УДК 517.8

В.О. Ігнатов, д.т.н., проф.
І.О. Мачалін, к.т.н., доц.
М.М. Гузій, к.т.н., проф.
Г.В. Даниліна, аспір.
Національний авіаційний університет

МАРКОВСЬКІ РАНДОМІЗОВАНІ МОДЕЛІ

Робота присвячена вивченню властивостей нового класу математичних моделей – марковських рандомізованих моделей (МРМ). Принциповою відмінністю цих моделей є те, що інтенсивності зміни станів процесів розглядаються як випадкові величини, коефіцієнти часу яких можуть не дорівнювати одиниці. Наведені характерні приклади і графіки, що ілюструють основні особливості застосування пропонованих моделей.

Вступ. Математичне моделювання поведінки суб'єктів і об'єктів реального світу є магістральним напрямом розвитку теорії пізнання. Побудовані математичні моделі повинні знаходитися у відношенні подібності до реальних явищ і процесів, що вивчаються, достатньо повно відображати їх суттєві властивості і закономірності. Широкого поширення набули марковські моделі [1]. Основним допущенням при їх побудові є припущення про те, що всі розподіли тривалості перебування реального процесу в різних станах є показовими. У показовому розподілі значення математичного очікування і середньоквадратичних значень співпадають, коефіцієнт варіації випадкової змінної рівний одиниці.

У роботі [2] показана корисність переходу до марковських рандомізованих моделей (МРМ), в яких розподіл тривалостей перебування випадкового процесу в різних станах відрізняється від показових, а інтенсивність переходів є нелінійними функціями випадкових тривалостей перебування процесу в різних станах. Через цю обставину диференціальні рівняння Колмогорова-Чепмена, які описують динаміку марковських процесів, містять випадкові коефіцієнти, а розв’язання диференціальних рівнянь є нелінійними функціями цих коефіцієнтів.

Як показано в роботі [2], статистичне оцінювання тривалості перебування процесу в різних станах також приводить до необхідності обліку випадкового характеру інтенсивностей. У роботах [2, 3] марковські моделі з випадковими інтенсивностями переходів названі рандомізованими, доведені бокові асимптотичні властивості таких моделей, визначені необхідні умови настання статичної рівноваги для транзитивних процесів, які не мають поглинаючих станів і містять цикли регенерації. Методи ранжування і цензурування показників якості функціонування складних систем, оптимального управління скаляризацією векторних критеріїв розглянуто в роботах [4, 5].

Мета даної роботи полягає надалі у вивченні марковських рандомізованих моделей для випадку, коли розподіли тривалості перебування процесів в різних станах можуть бути гауссівськими і мати відмінні від одиниці коефіцієнти варіації випадкових величин.

Постановка завдання. Як завжди, розглянемо три головні компоненти постановки завдання: початкові дані, метод розв’язання і очікувані результати. Припустимо, що як початкові дані використовуються математичні очікування і дисперсії тривалостей перебування випадкового процесу в різних станах. В ролі очікуваних результатів розглянемо розв’язання диференціальних рівнянь Колмогорова-Чепмена з випадковими коефіцієнтами – інтенсивності переходів. Як метод розв’язання задач вибираємо метод складання і розв’язання цих диференціальних рівнянь з використанням логічних моделей (графів), які описують стан і напрям переходів процесу, що вивчається, з одного стану в інший. Для відшукання числових характеристик нелінійних функцій випадкових інтенсивностей застосуємо метод лінеаризації цих функцій в точці, що відповідає математичним очікуванням аргументів.

Програма роботи. Для розв’язання поставленого завдання використовуємо класичний підхід до марковської апроксимації реальних випадкових процесів. На початку розглянемо типову логічну модель – граф зміни стану процесу і введемо необхідні позначення. Потім за графом складемо диференціальне рівняння Колмогорова-Чепмена і поставимо завдання Коші. Врахуємо, що коефіцієнти цих рівнянь є випадковими функціями тривалостей перетворення процесу в різних станах. Доведемо теорему про те, що коефіцієнти варіацій інтенсивностей співпадають з коефіцієнтами варіацій тривалостей в рамках прийнятої апроксимації. Особливості застосування рандомізованих процесів покажемо на конкретних прикладах, що мають самостійні значення.

Розв’язання задач. Припустимо, що логічна модель зміни станів процесів (рис. 1) побудована за результатом аналізу змісту досліджуваної наочної діяльності. Приклади побудови таких моделей представлені в роботах [2, 3]. На рис. 1 прийняті наступні позначення: S_i, $i = 1, n$, i-ий стан процесів, n – загальне число станів, стрілками показані напрями переходів, через a_{ij} і a_{ji} позначають випадкові інтенсивності прямих і зворотних переходів із стану S_i в S_j, $i \neq j$, $i, j = 1, n$. Через $P_i(t)$ позначена вірогідність перебування процесу у момент часу t в S_i, $i = 1, n$, через $P_i'(t)$ позначена похідна цієї вірогідності.

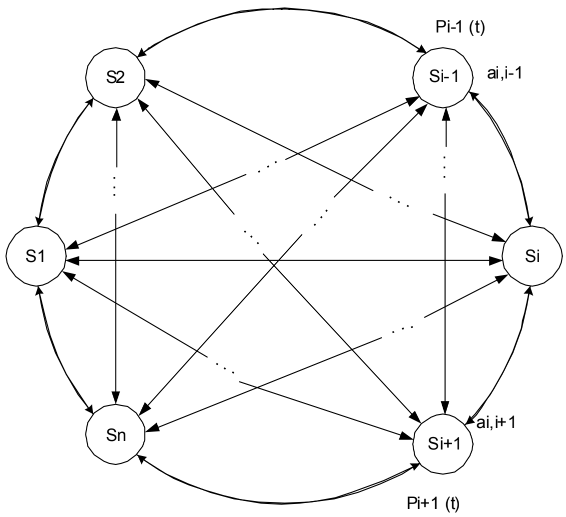

Рис. 1. Логічна модель зміни станів процесу

Передбачається, що випадкові інтенсивності a_{ij} і a_{ji} зв'язані відповідними випадковими тривалостями T_i і T_j перебування процесу в стані S_i і S_j до відповідних переходів наступними станами:

$$a_{ij} = {}^{1}\!/_{T_i}\,,\; a_{ji} = {}^{1}\!/_{T_i}\,, \tag{1}$$

де T_i і T_j мають гауссівські розподіли з параметрами:

$$M\left[T_i\right] = T_{i0}\,,\; D\left[T_i\right] = D_i = \sigma_i^2\,,\; i = 1, \ldots, n\,, \tag{2}$$

де через $M[\cdot]$ і $D[\cdot]$ позначені операції визначення математичного очікування і дисперсії. Моменти (2) передбачаються заданими для всіх станів процесу.

У розрахунках числових характеристик початкових даних і розв’язань диференціальних рівнянь Колмогорова-Чепмена корисне використання взаємозв'язків моментів випадкових тривалостей та інтенсивностей, які визначаються умовами наступної теореми.

Теорема. Якщо для всіх інтенсивностей a_{ij} і a_{ji} прямих і зворотних переходів випадкового процесу:

– справедливість співвідношення (1);

– для всіх T_i і T_j відомі моменти (2);

– коефіцієнти варіації випадкових тривалостей задовольняють умові:

$$V_i = \frac{\sigma_i}{T_{i0}} << 1\,,\; i = 1, \ldots, n\,, \tag{3}$$

то коефіцієнти варіації V_{ij} і V_{ji} інтенсивностей переходів співпадають з відповідними коефіцієнтами варіацій V_i і V_j тривалостей T_i і T_j.

Доведення. Якщо умова (3) виконується, в наближених розрахунках можна використовувати метод лінеаризації функцій (1) в точках, що відповідають математичним очікуванням тривалостей. Тоді моменти інтенсивностей можна визначати з наближених станів:

$$M\left[a_{ij}\right] \approx {}^{1}\!/_{T_{i0}}\,,\; D\left[a_{ij}\right] \approx \left[\frac{\partial a_{ij}}{\partial T_i}\right]_0^2 D\left[T_i\right], \tag{4}$$

$$M\left[a_{ji}\right] \approx {}^{1}\!/_{T_{j0}}\,,\; D\left[a_{ji}\right] \approx \left[\frac{\partial\; a_{ji}}{\partial\; T_j}\right]_0^2 D\left[T_j\right]. \tag{5}$$

Обчисливши значення похідної в співвідношенні (4) в точці T_{j0}, що позначено нульовим індексом, одержимо наближену формулу для виконання дисперсії інтенсивності:

$$D\left[a_{ij}\right] \approx \left[-\frac{1}{T_{i0}^2}\right]^2 \left[T_i\right] = a_{ij0}^2 v_i^2\,, \tag{6}$$

де коефіцієнт варіації тривалості T_i

$$v_i = \sigma_i / T_{i0} , \tag{7}$$

а математичні очікування інтенсивності a_{ij} позначені a_{ij0}.

Врахуємо, що відношення $D[a_{ij}]$ до a_{ij0}^2 є квадратом коефіцієнтом варіації V_{ij} інтенсивності a_{ij}, одержимо:

$$v_{ij}^2 \approx v_i^2 , \tag{8}$$

що і потрібно було довести.

Наслідок 1. Співвідношення (8) можна розглядати як деяку пропорцію:

$$\begin{gathered} \frac{D[a_{ij}]}{a_{ij0}^2} = \frac{D[T_i]}{T_{i0}^2},\ D[a_{ij}] \\ \frac{D[a_{ij}]}{a_{ij0}^2} = \frac{D[T_i]}{T_{i0}^2},\ D[a_{ij}]T_{i0}^2 = D[T_i]a_{ij0}^2 , \end{gathered} \tag{9}$$

яка зв'язує моменти розподілу тривалостей та інтенсивностей. Облік взаємозв'язку коефіцієнтів варіації (8) і моментів (9) випадкових змінних спрощує завдання початкових даних та оцінку точності результатів розрахунків.

Наслідок 2. Використання коефіцієнтів варіації, значення яких підкоряються умові (3), дозволяє оцінювати їх вплив на точність розрахунків вихідних характеристик випадкових процесів.

Розглянемо, як враховуються числові характеристики випадкових інтенсивностей a_{ij} і a_{ji} в подальших розрахунках. Динаміку процесу описують диференціальні рівняння Колмогорова-Чепмена, складені за графом (рис. 1):

$$P_i'(t) = -P_i(t)\sum_{i \neq j}^{n} a_{ij} + \sum_{j \neq i}^{n} a_{ij} P_j(t) \tag{10}$$

за певних початкових умов

$$P_i(t=0) = P_{i0} ,\ \sum_{i=0}^{n} P_{i0} = 1 . \tag{11}$$

В результаті розв’язання диференціальних рівнянь (10) одержують нелінійні функції випадкових аргументів a_{ij} і a_{ji}, а також початкове значення вірогідності (11). Ці функції служать основою для визначення всіх інтегральних характеристик досліджуваного процесу як для перехідних, так і для сталих режимів статичної рівноваги, якщо вона існує, дозволяють врахувати вплив випадкових аргументів T_i і T_j на інтегральні характеристики. Застосування методу лінеаризації інтегральних характеристик і гауссівської апроксимації їх розподілів дозволяє одержати математичні очікування і дисперсії інтегральних характеристик по заданих математичних очікуваннях і дисперсіях гауссівських змінних T_i і T_j, $i, j = 1, n$. Розкладання щільності розподілу в ряд Грама-Шар’є дозволяє узагальнити результати на випадок, коли необхідно врахувати моменти вищих порядків, наприклад, коефіцієнти асиметрії та ексцесу розподілів.

Розглянемо приклади застосування марковських рандомізованих моделей. Виберемо характерні приклади так, щоб результати їх розгляду мали і самостійні значення.

Приклад 1. Використаємо МРМ для оцінювання поведінки трафіку комп'ютерної мережі і визначення терміну найбільшого навантаження (ЧНН). Припустимо, що вимірювання добового трафіку комп'ютерної мережі виконується на чотирьох приблизно однакових шестигодинних інтервалах часу з гауссівським розподілом, який має параметри:

$$M[T_i] = T_0 ,\ D[T_i = \sigma_T^2],\ i = 1, \ldots, 4 . \tag{12}$$

Спостереження за добовим трафіком показує, що ЧНН знаходиться, як правило, в другому шестигодинному інтервалі. Тому позначаємо через λ випадкову інтенсивність зміни стану трафіку:

$$\lambda = 1 / T_i ,\ i = 1, \ldots, 4 . \tag{13}$$

Складемо систему диференціальних рівнянь Колмогорова-Чепмена:

$$\begin{gathered} P_1'(t) = -\lambda P_1(t), \\ P_2'(t) = +\lambda P_2(t), \end{gathered} \tag{14}$$

де $P_i(t)$ – вірогідність того, що ЧНН буде знаходитись в i-м інтервалі спостереження $i = 1, \ldots, 2$.

Розв’язуючи систему диференціальних рівнянь (14) методом перетворень Лапласа за початкових умов (11), одержимо:

$$P_1(t) = P_{10}e^{-\lambda t}\,, \tag{15}$$

$$P_2(t) = (P_{20} + P_{10}\lambda_0 t)e^{-\lambda t}\,, \tag{16}$$

де P_{i0}, $i = 1,\ldots,2$ – початкова вірогідність першого і другого станів трафіку; λ – випадкова інтенсивність зміни добового трафіку з параметрами:

$$M[\lambda] = \lambda_0 = 1/T_0\,,\ D[\lambda] = \frac{\sigma_T^2\lambda_0^2}{T_0^2}\,. \tag{17}$$

Отже, вірогідність того, що добовий трафік матиме ЧНН в другому шестигодинному інтервалі (16), є нелінійною функцією λ. Використаємо метод лінеаризації і гауссівської апроксимації розподілу цієї функції; після необхідних проміжних перетворень одержимо її числові характеристики:

$$M[P_2(t)] = (P_{20} + P_{10}\lambda_0 t)e^{-\lambda_0 t}\,, \tag{18}$$

$$D[P_2(P)] = \left[\frac{\partial P(\lambda)}{\partial\lambda}\right]_0^2 D[\lambda] = [P_{10}t(1-\lambda_0 t) - P_{10}t]^2\,\frac{\sigma_T^2}{T_0^2}\,\lambda_0^2\,e^{-2\lambda_0 t}\,. \tag{19}$$

Коефіцієнт варіації цієї вірогідності:

$$V_{p2} = \frac{P_{10}t(1-\lambda_0 t) - P_{20}t}{P_{20} + P_{10}\lambda_0 t}\,\frac{\sigma T}{T_0}\,\lambda_0\,t\,e^{-\lambda_0 t}\,. \tag{20}$$

Можна помітити, що V_{p2} є функцією коефіцієнта варіації $V = \sigma_T/T_0$ інтервалу спостереження, що дозволяє розрахувати вплив V_T на значення V_{p2} і вибрати обгрунтовані умови спостережень за добовим трафіком.

Приклад 2. Визначимо значення ЧНН по максимальному середньому значенню вірогідності $P_2(t)$. Виконуючи диференціювання $P_2(t)$ за t, одержимо рівняння для визначення t_m:

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = P_{10}\lambda_0\,e^{-\lambda_0 t} + (P_{20} + P_{10}\lambda_0 t)(-\lambda_0)e^{-\lambda_0 t} = 0\,. \tag{21}$$

Розв’язуючи це рівняння щодо t, знайдемо:

$$t_m = \frac{P_{10} - P_{20}}{P_{10}\lambda_0}\,. \tag{22}$$

Підставляючи це значення в $P_2(t)$, знайдемо максимальне середнє значення вірогідності:

$$P_{2\max}(t_m) = P_{10}e^{-\frac{P_{10}-P_{20}}{P_{10}}}\,. \tag{23}$$

Приклад 3. Припустимо, що $T_0 = 6$ год., $\sigma_T = 2$ год., $P_{10} = 0.8$, $P_{20} = 0.1$. Визначимо чисельні значення t_m і $P_{2\max}(t_m)$.

Використовуючи формулу (22), знайдемо:

$$t_m = \frac{0{,}8 - 0{,}1}{0{,}8\cdot 0{,}1}\cdot 6 \approx 5{,}254 \text{ год.}$$

Отже, ЧНН приходиться на інтервал $T_0 + t_m = 6 + 5{,}25 = 11{,}25$ год. Максимальне середнє значення вірогідності цієї події:

$$P_{2\max}(5{,}25) = 0{,}8\cdot e^{-0{,}875} \approx 0{,}40625\,.$$

Приклад 4. Використовуючи формулу (18)–(20), визначаємо значення максимального очікування, дисперсії та коефіцієнта варіації $P_2(t)$ при $t = 9$ год. (у середині другого інтервалу спостереження).

$$M[P_2(9)] = \left(0{,}1 + 0{,}8\cdot\frac{1}{6}\cdot 9\right)e^{-\frac{9}{6}} \approx 0.29018\,,$$

$$D[P_2(9)] = \left[0{,}8\cdot 9\left(1 - \frac{9}{6}\right) - 0{,}1\cdot 9\right]^2\cdot\frac{4}{36}\cdot\frac{1}{36}e^{-2\cdot\frac{9}{6}} \approx (0{,}00669)^2\,,$$

$$V_{P_2(9)} \approx \frac{\sqrt{D[P_2(9)]}}{M[P_2(9)]} \approx \frac{0{,}00669}{0{,}29018} \approx 0{,}02305 \approx 2{,}3\ \%\,.$$

Порівнюючи коефіцієнти варіації інтенсивності $V_\lambda \approx 2/6 \approx 0{,}33$ і вірогідність $P_2(9)$, можна помітити, що $V_{p_2(9)}$ приблизно в 14,5 раза менше.

Приклад 5. Покажемо, як МРМ можуть бути використані для оцінювання точності розрахунків показників надійності. Врахуємо, що інтенсивність відмов і відновлень є випадковими величинами з гауссівськими розподілами. Диференціальні рівняння зміни станів відновлюваного виробу має вигляд [2]:

$$P_1'(t) = -\lambda P_1(t) + MP_2(t), \tag{24}$$

де вірогідність $P_1(t)$ безвідмовної роботи і вірогідність $P_2(t)$ знаходження виробу у відмовному стані зв'язані умовою нормування:

$$P_1(t) + P_2(t) = 1, \tag{25}$$

де λ, M – відповідно випадкові інтенсивності відмов та відновлень.

Врахуємо початкові умови (11) в прямому перетворенні Лапласа, одержимо наступні зображення вірогідності $P_1(t)$:

$$P_1(S) = \frac{P_{10}}{S+\alpha} + \frac{M}{S(S+\alpha)}, \tag{26}$$

де $\alpha = \lambda + M$.

Повертаючись в простір оригіналів, знайдемо:

$$P_1(\lambda, M, P_{10}, t) = P_{10} e^{-(\lambda+M)t} + \frac{M}{\lambda+M}\left[1 - e^{-(\lambda+M)t}\right]. \tag{27}$$

Із стану (27) виходить, що вірогідність безвідмовної роботи відновленого виробу є нелінійною функцією двох випадкових аргументів. Для визначення числових коефіцієнтів цієї вірогідності скористаємося операціями визначення математичного очікування і дисперсії:

$$M\left[P_1(\lambda_1 M)\right] = P_{10} e^{-(\lambda_0+M_0)t} + \frac{M_0}{\lambda_0+M_0}\left[1 - e^{-(\lambda_0+M_0)t}\right]; \tag{28}$$

$$D\left[P(\lambda_1 M)\right] = \left[\frac{\partial P_1(\lambda_1 M)}{\partial \lambda}\right]_0^2 D[\lambda] + \left[\frac{\partial P_1(\lambda_1 M)}{\partial M}\right]_0^2 D[M] \approx$$

$$\approx \left\{-\frac{\lambda_0}{(\lambda_0+M_0)^2} + + \left[\frac{M_0}{(\lambda_0+M_0)^2} + \frac{M_0 t}{\lambda_0+M_0} - P_{10}t\right] e^{-(\lambda_0+M_0)t}\right\}^2 D[\lambda] + \tag{29}$$

$$+ \left\{\frac{\lambda_0}{(\lambda_0+M_0)^2} + \left[\frac{M_0}{(\lambda_0+M_0)^2} + \frac{M_0 t}{\lambda_0+M_0} - P_{10}t\right] e^{-(\lambda_0+M_0)t}\right\}^2 D[M].$$

Коефіцієнт варіації вірогідності $P_1(t)$:

$$V_{p1} = \sqrt{D\left[P_1(\lambda_1 M)\right]} \Big/ M\left[P_1(\lambda_1 M)\right]. \tag{30}$$

У режимі статичної рівноваги при $t \to \infty$ вираз (28)–(30) спрощується, математичне очікування $P_1(t)$ переходить в математичне очікування коефіцієнта готовності виробу:

$$K_{ГО} = M_0 \big/ (M_0 + \lambda_0), \tag{31}$$

дисперсія коефіцієнта готовності:

$$D[K_Г] \approx K_{го}^2 (1-K_{ГО})^2 V_\lambda + (1-K_{ГО})^2 K_{го}^2 V_M = K_{го}^2 (1-K_{ГО})^2 (V_\lambda + V_M), \tag{32}$$

Коефіцієнт варіації коефіцієнта готовності:

$$V_{КГ} = (1-K_{ГО})(V_\lambda + V_M). \tag{33}$$

Таким чином, за числовими характеристиками випадкових інтенсивностей λ і M можна визначити числові характеристики показань надійності як для перехідного режиму, так і для режиму статичної рівноваги.

Висновки.

1. Використання рандомізованих марковських моделей дозволяє врахувати ту обставину, що у багатьох випадках розподіл тривалості перебування процесу в тому або іншому стані може відрізнятися від показового розподілу. Введення коефіцієнтів варіації інтенсивностей як випадкових змінних дозволяє оцінити точність визначення вірогідності стану процесу.
2. Коефіцієнт варіації тривалості процесу в певному стані рівний коефіцієнту варіації відповідної інтенсивності (див.(8)). Це спрощує підбір початкових даних і виконання розрахунків.
3. Застосування методу лінеаризації нелінійних функцій в точці, відповідній математичним очікуванням випадкових аргументів, дозволяє при відносно малих коефіцієнтах варіації аргументів з достатньою для практичних застосувань з точністю оцінювати дисперсію і коефіцієнти варіації функції.

4. Порівняльний аналіз складових дисперсій функції дозволяє виділити ті з них, які істотно впливають на значення дисперсії і точність розрахунків, та нехтувати тими складовими, значення яких відносно невелике.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Игнатов В.А., Маньшин Г.Г.* Марковская аппроксимация и анализ качества изделий // Изв. АН БССР, сер. ФТН. – 1970, № 3. – С. 58–64.
2. *Игнатов В.А., Маньшин Г.Г., Трайнев В.А.* Статическая оптимизация качества функционирования электронных систем. – М.: Энергия, 1974. – 264 с.
3. *Мачалин И.А* Математические модели стратегий технического обслуживания современной авионики // Математические машины и системы. – 2005, – № 2. – С. 130–138.
4. *Игнатов В.А., Гузий Н.Н.* Метод ранжирования и цензурирования показателей качества функционирования сложных систем // Науково-технічний журнал "Захист інформації". – 2004. – № 3. – С. 83–93.
5. *Игнатов В.А., Гузий Н.Н.* Оптимальное управление скаляризацией векторных критериев в конфликтующих системах. – К.: НАУ // Зб. наук. праць ”Проблеми інформатизації і управління”. – 2004. Вип. 11. – С. 118–126.

ІГНАТОВ Володимир Олексійович – доктор технічних наук професор кафедри телекомунікаційних систем Національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

– оптимізація телекомунікаційних систем.

МАЧАЛІН Ігор Олексійович – кандидат технічних наук, докторант Національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

– оптимізація телекомунікаційних систем.

ГУЗІЙ Микола Миколайович – кандидат технічних наук професор кафедри обчислювальних систем Національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

– захист інформації в комп’ютерних мережах.

ДАНИЛІНА Галина Володимирівна – аспірант Національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

– інформаційні комп’ютерні технології.

Подано 20.09.2006

Ігнатов В.О., Мачалін І.О., Гузій М.М., Даниліна Г.В. Марківські рандомізовані моделі
Игнатов В.А., Мачалин И.А., Гузий Н.Н., Данилина Г.В. Марковские рандомизированные модели
Ignatov V.A., Machalin I.A., Guziy M.M., Danilina G.V. Markov's models with random parameters

УДК 517.8

Марківські рандомізовані моделі / В.О. Ігнатов, І.О. Мачалін, М.М. Гузій, Г.В. Даниліна
Робота присвячена вивченню властивостей нового класу математичних моделей – марковських рандомізованих моделей (МРМ). Принциповою відмінністю цих моделей є те, що інтенсивності зміни станів процесів розглядаються як випадкові величини, коефіцієнти часу яких можуть не бути рівний одиниці. Наведені характерні приклади і графіки, що ілюструють основні особливості застосування пропонованих моделей.

УДК 517.8

Марковские рандомизированные модели / В.А. Игнатов, И.А. Мачалин, Н.Н. Гузий, Г.В. Данилина
Работа посвящена изучению свойств нового класса математических моделей – марковских рандомизированных моделей (МРМ). Принципиальным отличием этих моделей является то, что интенсивности изменения состояний процессов рассматриваются как случайные величины, коэффициенты времени которых могут быть не равны единице. Приведены характерные примеры и графики, иллюстрирующие основные особенности применения предлагаемых моделей.

УДК 517.8

Markov's models with random parameters / V.A. Ignatov, I.A. Machalin, M.M. Guziy, G.V. Danilina
The work is devoted to study of properties of a new class of mathematical models – markov's random models (MRM), of intensities of change of which condition are considered as random sizes, the factors of which variation can be not equal to unit. MRMs allow more precisely to describe random processes.