УДК 004.05+519.8

К.А. Овечко, аспір.
Харківський державний технічний університет будівництва та архітектури

МЕТОД ПОШУКУ ОПТИМАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ СИСТЕМИ В УМОВАХ РИЗИКУ

(Представлено д.т.н., проф. Панішевим А.В.)

У статті розглядається метод, що дозволяє віднайти оптимальну структуру цілеспрямованої системи для вихідних даних задачі практичної розмірності. В основу методу лягли правила відсікання варіантів структури системи, що є тупиковими і не підлягають подальшому розвитку. Також запропоновано використання методики з'ясування перспективних напрямів пошуку, що дозволяє віднайти варіант системи, наближений до оптимального, за обмежений інтервал часу.

Вступ. У багатьох сферах людської діяльності виникає задача визначення структури і параметрів складної системи в умовах ризику. Такими сферами діяльності є захист інформації, керування ресурсами проекту, системи попередження і ліквідації надзвичайних ситуацій та ін. Побудова таких систем включає етап математичного моделювання структури системи і розв'язання оптимізаційної задачі у загальному випадку, багатокритеріальної – із залученням всього арсеналу засобів сучасної прикладної математики.

Фундаментальні результати вибору оптимального вектора параметрів цілеспрямованої системи в умовах визначеності належать: Н.Н. Моісеєву, Б.Н. Пшеничному, И.Х. Сігалу, Ю.П. Зайченко, В.Л. Волковичу, В.С. Міхалевичу, И.В. Сергієнко, А.Г. Петрову.

Задача вибору оптимального варіанта побудови цілеспрямованої системи має дискретний характер і належить до класу NP-важких. Отже для вихідних даних практичної розмірності вона не може бути розв'язана за прийнятний час.

На сучасному етапі розвитку суспільства навколишньому середовищу властива нестаціонарність, важко прогнозована динаміка розвитку, що призводить до неповноти, неточності інформації про характеристики системи. Ця невизначеність має принциповий характер, тому виникає необхідність розробляти методи прийняття рішень в умовах неповноти, обмеженості інформації [1, 2]. У даній роботі – в умовах ризику.

Дана робота присвячена методу дискретної оптимізації структури цілеспрямованої системи [3, 4] в умовах ризику, де можливі зміни впливів навколишнього середовища розглядаються як ризики відхилення системи від визначеного стану.

Постановка задачі. Розглянемо задачу побудови оптимальної структури деякої цілеспрямованої системи Σ в умовах ризику. Нехай $Z = \{z_m\}_{m=1,M}$ – дискретна множина компонентів, можливих для включення в структуру системи. Позначимо через c_m вартість включення компонента z_m в систему Σ. Зовнішнє середовище впливає на систему через такі змінні:

$U = \{u_i\}$ – дискретна множина ризиків, $i = \overline{1, I}$.

Нехай l_i – очікувані збитки при реалізації ризику u_i в грошовому вираженні, p_i – імовірність реалізації ризику u_i.

Тоді, r_i – оцінка ризику u_i, яка представлена в грошовому вираженні та знаходиться в такий спосіб [5]:

$$r_i = l_i \cdot p_i . \qquad (1)$$

Множина u_i може включати елементи, що являють чистий ризик, пов'язаний з потенційними збитками в майбутньому, та такі, що являють спекулятивний ризик, здатний як позитивно, так і негативно вплинути на цілеспрямовану систему.

Нехай S – множина усіх можливих варіантів структури системи.

Потужність множини S визначається відповідно до формули:

$$K = 2^M . \qquad (2)$$

Нехай $\overline{S}^k$ – вектор, що визначає k-й варіант структури системи Σ, $k = \overline{1, K}$.

Позначимо через $s_m^k \in \{0,1\}$ m-й елемент вектора $\overline{S}^k$, що визначає наявність або відсутність m-го елемента в системі Σ. Тоді функція вартості варіанта $\overline{S}^k$ системи Σ має вигляд:

© К.А. Овечко, 2007

$$C(\vec{s}^k) = \sum_{m=1}^{M} (s_m^k \cdot c_m). \quad (3)$$

Сформулюємо задачу пошуку оптимального вектора $\bar{S}^o \in S$ структури системи Σ за заданим критерієм якості $F(E_{im}, c_m, \vec{s}^k, r_i)$ наступним чином:

$$F(E_{im}, c_m, \vec{s}^k, r_i) \to \underset{S}{\text{extr}}. \quad (4)$$

Дамо визначення поняттю кортежу ефективності компонента системи:

Визначення 1. Назвемо вектор $\vec{e}_m = (E_{1m}, E_{2m}, ..., E_{\text{Im}})$ кортежем ефективності компонента z_m системи Σ зі структурою $\bar{S}^k \in S$.

Кортеж ефективності компонента системи визначає ступінь впливу даного компонента на дискретну множину ризиків u_i. Елементи E_{im} кортежу ефективності $\vec{e}_m = (E_{1m}, E_{2m}, ..., E_{\text{Im}})$ компонента z_m системи Σ є безрозмірними величинами і можуть бути визначені шляхом проведення випробувань на підставі статистичних даних або з використанням експертних оцінок.

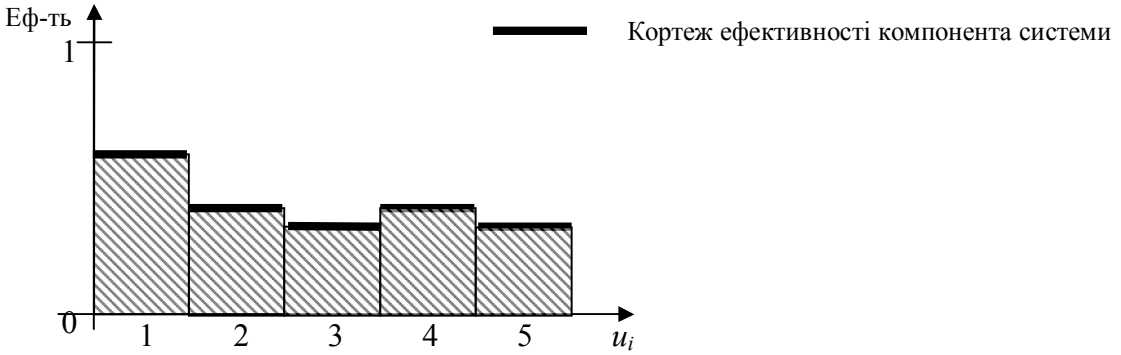

Рис. 1. Кортеж ефективності компонента системи

Оскільки система Σ складається з ряду компонентів, що встановлюються вектором $\bar{S}^k \in S$, то ефективність впливу системи на ризик u_i визначається ступенем впливу найбільш ефективного компонента стосовно даного ризику:

$$E_i^k = \max_m (E_{im} \cdot s_m^k). \quad (5)$$

Дамо визначення поняттю кортежу ефективності системи:

Визначення 2. Під кортежем ефективності $\vec{e}^k$ системи Σ будемо розуміти вектор, що визначає ступінь впливу системи на дискретну множину ризиків u_i:

$$\vec{e}^k = (E_1^k, E_2^k, ..., E_I^k) \quad (6)$$

Кортеж ефективності $\bar{e}^k$ структури системи $\bar{S}^k$ може бути представлений графічно в такий спосіб:

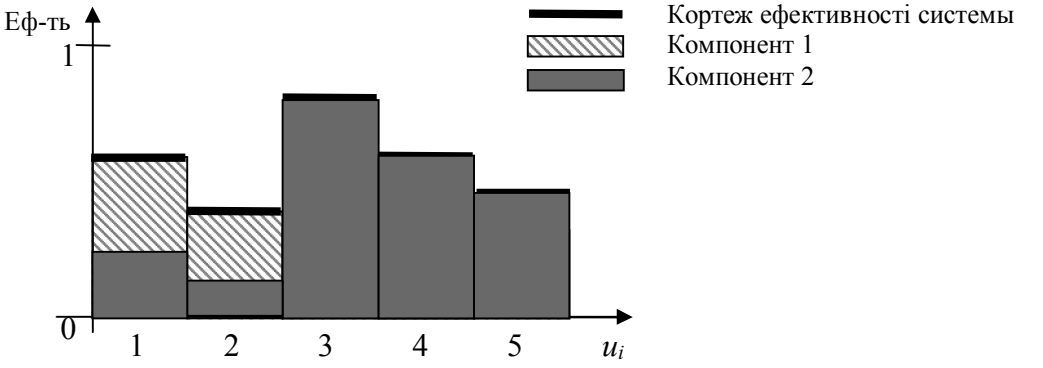

Рис. 2. Одночасне використання декількох компонентів

У випадках, коли відома інформація про синергетичні властивості деякого набору компонентів, даний набір повинен бути представлений у вигляді окремого компонента системи.

Критерії оцінки якості системи. При створенні чергового варіанта побудови системи знаходиться його оцінка згідно з векторним критерієм якості $F(E_{im}, c_m, \vec{s}^k, r_i)$, для визначення якого можливо використовувати: метод головного показника; лексикографічний метод; методи результуючого показника: адитивний показник, мультиплікативний показник, максимінний показник.

Як приклад розглянемо застосування головних показників:

- очікуваний дохід системи:

$$R(\vec{s}^k) = \sum_{i=1}^{I} (E_i^k \cdot r_i); \tag{7}$$

- очікуваний прибуток системи:

$$F = R(\vec{s}^k) - C(\vec{s}^k) = \sum_{i=1}^{I} (E_i^k \cdot r_i) - \sum_{m=1}^{M} (s_m^k \cdot c_m). \tag{8}$$

Побудова системи обмежень задачі. Аналіз показав, що обмеження до системи в цілому можна формалізувати в такий спосіб:

- обмеження щодо вартості системи:

$$C(\vec{s}^k) \le C^{\max}; \tag{9}$$

- щодо мінімально припустимої ефективності системи для кожного з ризиків:

$$E_i^k \ge E_i^{min}; \tag{10}$$

- обмеження щодо мінімального доходу від використання системи:

$$R(\vec{s}^k) \ge R_{system}^{\min}; \tag{11}$$

- обмеження щодо мінімально-допустимого прибутку від використання системи:

$$R(\vec{s}^k) - C(\vec{s}^k) \ge \Pr ofit_{system}^{\min}; \tag{12}$$

- обмеження щодо рентабельності системи:

$$\frac{R(\vec{s}^k) - C(\vec{s}^k)}{C(\vec{s}^k)} \ge \mathrm{Re}\, nt_{system}^{\min}. \tag{13}$$

До компонентів системи можуть висуватися такі обмеження:

- по мінімальному доходу від використання компонента системи.

Формалізуємо внесок кожного окремого компонента в очікуваний дохід від використання системи (7). Позначимо $E_i^{k(-\mu)}$ ефективність системи по відношенню до i-го ризику при виключенні з неї компонента z_μ, тоді:

$$E_i^{k(-\mu)} = \max_{m \ne \mu} (E_{im} \cdot s_m^k). \tag{14}$$

Очікуваний дохід від використання компонента $z_\mu \mid s_\mu^k = 1$:

$$R_\mu(\vec{s}^k) = \sum_{i=1}^{I} (E_i^k - E_i^{k(-\mu)}) r_i. \tag{15}$$

Тоді обмеження щодо мінімального очікуваного доходу від компонента системи має вигляд:

$$R_\mu(\vec{s}^k) \ge R_{asset}^{\min}; \tag{16}$$

- щодо мінімально-допустимого очікуваного прибутку від компонента системи:

$$R_\mu(\vec{s}^k) - c_\mu \ge \Pr ofit_{asset}^{\min}; \tag{17}$$

- обмеження щодо рентабельності компонента системи:

$$\frac{R_\mu(\vec{s}^k) - c_\mu}{c_\mu} \ge \mathrm{Re}\, nt_{asset}^{\min}; \tag{18}$$

- обмеження щодо ефективності компонента системи:

$$\exists i \mid E_{im} > E_{ig} \cdot s_g^k, \text{ для } \forall m, g \mid m \ne g, s_m^k = 1, s_g^k = 1. \tag{19}$$

Метод пошуку оптимальної структури цілеспрямованої системи із застосуванням правил відсікання. Задача (4) через її специфіку має дискретний характер і може бути розв'язана з використанням методів дискретної оптимізації [3]. Розв'язання задач такого типу включає: побудову дерева розв'язків і визначення правил відсікання.

Дерево розв'язків. Для розв'язку задачі пропонується використовувати один з методів дискретної оптимізації – метод гілок і границь [4]. Оскільки в основі пошуку оптимального варіанта побудови

системи полягає алгоритм повного перебору можливих комбінацій розглянутих компонентів системи, то його складність визначається кількістю вершин дерева розв'язків і дорівнює 2^M.

Розглянемо дерево розв'язків, у якому вершини – припустимі варіанти структури системи $\bar{S}^k$, а дуги визначають компоненти системи z_m. Первісний стан системи представлений як варіант $\bar{S}^1$ структури системи (рис. 3). У ході алгоритму перебираються можливі варіанти зміни первісного стану системи. Для цього розглядаються варіанти додавання чергового компонента у вже сформовані структури $\bar{S}^k$. Рівень вершини $L(\bar{S}^k)$ визначається індексом останнього доданого компонента z_m.

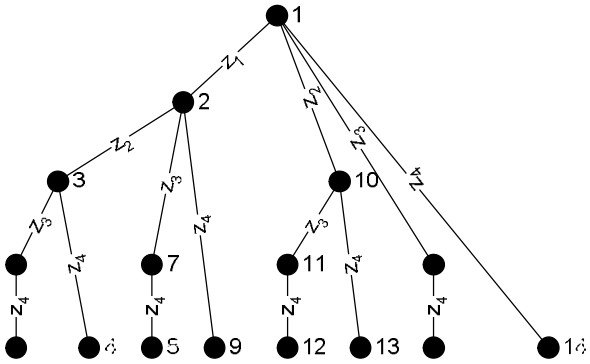

Рис. 3. Дерево розв'язків

З метою виключення множини варіантів неефективної структури системи і скорочення часу пошуку було побудовано ряд правил відсікання тупикових вершин дерева розв'зків. Розглядаються відсікання двох типів: реактивні й проактивні.

Реактивне відсікання. Визначення 3. Реактивним називається відсікання, що виконується у випадках, коли компонент системи $z_\mu \mid \mu < L(\vec{s}^k)$ внаслідок додавання нового компонента $z_m \mid m = L(\vec{s}^k)$ перестав відповідати обмеженням: (16); (17); (18); (19).

Проілюструємо реактивне відсікання на варіанті $\bar{S}^4$ стану системи (рис. 3). На попередньому етапі був доданий компонент z_3. Внаслідок цього компонент z_2 перестав ефективно використовуватись в системі (рис. 4). Отже усі варіанти побудови системи, побудовані на даній конфігурації, будуть мати цей недолік. Тому варіант побудови системи $\bar{S}^4$ є тупиковим і не підлягає розвитку.

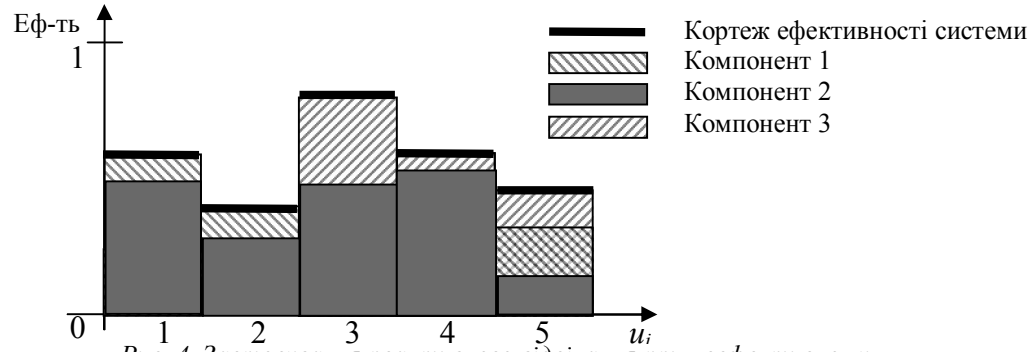

Рис. 4. Застосування реактивного відсікання при неефективному використанні компонентів системи

Проактивне відсікання. Визначення 4. Проактивним називається відсікання, що виконується перед додаванням нового компонента системи $z_m \mid m > L(\overline{S})$ k до системи $\bar{s}^k$ на підставі наступних обмежень: (3); (16); (17); (18); (19).

У випадку, якщо має місце одна з розглянутих ситуацій, відбувається проактивне відсікання – дана вершина є тупиковою і не підлягає подальшому розвитку.

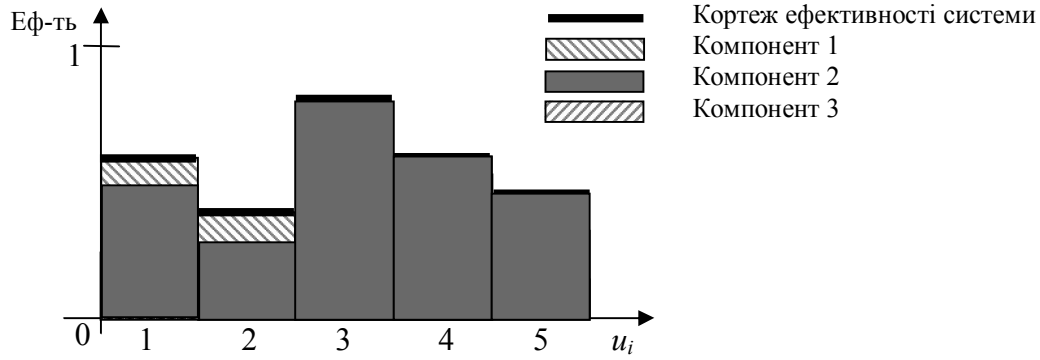

Рис. 5. Застосування проактивного відсікання при неефективному використанні компонентів системи

Ситуація аналогічна розглянутій раніше при реактивному відсіканні. Розходження полягає в тому, що обмеження не задовольняє жоден з компонентів, що вже існував у системі, а компонент, що пропонується додати до системи.

Сформулюємо наступний результат:

Твердження 1. Множина правил відсікання є коректною, тобто не призводить до виключення оптимального варіанта побудови системи (глобального максимуму) з множини припустимих розв'язків S.

Методика визначення пріоритетів пошуку оптимальної структури цілеспрямованої системи. Оскільки задача належить до класу NP-важких, то навіть значне скорочення кількості варіантів побудови системи шляхом застосування правил відсікання не завжди дає можливість розв'язати задачу практичної розмірності. Даний факт став причиною розробки методики визначення пріоритетних напрямків пошуку на підставі пріорітетизації робіт з ризиками [2]. Даний підхід надає можливість одержати варіанти побудови системи, наближені до оптимального, протягом обмеженого інтервалу часу розвязання. Для цього при створенні чергового варіанта побудови системи виробляється його оцінка згідно з векторним критерієм якості $F(E_{im}, c_m, \vec{s}^k, r_i)$. Усі вже відібрані варіанти побудови системи запам'ятовуються і підлягають подальшому розгляду в порядку, обумовленому значеннями критерію $F(E_{im}, c_m, \vec{s}^k, r_i)$. При цьому розгляду насамперед підлягають варіанти, що мають найкраще значення критерію $F(E_{im}, c_m, \vec{s}^k, r_i)$.

Програмна реалізація методу пошуку оптимальної структури цілеспрямованої системи. Завершальним етапом даної роботи було створення програмного забезпечення, що дозволяє провести тестування розробленого методу (рис. 6). Метод пошуку оптимальної структури системи був реалізований і зазнав тестування у середовищі Clips. Інтерфейс програми розроблений у C++ Builder.

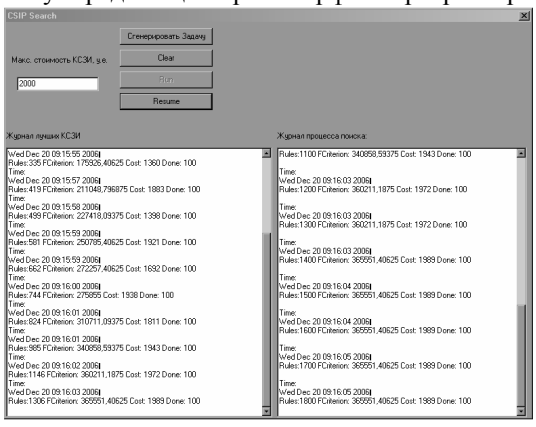

Рис. 6. Програмна реалізація алгоритму пошуку

Програма була протестована з 20 різними наборами випадкових вихідних даних, створених блоком генерації тестових задач, за наступними умовами: кількість ризиків – 70 шт.; максимальна оцінка ризику, 10 000 у.о.; кількість доступних для побудови системи компонентів – 50 шт.; максимальна вартість компонента системи – 1 000 у.о.; кількість заходів протидії ризикам – 100 шт. (у середньому кожен

компонент системи містить заходи відносно 2-х ризиків); максимальні витрати на використання системи – 2 000 у.о.

Для тестування був використаний комп'ютер наступної конфігурації: Intel Pentium III 850 Mhz; RAM 512 Mb; HDD 20 Gb; операційна система Windows XP SP2.

Усереднені результати розрахунків для 20 різних умов задачі: час пошуку: 14 хв. 46 с; дохід від використання системи: 55 675 у.о.; вартість системи: 1 964 у.о.; оптимальний стан системи був знайдений через 78,3 с після початку пошуку, що склало 8,84 % від загального часу пошуку; кількість розглянутих варіантів побудови системи: 66 125 шт.; кількість вершин, що не підлягають правилам відсікань: 66 079 шт.; кількість відкинутих вершин: 2^{70}.

Висновки. У роботі була розроблена математична модель оптимальної структури цілеспрямованої системи, що функціонує в умовах ризику, визначена складність задачі оптимізації структури системи. Розроблено метод пошуку оптимальної структури системи із застосуванням правил відсікання вершин, що не підлягають розвитку. Даний метод дозволяє значною мірою скоротити час пошуку оптимального варіанта, зберігши при цьому глобальний максимум. Також розроблена методика визначення найбільш пріоритетних напрямків пошуку оптимальної структури цілеспрямованої системи, яка дозволяє більш ефективно використовувати час, виділений на розв'язання задачі, шляхом розгляду самих істотних варіантів поліпшень характеристик системи в першу чергу. На основі розглянутих методів був розроблений алгоритм і створене програмне забезпечення, що здійснює підтримку прийняття рішень при проектуванні цілеспрямованих систем в умовах ризику. Тестування створеного програмного засобу продемонструвало ефективність застосування розроблених методів для розв'язання задачі визначення оптимального варіанта побудови цілеспрямованої системи. Практичне значення роботи полягає в можливості використання розробленого методу для визначення оптимальної конфігурації складних систем, а також надає можливість подальших досліджень щодо розробки методів пошуку оптимального плану зміни характеристик систем у часі.

Основний науково-технічний ефект роботи полягає в підвищенні наукової обґрунтованості розв'язків, що приймаються при створенні (модернізації) структур цілеспрямованих систем.

Економічний ефект включає зменшення витрат на створення цілеспрямованих систем і підвищення ефективності даних систем. Соціальний ефект полягає у поліпшенні умов праці виконавців і керівників проектів створення систем при використанні розробленого програмного продукту.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Петров Э.Г., Новожилова М.В., Гребенник И.В., Соколова Н.А.* Методы и средства принятия решений в социально-экономических и технических системах: Учебное пособие: – Херсон: ОЛДІ-плюс, 2003.
2. *Марюта А.Н., Бутник А.М.* Принятие рациональных экономических решений в игровых, рисковых и неопределенных ситуациях: Монография. – Х.: ИНЖЕК.
3. *Корбут А.А., Финкельштейн Ю.Ю.* Дискретное программирование. – М.: Наука, 1969.
4. *Зайченко Ю.П.* Исследование операций: – Киев: Высшая школа, 1988.
5. *Ветлинский В.В., Верченко П.І.* Програма, методичні вказівки та контрольні завдання з дисципліни "Менеджмент ризику" для студентів магістерської програми "Фінансовий менеджмент". – К.: КНЕУ, 1999.

ОВЕЧКО Костянтин Олександрович – магістр, аспірант Харківського державного технічного університету будівництва та архітектури.

Наукові інтереси:
— мови програмування;
— дослідження операцій;
— методи захисту інформації.

Подано 11.06.2007