline{\alpha}_2 + \ldots \tag{6}$$

Відомо, що математичні сподівання на вході й виході лінійної динамічної системи пов'язані співвідношенням:

$$\overline{\alpha}_i = w(j\omega)\big|_{\omega=0} \cdot f_i\,, \tag{7}$$

де частотна передаточна функція у цьому випадку:

$$w(j\omega) = \frac{1}{1 - T^2\omega^2 + 2\xi Tj\omega}, \tag{8}$$

а f_i визначається правими частинами відповідних рівнянь системи (5).

Покажемо, що для визначення $\overline{\alpha}$ можна обмежитися двома першими членами ряду (6).

Скориставшись методом спектрального розкладу випадкової функції для знаходження $\overline{\alpha}$, враховуючи позначення (2), дістанемо:

$$\overline{\alpha} = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{c_3c_5\upsilon^2\omega^2 + c_3c_7\upsilon^2 j\omega}{1 - T^2\omega^2 + 2\xi Tj\omega}Sw_y w_z(\omega)d\omega + \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{c_2c_8\upsilon^2\omega^2 + c_2c_6\upsilon\ j\omega}{1 - T^2\omega^2 + 2\xi Tj\omega}S_{\psi\theta}(\omega)d\omega +$$
$$+ \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{c_4c_6\upsilon^2\omega^3 + c_4c_8\upsilon^2\omega^4}{1 - T^2\omega^2 + 2\xi Tj\omega}S_{\psi\varphi}(\omega)d\omega + \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{c_4c_7\upsilon^2\omega^2 + c_4c_5\upsilon^2 j\omega^3}{1 - T^2\omega^2 + 2\xi Tj\omega}Sw_z\psi(\omega)d\omega - \tag{9}$$
$$- \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{c_3c_6\upsilon^2\omega^2 + c_3c_9\upsilon^2 j\omega^3}{1 - T^2\omega^2 + 2\xi Tj\omega}Sw_y\varphi(\omega)d\omega + \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{c_2c_5\upsilon^2\omega^2}{1 - T^2\omega^2 + 2\xi Tj\omega}Sw_z\theta(\omega)d\omega.$$

Вважатимемо, що

$$S_{w_yw_z}(\omega) = S_{\psi\theta}(\omega) = S_{\psi\varphi}(\omega) = S_{w_z\psi}(\omega) = S_{w_y\theta}(\omega) = \frac{2A_i\mu_i b_i}{\omega^4 + 2a\omega^2 + b^4}, \tag{10}$$

де A_i – дисперсія кутів і прискорень хитання, характеризує інтенсивність хитання літака на нерегулярному хвилюванні (i = 1, 2, ...6):

$$A_1 = D[\psi,\theta] = \frac{\psi\theta}{2},\ A_2 = D[w_y, w_z] = \frac{w_a w_b}{2},\ A_3 = D[\psi,\varphi] = \frac{\psi\varphi}{2},$$
$$A_4 = D[w_z,\psi] = \frac{w_a\psi}{2},\ A_5 = D[w_y,\varphi] = \frac{w_b\varphi}{2},\ A_6 = D[w_y,\theta] = \frac{w_b\theta}{2},\ b_i^2 = \mu_i^2 + \lambda_i^2, \tag{11}$$

де μ_i – коефіцієнт затухання кореляційної функції, що характеризує ступінь нерегулярності хитання літака; λ_i – частота зміни кореляційної функції, що визначає переважну частоту хитання літака на нерегулярному хвилюванні.

Після обчислення інтегралів (9), які легко виконати зведенням до табличного вигляду, дістанемо:

$$\overline{\alpha} = \frac{b^2H}{2\xi k_1^2 k_2^2 T}\left\{\begin{aligned}&\frac{(\xi + T\mu)(\theta\psi Hk_1k_2T + w_a w_b c_1' m^2 l^2 T + w_a\psi c_1' mlk_1T}{(1 - T^2b^2)^2 + 4[T^2\xi^2b^2 +} + \\ &+ \frac{w_b\varphi c_1' mlk_1 T + \omega_\theta \theta Hmlk_2T) + \varphi\psi c_1' H^2(\xi Tb^2 + \mu)}{+ T\mu(\xi + T\mu) + T^3\xi\mu b^2]}\end{aligned}\right\}. \quad (12)$$

У разі гармонічного характеру вібрацій літака, тобто при $\mu \to 0$, значення $\overline{\alpha}$ і $\langle\alpha\rangle$ відповідно до виразу (12) однакові.

Як видно з табл. 1, можливі зміни коефіцієнта нерегулярності μ/λ лежать у діапазоні 0,05...0,122, та 0,05...1,1 відповідно для поступальних і кутових вібрацій основи. Оцінити вплив коефіцієнта нерегулярності μ/λ на математичне сподівання похибки $\overline{\alpha}$ гірогравіметра в разі вібрацій основи можна, підставивши у вираз (12) такі параметри: $\varphi = \theta = \psi = 10'$, $w_a = w_b = 10$ м/с^2, $\lambda = 0{,}02$ с$^{-1}$, $H = 2\cdot10^{-3}$ кг·м·с, $k_1 = k_2 = 5\cdot10^{-3}$ кг·м, $T = 0{,}4$ с, $\xi = 1$, $c'_1 = 5\cdot10^{-3}$ кг·м·с, $ml = 10^{-3}$ кг·с^2. Відповідно до отриманих при цих параметрах значень (табл. 1) побудовано графік (рис. 1).

Таблиця 1

Залежність математичного сподівання похибки ГГ від коефіцієнта нерегулярності в разі вібрацій основи

μ/λ	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	1,1
$\overline{\alpha}$, 10^{-6} рад	3,36	3,36	3,40	3,66	4,00	4,35

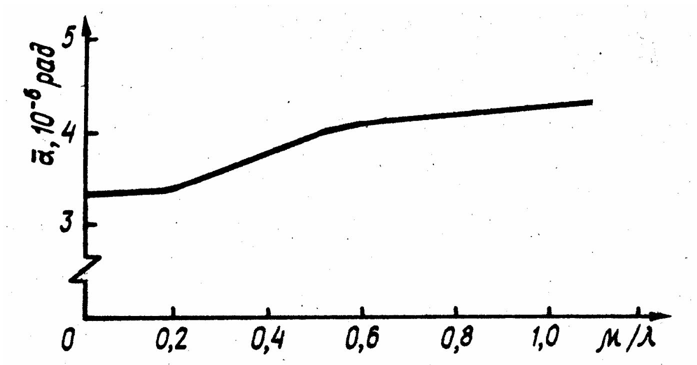

Рис. 1. Залежність математичного сподівання похибки ГГ від зміни коефіцієнта нерегулярності за умов вібрації основи

Аналіз наведеного графіка дає змогу зробити **висновок** про те, що при малих значеннях коефіцієнта нерегулярності μ/λ = 0...0,3 залежність $\overline{\alpha} = f(\mu/\lambda)$ є прямою лінією. Отже під час хитання літака зі співвідношенням μ/λ = 0 ... 0,3, яке відповідає поступальним вібраціям основи, збурюючий вплив можна вважати близьким до гармонічного і використовувати методи гармонічного аналізу для дослідження роботи приладу. При значеннях коефіцієнта нерегулярності μ/λ до 1,1, що відповідають кутовим коливанням основи, математичне сподівання похибки $\overline{\alpha}$ гірогравіметра змінюється менше ніж на 30 % – близько 0,3 мГл. У разі вимірювань з похибкою до 1 мГл можна вважати такий вплив коефіцієнта нерегулярності на роботу приладу незначним і для дослідження роботи ГГ використовувати методи гармонічного аналізу.

Аналогічний висновок можна зробити, якщо проаналізувати вплив μ/λ на роботу ГГ при частоті збурення ω = 1640 с$^{-1}$.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Безвесільна О.М.* Вимірювання прискорень: Підручник. – К.: Либідь, 2001. – 350 с.
2. Гравиразведка. Справочник геофизика / Под ред. Е.А. Мудрецовой. – М.: Недра, 1981. – 397 с.
3. *Грушинский Н.П.* Определение силы тяжести на море. – М.: Недра, 1970. – 246 с.

БЕЗВЕСІЛЬНА Олена Миколаївна – Заслужений діяч науки і техніки України, доктор технічних наук, професор кафедри приладобудування Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

– вимірювальні перетворювачі;

– гравіметрія.

Подано 12.09.2007