УДК 629.7.076.6:521.3

А.М. Воронін, д.т.н., проф.
С.В. Ковбасюк, к.т.н.
Ю.І. Міхєєв, ад'юнкт
Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ РУХУ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ ПРИ ОБМЕЖЕНІЙ КІЛЬКОСТІ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Розглядається задача визначення параметрів руху космічних апаратів шляхом комплексування вимірювальної інформації від наземних засобів та глобальних навігаційних супутникових систем (ГНСС). Запропоновано синергетичні методи комплексування, що дозволяють при обмеженій кількості каналів отримувати максимум доступної інформації. Наведено результати математичного моделювання.

Актуальність досліджень. Етап супроводження космічного апарата (КА), особливо на перших витках польоту, характеризується визначенням його дійсного положення у просторі. Це пов'язано з точним визначенням його координат шляхом проведення математичної обробки траєкторних вимірювань, що отримуються системою вимірювачів. При цьому інформація про стан об'єкта надходить декількома каналами. В процесі проведення вимірювань для кожного з каналів характерні свої переваги та недоліки в різних умовах польоту. Тому потрібно об'єднати (комплексувати) отримані дані для найбільш достовірної оцінки координат у поточний момент часу.

В таких умовах завдання визначення найбільш достовірної оцінки вектора координат КА за існуючою сукупністю даних полягає у визначенні відносного ступеня достовірності даних, що надходять від окремого вимірювача (інформаційного каналу) в поточний момент часу [1].

Сучасні методи точного визначення параметрів руху КА вимагають накопичення результатів траєкторних вимірювань за короткий проміжок часу, що пов'язано із залученням вимірювань від ГНСС. Однак ряд факторів, у тому числі відсутність власної ГНСС, обмежують доступність її постійного використання. Тому завдання отримання максимальної інформації з наявної сукупності різних даних слід вважати актуальним.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. В останній час питанню підвищення точності визначення параметрів руху КА за рахунок використання додаткових вимірювальних джерел приділяється все більше уваги. Так у [2] розглядається обробка вимірювальної інформації від автономних вимірювачів, рознесених у просторі. В роботі [3] запропоновано методику визначення параметрів орбіти КА на основі об'єднання інформації від декількох радіолокаційних станцій (РЛС). У наведених прикладах отримання оцінок відбувається шляхом використання методу найменших квадратів. До переваг даного методу можна віднести його високу швидкодію, що досягається завдяки простоті обчислювальної схеми. Недоліком такого підходу є необхідність у надлишковості траєкторної інформації, що пов'язано з особливостями врахування випадкової похибки вимірювань під час розрахунків. У роботі [4] описано метод траєкторних вимірювань, що використовує сумісну обробку вимірювальної інформації від полігонних засобів та спеціальної бортової вимірювальної апаратури. Недоліком підходу є те, що під час комплексування не враховується відносний ступінь достовірності отриманих даних. Для уникнення цих недоліків пропонується застосування концепції синергетики [5, 6] – науки про кооперативні процеси при комплексуванні даних в умовах обмеженої кількості каналів вимірювань.

Можливі **два підходи** при синергетичному комплексуванні даних. Перший – виявлення найбільш інформативних каналів (механізм **«редукторів ступенів свободи»**). До переваг даного підходу можна віднести простоту його реалізації, але деякі корисні відомості, що містяться у відкинутій інформації, не беруть участь в процесі формування рішення. Другий пропонує замість «редукторів ступенів свободи» вмикання механізмів, які дозволяють усім каналам отримання даних брати участь у формуванні рішення з відповідними ваговими коефіцієнтами, що відповідають ступеню їх інформативності в даній ситуації (**«дискримінаторів ступенів свободи»**). В результаті цього вся доступна інформація буде використана належним чином.

Перший підхід.

Постановка задачі. Дано: кількість вимірювачів (каналів передачі даних) $m \geq 3$. Масив вихідних даних надано у вигляді матриці-стовпця:

$$Q^T = \|q_1, q_2, ..., q_m\|, \quad (1)$$

де $q_i = \|x_i, y_i, z_i, \dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i\|$, $i \in [1, m]$ – дані про положення КА у вигляді вектора поточних координат у гринвіцькій системі координат (ГСК), що отримані i-ми каналами (компоненти системи комплексування).

Необхідно **визначити** оцінку вектора $\hat{q}$.

Метод розв'язання.

У зв'язку з відсутністю апріорних даних про достовірність кожного каналу вимірювання приймемо однаковий ступінь довіри до всіх каналів. Для цього дані приймаються з одним ваговим коефіцієнтом $k_i^I = 1$, $i \in [1, m]$. Тоді вираз для оцінки на першій ітерації, що отримана шляхом осереднювання, буде мати вигляд:

$$\hat{q}^I = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} k_i^I q_i = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} 1 \cdot q_i = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} q_j \ . \tag{2}$$

Операція осереднювання в матричному вигляді описується таким виразом:

$$\hat{q}^I = \frac{1}{m} EQ \ , \tag{3}$$

де $E = \|1,1,\ldots,1\|$ – одинична m-матриця-рядок.

Тепер оцінки окремих каналів q_i з матриці (1) можна порівняти з отриманою інформацією про середню оцінку (міру більшості). Різниця між осередненою оцінкою та такою, що отримана даним каналом, може бути основою для змінення вагового коефіцієнта k_i. Тим каналам, чия оцінка ближча до q^I , доцільно підвищити коефіцієнт k_i, і навпаки, каналам, чиї оцінки далекі від середньої, його слід знизити. Для реалізації цієї процедури вводиться міра («редуктори ступенів свободи»):

$$\delta_i^{II} = \left|\hat{q}^I - q_i\right|, \ i[1, m], \tag{4}$$

яка є кількісним виразом ступеня довіри до i-го каналу на другій ітерації. Доцільно підібрати такі коефіцієнти k_i^{II} , що являли б собою функції, обернено пропорційні δ_i^{II} :

$$k_i^{II} = a / \delta_i^{II}, \ a = \text{const} \ , \tag{5}$$

за умови

$$\sum_{i=1}^{m} k_i^{II} = m. \tag{6}$$

Розв'язуючи систему рівнянь (5) та (6), виключаємо невідомий коефіцієнт пропорційності a та отримуємо:

$$k_i^{II} = \left(\frac{m}{\delta_i^{II}}\right) / \sum_{t=1}^{m}\left(\frac{1}{\delta_t^{II}}\right). \tag{7}$$

Після цього на другій ітерації осереднення відбувається з врахуванням довіри до каналів за результатами першої ітерації:

$$\hat{q}^{II} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} k_i^{II} q_i \ . \tag{8}$$

Подамо вираз (8) у матричному вигляді:

$$\hat{q}^{II} = \frac{1}{m} K^{II} Q \ , \tag{9}$$

де $K^{II} = \left\|k_1^{II}, k_2^{II}, \ldots, k_j^{II}, \ldots, k_m^{II}\right\|$ – матриця-рядок.

Процес третьої ітерації починається зі встановлення міри:

$$\delta_i^{III} = \left|\hat{q}^{II} - q_i\right|, i[1, m]. \tag{10}$$

Математичний вираз ітераційної процедури в матричному вигляді зобразимо таким чином:

$$\hat{q}^{(g)} = \frac{1}{m} K^{(g)} Q, K^I = E \ , \tag{11}$$

де $g \in [1, h]$ – номер ітерації. Завершення виконання ітераційної процедури регулює така умова:

$$\left|\widehat{q}^{(h)} - \widehat{q}^{(h-1)}\right| \le \varphi, \tag{12}$$

де φ – задана мала величина.

Результатом описаної ітераційної процедури є отримання уточненої оцінки $\widehat{q} = \widehat{q}^{(h)}$, що визначається з врахуванням різнорідності каналів.

У процесі дослідження складних вимірювальних систем використовують статистичні методи оцінювання, що пов'язано з наявністю випадкових похибок, для врахування впливу яких у процесі розв'язання задачі використовують відповідні закони розподілу випадкової величини. Тому визначення оцінки вектора q доцільно проводити в термінах математичної статистики.

Другий підхід.

Розглянемо безперервну дійсну випадкову величину X, щільність розподілу ймовірностей якої $f(x \mid \theta)$ відома з точністю до невідомого параметра θ. Необхідно обчислити уточнену оцінку $\widehat{\theta}$ параметра θ на основі статистичного матеріалу обмеженого об'єму, що складається із сукупності n незалежних реалізацій випадкової величини X:

$$\overline{x} = \overline{x}^{(n)} = (x_1, x_2, \ldots, x_n). \tag{13}$$

Якщо випадкова величина X розподілена нормально з відомою дисперсією σ^2, то параметром, що підлягає оцінюванню, є математичне очікування $\theta = m_x$.

$$f(x \mid \theta) = f(x \mid m_x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(m_x - x)^2}{2\sigma^2}\right]. \tag{14}$$

Для визначення найкращих (незміщених та ефективних) оцінок при наявності такої інформації використовують метод максимальної правдоподібності [7]. Тоді оцінка математичного очікування нормально розподіленої випадкової величини буде мати вигляд:

$$\widehat{\theta} = X_c = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i. \tag{15}$$

Однак даний підхід не забезпечує задовільної точності для вибірок малого об'єму. Тому для розв'язання задачі застосуємо бейєсівський підхід [7]. При використанні апріорної інформації про те, що незміщена оцінка параметра θ, що розглядається як випадкова величина, розподілена за тим же законом, що й X. Мінімізація функції ризику при квадратичній функції втрат дає вираз для оптимальної оцінки як апостеріорного математичного очікування параметра θ, при заданому векторі спостережень:

$$\widehat{\theta} = \int_{\infty}^{+\infty} \theta f(\theta \mid x) d\theta \Big|_{x = x^{(n)}}. \tag{16}$$

Теорема Бейєса комбінує апріорний розподіл та дані спостереження так, щоб утворився апостеріорний розподіл:

$$f(\theta \mid x) = \frac{f(x \mid \theta) f_a(\theta)}{f(x)}, \tag{17}$$

де $f_a(\theta)$ – апріорна щільність розподілу ймовірностей, що належить параметру θ перед проведенням вимірювань:

$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x \mid \theta) f_a(\theta) d\theta$ –- маргінальний розподіл.

Тоді вираз (16) буде мати вигляд:

$$\widehat{\theta} = \frac{\int_{\infty}^{+\infty} \theta f(\theta \mid x) f_a(\theta \mid \theta') d\theta}{\int_{\infty}^{+\infty} \theta f(\theta \mid x) f_a(\theta \mid \theta') d\theta} \Big|_{\overline{x} = \overline{x}^{(n)}}, \tag{18}$$

де θ' - невідома константа. Оскільки оцінка $\hat{\theta}$ повинна обчислюватися за заданим вектором спостережень, то у виразі (18) переходять від інтегралів до додавання за елементами даної вибірки і невідомі константи замінюють їх оцінками:

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f\left(x_i \mid \hat{\theta}\right) f_a\left(x_i \mid \hat{\theta}\right)}{\sum_{i=1}^{n} f\left(x_i \mid \hat{\theta}\right) f_a\left(x_i \mid \hat{\theta}\right)}. \tag{19}$$

Формула (19) виражає залежність величини $\hat{\theta}$ від самої себе:

$$\hat{\theta} = \varphi\left(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta\right). \tag{20}$$

Для розв'язку рівняння в такій формі використовують ітераційні методи [8]. Рекурентна формула, що дозволяє організувати ітераційну процедуру, має такий вигляд:

$$\hat{\theta}[l] = \varphi\left(x_1, x_2, \ldots, x_n; \hat{\theta}[l-1]\right), l \in [1, L], \tag{21}$$

де l – номер поточної ітерації.

Ітераційний процес закінчується при виконанні умови

$$\hat{\theta}[L] - \hat{\theta}[L-1] \le \lambda_\theta,$$

де λ_θ – задана точність обчислення оцінки $\hat{\theta}$.

Наприклад, необхідно уточнити математичне очікування m_x випадкової величини X за результатами випадкової вибірки (13). Відомо, що X розподілена за нормальним законом із заданою щільністю ймовірності (14) при відомій дисперсії σ^2. Апріорна інформація полягає в тому, що оцінка математичного очікування X_c розподілена також за нормальним законом із відомою дисперсією

$$\sigma_1^2 = \sigma^2 / n \tag{22}$$

та з тим же невідомим математичним очікуванням m_x:

$$f\left(x \mid \theta\right) = f\left(m_x \mid X_c\right) = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\left(X_c - m_x\right)^2}{2\sigma_1^2}\right]. \tag{23}$$

Для розв'язку задачі підставимо вираз (14) та (23) у формулу (19) й отримаємо:

$$X_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \exp\left[\frac{\left(x_i - X_c\right)^2 \left(\sigma^2 + \sigma_1^2\right)}{2\sigma^2 \sigma_1^2}\right]}{\sum_{i=1}^{n} \exp\left[\frac{\left(x_i - X_c\right)^2 \left(\sigma^2 + \sigma_1^2\right)}{2\sigma^2 \sigma_1^2}\right]}. \tag{24}$$

Враховуючи (22), отримаємо:

$$\frac{\left(\sigma^2 + \sigma_1^2\right)}{2\sigma^2 \sigma_1^2} = \frac{n+1}{2\sigma^2}. \tag{25}$$

Таким чином, для обчислення оцінки X_c повинна бути організована ітераційна процедура:

$$X_c[l] = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \exp\left[\frac{\left(x_i - X_c[l-1]\right)^2 (n+1)}{2\sigma^2}\right]}{\sum_{i=1}^{n} \exp\left[\frac{\left(x_i - X_c[l-1]\right)^2 (n+1)}{2\sigma^2}\right]}, \tag{26}$$

причому за перше наближення доцільно прийняти оцінку максимальної правдоподібності (15).

Кількісну перевірку запропонованих ітераційних алгоритмів було проведено шляхом моделювання на персональній обчислювальній машині. Блок-схема алгоритму першого підходу зображена на рис. 1. Розглядалась задача уточнення вектора поточних координат КА q за даними вимірювань від РЛС 5Н86, суміщеної командно-траєкторної радіолінії (СКТРЛ) та ГНСС GPS. Вхідні дані було задано матрицеюстовпцем $Q^T = \|q_{РЛС}, q_{СКТРЛ}, q_{GPS}\|$, компонентами якої є вектори координат КА в ГСК q_i, що отримані від відповідних вимірювачів (табл. 1).

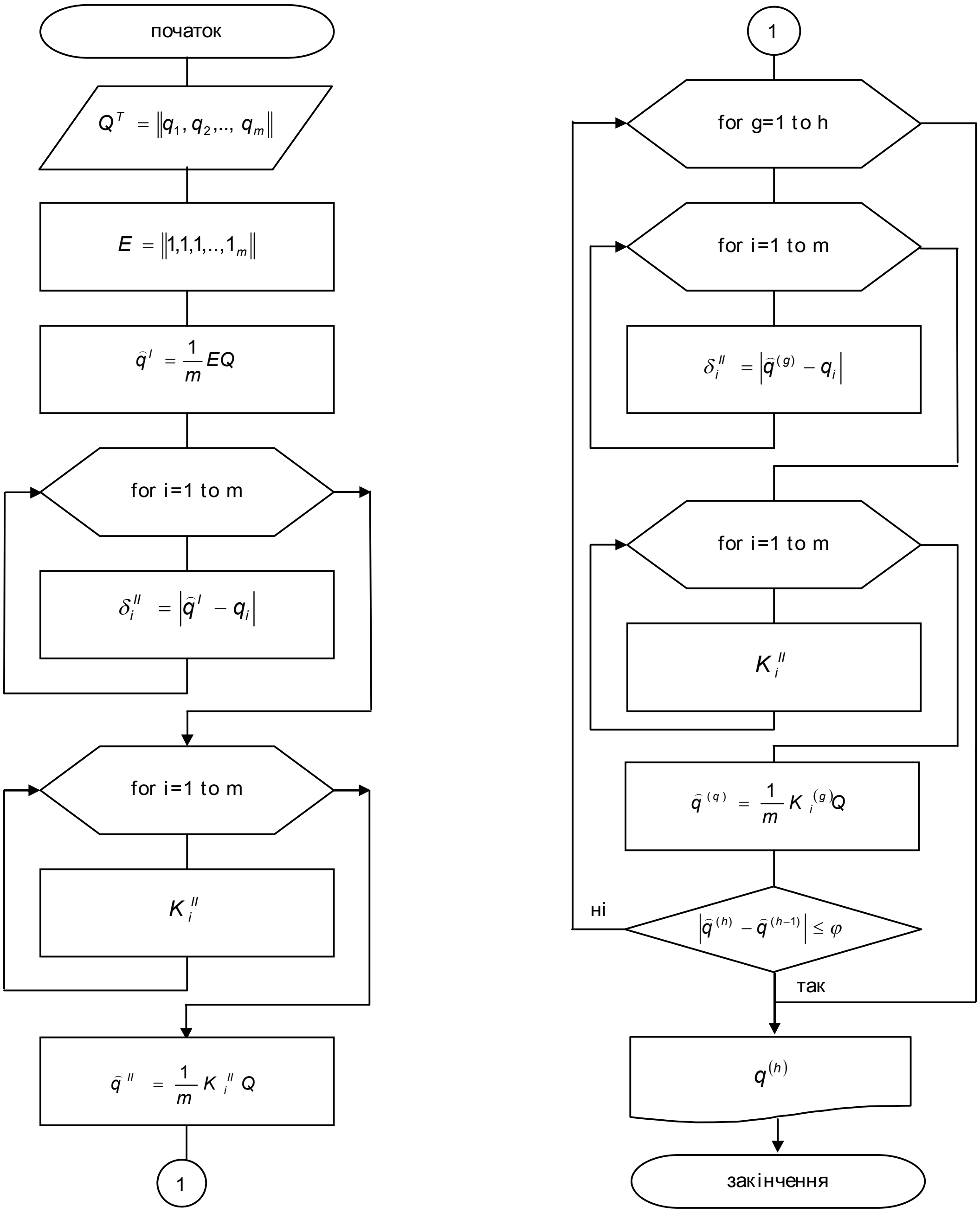

Рис. 1. Блок-схема алгоритму визначення оцінки вектора $\hat{q}$
за механізмом «редукторів ступенів свободи»

Результати обчислень за першим підходом надано у табл. 1, де $\hat{q}^{(g)}$ – оцінка, що отримана на g-й ітерації при заданій $\varphi = 0{,}0001$. Оцінку, що отримана на першій ітерації $\hat{q}^I$, та оцінку $\hat{q}^{(g)}$ було порівняно з еталонним значенням $\hat{q}_{еталон}$.

Таблиця 1

q_j	x_j, км	y_j, км	z_j, км
$q_{РЛС}$	5899.5302	1590.5461	3425.5122
$q_{СКТРЛ}$	5906.0317	1598.2083	3433.6154
q_{GPS}	5904.7513	1597.1194	3432.7275
$q_{еталон}$	5904.6883	1596.8648	3432.7539
$\hat{q}^{I}$	5903.4377	1595.2912	3430.6183
$\hat{q}^{(g)}$	5904.7513$^{(9)}$	1597.1132$^{(14)}$	3432.7270$^{(22)}$
$\Delta_I = \left\lvert q_{еталон} - \hat{q}^{I} \right\rvert$	1.2506	1.5736	2.1356
$\Delta_g = \left\lvert q_{еталон} - \hat{q}^{(g)} \right\rvert$	0.063	0.2484	0.0269

Розрахунки за другим підходом проводилися при прийнятті допущення про те, що помилки вимірювань розподілені за нормальним законом із нульовим математичним очікуванням. За апріорну інформацію вважалося відоме середньоквадратичне відхилення σ_i при незміщеній оцінці вектора $\hat{q}$ (табл. 2).

Таблиця 2

q_j	x_j, км	y_j, км	z_j, км
$q_{РЛС}$	5899.5302	1590.5461	3425.5122
$q_{СКТРЛ}$	5906.0317	1598.2083	3433.6154
q_{GPS}	5904.7513	1597.1194	3432.7275
σ_i	σ_x =22.3	σ_y =10.1	σ_z =7.6
$q_{еталон}$	5904.6883	1596.8648	3432.7539
$\hat{q}^{I}$	5903.4377	1595.2912	3430.6183
$\hat{q}^{(g)}$	5903.4943$^{(8)}$	1596.0350$^{(14)}$	3432.5049$^{(20)}$
$\Delta_I = \left\lvert q_{еталон} - \hat{q}^{I} \right\rvert$	1.2506	1.5736	2.1356
$\Delta_g = \left\lvert q_{еталон} - \hat{q}^{(g)} \right\rvert$	1.194	0.8298	0.249

Аналіз результатів показує, що розраховані оцінки (табл. 1, 2) відрізняються від тих оцінок, що отримані шляхом осереднення (оцінок першої ітерації $\hat{q}^{I}$). У випадку механізму «редукторів ступенів свободи» обирається домінуючий канал, на який в подальшому орієнтуються. При внесенні у вектор Q^T додаткової інформації (збільшенні кількості каналів даних для оцінки), що суттєво не відрізняється від існуючих даних, результуюча оцінка вектора $\hat{q}$ наближається до оцінки першої ітерації. Результати обчислень за механізмом «дискримінаторів ступенів свободи» показують, що отримане значення оцінки знаходиться в межах інтервалу оцінювання. В цьому випадку всі існуючі дані обробляються з врахуванням інформації за кожним з існуючих каналів. Дана методика передбачає індивідуальний підхід до кожної реалізації випадкової величини.

Висновок. Таким чином, запропоновано підходи, що дозволяють усунути втрати інформації при обчисленні оцінок за малою вибіркою. Доцільність застосування того чи іншого варіанта залежить від наявності вхідних даних.

У подальшому пропонується дослідити можливість застосування синергетичного зважування в методі найменших квадратів.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Жданюк Б.Ф.* Основы статистической обработки траекторных измерений. – М.: Сов. радио, 1978. – 384 с.
2. *Черняк В.С.* Многопозиционная радиолокация. – М.: Радио и связь, 1993. –415 с.
3. *Баранов В.Л., Ковбасюк С.В,. Синюшко В.Д.* Методика визначення параметрів орбіти космічного апарата в багатопозиційному некогерентному радіолокаційному комплексі // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем. Технічні науки. – Житомир: ЖВІРЕ, 2004. – № 8 / Технічні науки. – С. 48–55.

4. *Додонов А.Г., Путятин В.Г., Валютчик В.А.* Совместная обработка траекторной измерительной информации при испытаниях сложных информационно-управляющих систем // Реєстрація, зберігання і обробка даних. – 2005. – Т. 7. – № 4. – С. 58–65.
5. *Колесников А.А.* Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
6. *Хакен Г.* Синергетика. – М.: Мир, 1980. – 248 с.
7. *Кокс Д., Хинкли Д.* Теоретическая статистика. – М.: Мир, 1978. – 560 с.
8. *Гутер Р.С., Резниковский П.Т.* Программирование и вычислительная математика. – Вып. 2. – М.: Наука, 1971. – 273 с.

ВОРОНІН Альберт Миколайович – доктор технічних наук, професор, провідний науковий співробітник науково-дослідного центру Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:
– многокритеріальна оптимізація складних технічних таерготичних систем.

КОВБАСЮК Сергій Валентинович – кандидат технічних наук, провідний науковий співробітник науково-дослідного центру Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:
– наземні засоби космічної інфраструктури України.

МІХЄЄВ Юрій Іванович - ад’юнкт Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:
– балістико-навігаційне забезпечення управління космічними апаратами.

E-mail: yuramiheev@ukr.net

Подано 19.06.2007