

УДК 624.131+622.235

Н.В. Зуєвська, к.т.н., доц.
 А.М. Самедов, д.т.н. проф.
 Національний технічний університет України «КПІ»
 Д. Чірагов, доктор, доц.
 Університет Юзул, м. Ван, Туреччина

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ПЛОСКИХ ХВИЛЬ У РОЗРІДЖЕНОМУ МАСИВІ ПРИ КОРОТКОЧАСНО ДІЮЧИХ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

Розглянуто розповсюдження плоских хвиль від короткочасно діючих динамічних навантажень у розташованому масиві з гірських порід. Математично модельовані процеси розташування плоских хвиль у розрідженому масиві як пружно-в'язко-пластичне середовище.

Вступ. При розв'язанні задач про розповсюдження плоских хвиль від короткочасно діючих динамічних навантажень стиснення і розрідження в пружно-пластичних середовищах (розріджені масиви ґрунту можна вважати пружно-пластичним або пружно-в'язко-пластичним середовищем) прийнято розглядати динамічний процес в площині: x – глибина, t – час, користуючись при цьому методом характеристик для вирішення хвильового рівняння і рахувати швидкості розповсюдження пружних і пластичних хвиль відповідно рівням $\sqrt{E_0/\rho}$ і $\sqrt{E_1/\rho}$.

При використуванні цього методу вченими (наприклад З.З. Давидовим, Х.А. Рахматуліним, Р.М. Ляховим та ін.) густина середовища приймається однаковою при проходженні як пружних, так і пластичних хвиль на підставі того, що у виразі для густини:

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 - \theta}$$

значенням відносної деформації θ можна нехтувати в порівнянні з одиницею. Для водонасичених дрібнозернистих пісків, супісків і суглинків, які розріджуються, це нехтування змінами ρ припустимо і дає вирішальне спрощення хвильового рівняння.

Викладення основного матеріалу. Розв'язання задачі про розповсюдження плоских хвиль в лінеаризованому пружно-пластичному середовищі виконуємо на Лагранжевій координатній системі h і t . Координати простору h визначаються масою розрідженого ґрунтового стовпа умовно вирізаного з масиву, площа яких дорівнює одиниці і пов'язана з нерухомою системою координат Ейлера (x), що має позитивний напрям в глибину напівпростору співвідношенням:

$$h = \int_{x(0,t)}^{x(h,t)} \rho(x,t) dx. \quad (a)$$

У координатах Ейлера мають місце два рівняння однієї течії, відомі з газодинаміки:

а) рівняння нерозривності:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0; \quad (б)$$

б) рівняння збереження імпульсу:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (в)$$

де v – абсолютне значення швидкості руху одиничних мас середовища.

У новій системі координат h, t рівняння (б) і (в) з урахуванням співвідношення (а) приймає вигляд:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial h} = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial h} + \frac{1}{\rho^2} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \quad (г)$$

На ділянці пружних деформацій зв'язок між напругою і густиною розрідженого ґрунту (враховуючи зменшення Ei при розрідженні) виражається залежністю:

$$\sigma = \sigma_0 - E_0 \cdot \frac{\rho - \rho_0}{\rho},$$

де ρ_0 – густина при напрузі σ_0 ; ρ – густина при напрузі σ ; σ_0 – побутовий тиск (тиск від власної ваги ґрунту).

При розрідженні $E_2 \geq E_1 < E_0$. Тому величина ρ буде менше, ніж ρ_0 .

Якщо не враховувати зміни побутового тиску (тиску від власної ваги розріджених ґрунтів) у порівнянні з додатковими динамічними навантаженнями можна приймати $\sigma_0 = 0$.

Тоді рівняння $\sigma = \sigma_0 \pm E_0 \cdot \theta$ при $\sigma \leq \sigma_s$; $\sigma = \sigma_s \pm E_1 \cdot (\theta - \theta_s)$ при $\sigma > \sigma_s$; $\sigma = \sigma_m \pm E_2 \cdot (\theta - \theta_m)$ при розвантаженні ($\sigma_m > \sigma_s$), характеризуючі шматково-лінійного зміцнення (а при розрідженні формули виражаються з від'ємними знаками, тобто разом + буде -) можна привести до єдиної форми:

$$\sigma = R_i \pm \frac{A_i^2}{\rho} \quad (i = 0, 1, 2), \tag{1}$$

де $R_0 = E_0$; $R_1 = \sigma_s \pm E_1$; $R_2 = \sigma_m \pm E_2 \cdot \frac{\rho_0}{\rho_m}$; $A_i = a \cdot \rho = \sqrt{E_i \cdot \rho_i}$ – хвильовий опір; ρ_1 – густина при

$\sigma = \sigma_s$; $\rho_2 = \rho_0$, $a = \sqrt{\frac{d\sigma}{d\rho}} = \sqrt{\frac{E_0 \rho_0}{\rho^2}}$ – швидкість розповсюдження подовжніх обурень. Для напруги

$\sigma = \sigma_0$ одержимо $a = \sqrt{\frac{E_0}{\rho_0}}$.

Значення σ_m і ρ_m залежать тільки від h , тому рівняння руху і нерозривності (τ) з урахуванням формули (1) приводять до системи:

$$\frac{\partial v}{\partial t} \pm \frac{\partial \sigma}{\partial h} = 0; \quad A_i^2 \frac{\partial v}{\partial h} \pm \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0 \quad (i = 0, 1, 2). \tag{2}$$

Знак (+) належить до зміцнення, а мінус (-) – до розрідження. Продиференціювавши перше з цих рівнянь по h , друге – по t і виключивши змішану похідну, можемо одержати відоме хвильове рівняння з постійним у межах кожної лінійної ділянки діаграми $\sigma \sim \theta$ коефіцієнтом A_i . Коефіцієнт A_i характеризує швидкість розповсюдження збурень в координатах h і t . Можна вважати, що при розрідженні ґрунту, коли $E_2 \geq E_1 < E_0$, коефіцієнт A_i буде:

$$A_i \leq A_1 \leq A_0.$$

Розв'язок рівнянь (2) представимо у формі Даламбера:

$$\left. \begin{aligned} \sigma(h, t) &= F_1 \cdot (h \pm A_i t) \pm F_2 \cdot (h \pm A_i t); \\ v(h, t) &= \frac{1}{F} [F_1 \cdot (h \pm A_i t) \pm F_2 \cdot (h \pm A_i t)] \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

У цих, (1) і (2), і в подальших формулах приймаємо верхній знак при ущільненні неводонасичених, нижній знак – при розрідженні водонасичених ґрунтах.

На хвилі, що розповсюджується у бік убування σ , напруги і швидкості мають різні знаки (тобто окрім знаків ущільнень і розріджень) по цьому у виразі для v функція F_2 записана із зворотним знаком, при ущільненні з мінусом, а при розрідженні – з плюсом.

Припустимо, що граничні умови задачі записано у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \sigma(0, t) &= \sigma_m \pm k_1 \cdot t && 0 \leq t \leq \tau \\ \sigma(0, t) &= 0 && \text{при } \tau \leq t, \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

де $k_1 = \frac{1}{\tau} \sigma_m$.

Перехід тиску від $\sigma(0, 0) = 0$ до $\sigma(0, t) = \sigma_s$ відповідає фронту пружних хвиль, який розповсюджується з постійною в координатах h, t швидкістю A_0 , рівною тангенса кута нахилу прямої $h = A_0 \cdot t$ (рис. 1).

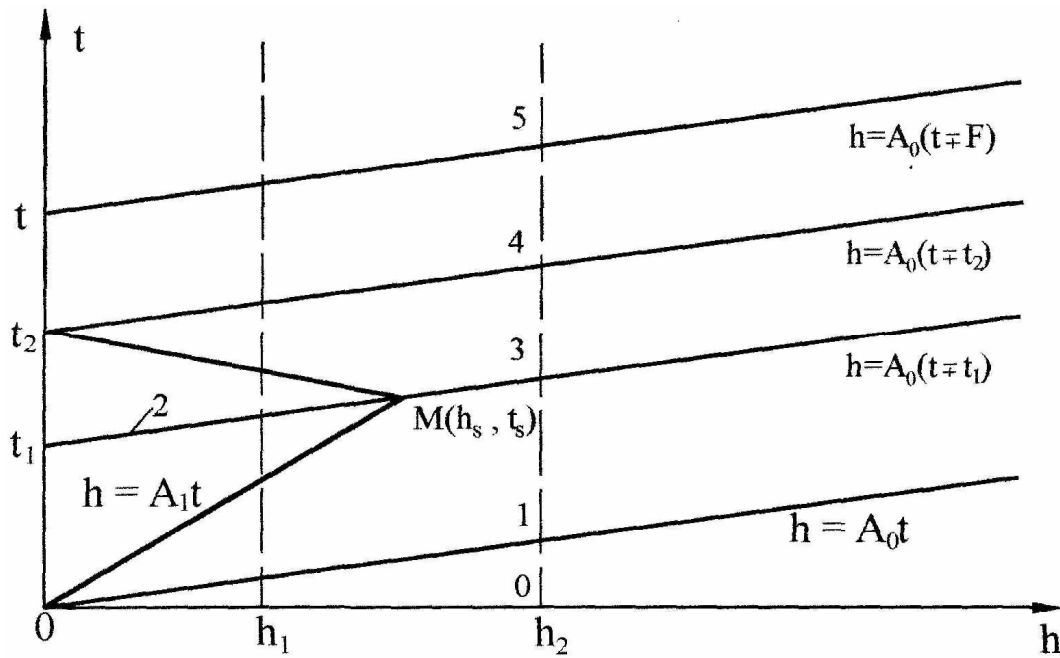


Рис. 1. Схема хвильового руху ґрунту в площині h, t

Якщо $\sigma_m > \sigma_s$, то з того ж моменту часу $t = 0$ почнеться розповсюдження фронту пружно-пластичних хвиль із швидкістю A_1 . Лінія $h = A_1 \cdot t$ розбиває площину h, t на області, які розрізняються видом функцій $\sigma = \sigma(h, t)$ і $v = v(h, t)$.

В області 0 – (незбурена область) маємо:

$$\sigma_0(h, t) = 0; \quad v_0(h, t) = 0,$$

а в області 1:

$$\sigma_0(h, t) = \sigma_s; \quad v_0(h, t) = v_s = \frac{\sigma_s}{A_0}. \tag{5}$$

Розглянемо область 2, обмежену прямими $h = 0$ і $h = A_1 t$. Остання є хвилею розриву. Умова, що виражає закон збереження маси і кількості руху на поверхні розриву, для цієї хвилі для ущільнення (мінус) і для розрідження (плюс) має вигляд:

$$\sigma_2 \pm A_1 v_2 = \sigma_s \pm A_1 v_s. \tag{6}$$

Тут σ_2 і v_2 – напруга і масова швидкість на фронті хвилі; σ_s і v_s – те ж, але перед фронтом.

Оскільки, вже починаючи з моменту часу $t = 0$, зовнішній тиск зменшується, в області 2 відбувається розвантаження середовища. Якщо приймати, що $A_2 = A_0 = a_0 \cdot \rho_0$, та зміна напруг і швидкостей частинок в площині h, t при крайній умові (4) відбувається лінійно, зазначаючи розрив лише на хвилі розвантаження $h = A_1 t$, тому невідомі функції в розв'язку (3) шукаємо так:

$$\left. \begin{aligned} F_1 \cdot (h \pm A_0 t) &= a \pm b \cdot (h \pm A_0 t) \\ F_2 \cdot (h \pm A_0 t) &= c \pm d \cdot (h \pm A_0 t) \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

При $h = 0$ повинна виконуватися гранична умова (4):

$$F_1 \cdot (\pm A_0 t) \pm F_2 \cdot (A_0 t) = a \pm c \pm (d \pm b) \cdot A_0 t = \sigma_m \pm k_1 t. \tag{8}$$

Підставимо рівняння (3) в (6):

$$F_1 \cdot (t \pm A_0 t) \pm F_2 \cdot (t \pm A_0 t) \pm \frac{A_1}{A_0} [F_1 \cdot (h \pm A_1 t) \pm F_2 \cdot (h \pm A_1 t)] = \sigma_s \pm A_1 v_s.$$

Враховуючи, що при задоволенні граничної умови (6) $h = A_1 t$ і $v_s = \frac{\sigma_s}{A_0}$, і підставляючи замість F_1 і F_2 їх вирази згідно з формулою (7), можемо після деяких перетворень записати:

$$\begin{aligned} a \cdot (A_0 \pm A_1) \pm b \cdot (A_0 \pm A_1)^2 \cdot t \pm c \cdot (A_0 \pm A_1) \pm d \cdot (A_0 \pm A_1)^2 \cdot t &= \\ = (A_0 \pm A_1) \cdot \sigma_s. \end{aligned} \tag{9}$$

З виразу (8) і (9) одержуємо чотири рівняння щодо коефіцієнтів a, b, c, d :

$$a \pm c = \sigma_m; \quad b \pm d = \frac{k_1}{A_0}; \quad a \pm c \cdot \frac{A_0 \pm A_1}{A_0 \pm A_1} = \sigma_s; \quad a \pm b \cdot \left(\frac{A_0 \pm A_1}{A_0 \pm A_1}\right)^2 = 0. \quad (10)$$

Підставивши розв'язок цієї системи рівнянь в (7), а потім в (8), одержимо:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_2(h, t) &= \sigma(0, t) \pm k_2 h \\ \nu_2(h, t) &= k_3 \pm \frac{k_1}{A_0^2} h \pm k_2 t \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

де $k_2 = k_1 \frac{A_0^2 \pm A_1^2}{2A_0^2 A_1}$; $k_3 = \frac{1}{A_0 A_1} [A_0 \sigma_m \pm (A_1 - A_0) \sigma_s]$. Тепер можна встановити падіння напруги і масових швидкостей на хвилі розвантаження $h = A_1 t$ як функції часу:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{2,1} &= \sigma_m \pm \frac{A_0^2 - A_1^2}{2A_0^2} \cdot k_1 t \\ \nu_{2,1} &= k_3 \pm \frac{A_0^2 - A_1^2}{2A_0^2 \cdot A_1} \cdot k_1 t \end{aligned} \right\}. \quad (11')$$

У деякий момент часу t_s визначальний кінець хвилі $h = A_1 t$, напруга на ній зменшується до значення σ_s , а швидкість частинок – до ν_s . Похила у виразі (11) $\sigma_{2,1} = \sigma_s$ і $\nu_{2,1} = \nu_s$, визначимо в площині h, t точку М (рис. 1) з координатами h_s і t_s , починаючи з якої хвиля розвантаження продовжуватиме рух згідно із законом:

$$h = A_0(t - t_1), \quad (12)$$

тобто із швидкістю пружної хвилі:

$$t_s = (1 \pm k_4) \cdot \frac{2A_0^2 \cdot \tau}{A_0^2 \pm A_1^2}, \quad (13)$$

де $k_4 = \frac{\sigma_s}{\sigma_m}$.

Зона розповсюдження пластичних деформацій обмежується абсцисою h_s :

$$h_s = (1 \pm k_4) \cdot \frac{2A_0^2 \cdot A_1 \cdot \tau}{A_0^2 \pm A_1^2}. \quad (14)$$

У цій області максимальна напруга для кожного перетину ґрунту (розріджуваного), що деформується, визначається формулою:

$$\sigma_m(h) = \sigma_m \pm \frac{A_0^2 \pm A_1^2}{2A_0^2 \cdot A_1} \cdot k_1 h. \quad (15)$$

Враховуючи, що $\sigma_{2,1}$ і $\rho_{2,1}$ пов'язані між собою залежністю $\sigma_{2,1} = R_1 \pm \frac{1}{\rho_{2,1}} A_1^2$, то закон розподілу залишкових деформацій θ_0 по глибині масиву (h) буде:

$$\theta_0(h) = \theta_m(h) \pm \frac{\sigma_m(h)}{E_0} = 1 \pm \frac{\rho_0}{A_1^2} \left[R \pm (1 \pm \frac{A_1^2}{A_0^2}) \sigma_m \pm \frac{(A_0^2 \pm A_1^2)^2}{2A_0^4 \cdot A_1} \cdot k_1 h \right]. \quad (16)$$

Оскільки величина і закон розподілу залишкових деформацій у процесі розрідження не залежить від місця знаходження зони пластичних деформацій щодо нерухомої системи координат і оскільки h_s – маса розрідженого ґрунту в зоні пластичної деформації – з часом не змінюється, перехід в залежності (16) до Ейлерової системи координат може бути здійснений за формулою:

$$x = \frac{h}{\rho_0}. \quad (17)$$

Знайдемо залишкове переміщення поверхні масиву (осідання) під дією заданого навантаження:

$$\Delta = \frac{1}{\rho_0} \int_0^{h_s} \theta_0(h) dh = (1 \pm k_4) \cdot \frac{2A_0^2 \cdot A_1 \cdot \tau}{A_0^2 \pm A_1^2} \cdot \left[\frac{1}{\rho_0} \pm \frac{1}{A_1^2} (R_1 \pm \frac{A_0^2 \pm A_1^2}{A_0^2}) \sigma_m \pm \right. \\ \left. \pm k_1 (1 \pm k_4) \cdot \tau \cdot \frac{A_0^2 \pm A_1^2}{2A_0^2 \cdot A_1} \right]. \quad (18)$$

Величина t_1 може бути встановлена, якщо у формулу (12) замість h і t підставити h_s і t_s . Тоді одержимо:

$$t_1 = (1 \pm k_4) \cdot \frac{2A_0 \cdot \tau}{A_0 \pm A_1} \quad (19)$$

При $t_1 < \tau$ у перетині $h = 0$ у момент часу t_1 діятиме зовнішній тиск $\sigma(0, t_1)$, величину якого визначимо з виразу (4):

$$\sigma(0, t_1) = \frac{A_0}{A_0 \pm A_1} \cdot \sigma_m \cdot (2k_4 \pm \frac{A_1}{A_0} \pm 1) \quad (20)$$

Із зростанням k_4 росте значення $\sigma(0, t_1)$, залишаючись, проте, завжди менше σ_s , оскільки $k_4 < 1$.

Відображена в точці М (рис. 1) хвиля:

$$h = A_0(t_2 - t), \quad (21)$$

де $t_2 = (1 - k_4) \cdot \frac{2A_0 \cdot \tau}{A_0 - A_1}$,

обмежує область 2 і утворює область 3, розв'язок в якій визначається умовами на прямій (21). Тут можливі два випадки: $t_2 \leq \tau$ і $t_2 > \tau$. Оскільки принцип розв'язання залишається одним і тим же, обмежимося розглядом першого з них. Знову відобразившись в крапці t_2 , по ґрунту піде хвиля стиснення:

$$h = A_0(t - t_2), \quad (22)$$

утворюючи область 4, розв'язок в якій визначається граничною умовою в перетині $h = 0$. У момент часу τ припиняється дія зовнішнього навантаження і, отже, застосовується умова на прямій $h = 0$, тому, утворюючи область 5, обмежена знизу прямою:

$$h = A_0(t - \tau). \quad (23)$$

На межі областей 2 і 3, згідно з виразами (10) і (21) маємо:

$$\sigma_{2,3} = \sigma(0, t_2) \pm \frac{k_1 \pm k_2 A_0}{A_0} h \quad (24)$$

Звідси випливає, що уздовж прямої $h = A_0(t_2 - t)$ напруги і масові швидкості збільшуються із зростанням h , досягаючи значення σ_s і v_s при $h = h_s$. Таким чином, в області 3 напруга не перевищує межі пружності, всі хвилі розповсюджуються у бік зростання h з постійною в координатах h, t швидкістю A_0 і, отже, внутрішнє віддзеркалення ніде не має місця. Враховуючи це, а також лінійність закону зміни напруг і швидкостей частинок при крйній умові (4), шукатимемо рішення системи рівнянь (2) у вигляді:

$$\sigma_3 = F \cdot (h \pm A_0 t) = a_1 \pm b_1 \cdot (h \pm A_0 t) \quad (25)$$

Прирівнявши праві частини виразів (24) і (25) при $t = t_2 - \frac{h}{A_0}$ і виключивши параметр h , знаходимо:

$$a_1 = \sigma_m \pm \frac{k_2 \cdot A_0 \pm k_1}{2}; \quad b_1 = \frac{k_2 \cdot A_0 \pm k_1}{2A_0}$$

Рішення для області 3 має наступний вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_3(h, t) &= \frac{1}{2A_1} \cdot [\sigma_m(A_0 \pm A_1) \pm \sigma_s(A_0 \pm A_1)] \pm \frac{k_2(A_0 \pm A_1)^2}{4A_0 \cdot A_1} \cdot (\frac{h}{A_1} \pm t); \\ v_3(h, t) &= \frac{1}{A_0} \cdot \sigma_3(h, t) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Слід зазначити, що знаки характеризують: "верхні" – ущільнення, "нижні" – розрідження.

Проводячи аналогічні розрахунки і використовуючи граничні умови на прямій $h = 0$ при $t_2 \leq \tau \leq t$, одержимо для області 4:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_4(h, t) &= \sigma(0, t) \pm \frac{k_1}{A_0} \cdot h; \\ v_4(h, t) &= \frac{1}{A_0} \cdot \sigma_4(h, t) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

На прямій $h = A_0(t - \tau)$ маємо $= 0$ і $\tau = 0$, що справедливе для всієї області 5 (рис. 1).

На підставі одержаних рішень можна встановити, що в областях 2, 3 і 4 у кожному перетині h з часом відбувається падіння досягнутих скачками на прямих $h = A_0 \cdot t$ і $h = A_1 \cdot t$ напруг, причому в областях 2 і 4 швидкості напруг однакові:

$$\frac{\partial \sigma_2}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_4}{\partial t} = \pm k_1, \tag{28}$$

у цей час як в області 3 зменшення напруг відбувається швидше:

$$\frac{\partial \sigma_4}{\partial t} = \pm \frac{(A_0 \pm A_1)^2}{4A_0 \cdot A_1} k_1 < \pm k_1.$$

На рис. 2 наведені графіки напруги як функції часу для перетинів $h_1 < h_s$ і $h_2 > h_s$, положення яких вказано на рис. 1. Цифрами на графіках позначені відповідні області.

Наведений вище метод рішення застосовний і у разі додатку зовнішнього навантаження, зміна якої з часом відбувається за лінійним законом, наприклад:

$$\sigma(0, t) = \sigma_m \left(1 \pm \frac{t^n}{\tau}\right).$$

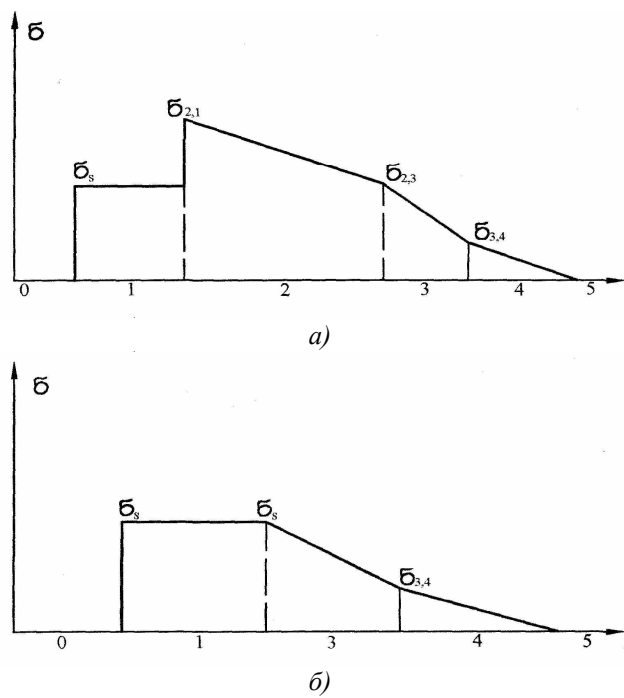


Рис. 2. Графіки напружень в зафіксованих перерізах:
а – переріз h_1 ; б – переріз h_2 .

Представимо цю функцію у вигляді $\sigma(0, t) = \sigma_m \pm k_1 \cdot t^n$.

Функції $F_1 \cdot (h \pm A_0 t)$ і $F_2 \cdot (h \pm A_0 t)$, вхідні рішення рівнянь (2), виражаються аналогічними формулами:

$$F_1 = a \pm b \cdot (h \pm A_0 t)^n;$$

$$F_2 = c \pm d \cdot (h \pm A_0 t)^n.$$

Якщо навантаження змінюється згідно із законом $\sigma(0, t) = \sigma_m \left(\frac{\tau \pm t}{\tau}\right)^n$, який може бути також представлений у вигляді:

$$\sigma(0, t) = \sigma_m \pm \sum_{k=1}^n \sigma_k t^k,$$

де

$$\sigma_1 = \pm \frac{n}{\tau} \sigma_m;$$

$$\sigma_2 = \pm \frac{n(n \pm 1)}{2! \tau^2} \sigma_m;$$

$$\sigma_3 = \pm \frac{n(n \pm 1)(n \pm 2)}{3! \tau^3} \sigma_m;$$

.....

$$\sigma_n = \left(\pm \frac{1}{\tau}\right)^n \sigma_m,$$

то функції F_1 і F_2 також шукаємо у формі відповідних багаточленів:

$$F_1 = \varphi_0 \pm \sum_{k=1}^n \varphi_k (h \pm A_0 t)^k;$$

$$F_2 = \gamma_0 \pm \sum_{k=1}^n \gamma_k (h \pm A_0 t)^k.$$

В обох випадках коефіцієнти $a, b, c, d, \varphi_0, \varphi_k, \gamma_0, \gamma_k$ визначаються при сумісному розв'язку систем рівнянь алгебри, одержаних прирівнюванням членів з однаковими степенями t .

Таким чином, можна математично моделювати процеси ущільнення (верхні знаки) і розрідження (нижні знаки у формулах) зволжених і водонасичених ґрунтів при короткочасно діючих динамічних навантаженнях.

На основі вищесказаного можна зробити наступні **висновки**:

1. Від короткочасно діючих динамічних навантажень у водонасиченому масиві з гірських порід розповсюджуються плоскі хвилі, які сприяють розрідженню масиву як пружно-в'язко-пластичного середовища. Це явище можна виразити хвильовим рівнянням у вигляді шматково-лінійного зміцнення при ущільненні, а також при розрідженні із зворотними знаками. Це рівняння руху і нерозривності в часі відповідає фронтам пружних хвиль і розповсюджується з постійною швидкістю, рівною тангенсу кута нахилу прямої.

2. При розповсюдженні плоских хвиль від короткочасних динамічних навантажень відбувається зміна напруг і швидкість розрідження масиву лінійно з убуючою тенденцією в часі.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Давыдов С.С.* Коливання різномірного ґрунту в пружно-пластичній стадії від короткочасного навантаження. Динаміка ґрунтів. – Сб. № 32 НДІ підстав. – М.: Госстройиздат, 1958. – 136.
2. *Рахматулин Х.А., Сагомоян А.Я., Алексеев Н.А.* Питання динаміки ґрунтів. – М.: МГУ, 1964. – С. 38–45.
3. *Ляхов Г.М.* Визначення динамічної стисливості ґрунтів // Підстави, фундаменти і механіка ґрунтів. – 1966. – № 3. – С. 12–16.
4. *Кравець В.Г., Самедов А.М., Ванічна В.В.* Розрідження пилюватих пісків, супісків і суглинків при вібраційних впливах // Науковий вісник НТУ (Національного гірничого університету). – Дніпропетровськ. – 2004. – № 2. – С. 47–49.
5. *Гуляев В.И., Луговой П.З., Иванченко Г.М.* Дифракция сферической ударной волны на плоскости раздела упругих сред // Прикл. механика. – 1997. – Т. 33. – № 10. – С. 51–58.
6. *Петрашень Г.И.* Распространение волн в анизотропных упругих средах. – Л.: Наука, 1990. – 280 с.
7. *Подольчук Ю.Н., Рубцов Ю.К.* Лучевые методы в теории распространения и рассеивания волн. – К.: Наукова думка, 1988. – 220 с.
8. *Тимошенко С.П.* Курс теории упругости. – К.: Наукова думка, 1972. – 504 с.

ЗУСВСЬКА Наталія Валеріївна – кандидат технічних наук, доцент Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

- вибухові роботи;
- геобудівництво.

САМЕДОВ Ахмед Меджид огли – доктор технічних наук, професор Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

- вибухові роботи;
- гірництво;
- геобудівництво.

ЧІРАГОВ Довлат – доктор, доцент інженерно-архітектурного факультету Університету Юзул, м. Ван, Туреччина.

Наукові інтереси:

- геобудівництво;
- геомеханіка.

Подано 13.05.2006

Зуєвська Н.В., Самедов А.М., Чирагов Д. Математичне моделювання розповсюдження плоских хвиль в розрідженому масиві при короткочасно діючих динамічних навантаженнях

Зуевская Н.В., Самедов А.М., Чирагов Д. Математическое моделирование распространения плоских волн в разжиженном массиве при кратковременных динамических нагрузках

Zuievskaya N.V., Samedov A.M., Chiragov D. Mathematical modeling of distribution of flat waves in a rarefied file at quickly working dynamic loadings

УДК 624.131+622.235

Математичне моделювання розповсюдження плоских хвиль в розрідженому масиві при короткочасно діючих динамічних навантаженнях / Н.В. Зуєвська, А.М. Самедов, Д. Чирагов

Розглянуті розповсюдження плоских хвиль від короткочасно діючих динамічних навантаженнях в розташованому масиві з гірських порід. Математично модельовані процеси розташування плоских хвиль в розрідженому масиві як пружно-в'язко-пластичне середовище.

УДК 624.131+622.235

Математическое моделирование распространения плоских волн в разжиженном массиве при кратковременных динамических нагрузках / Н.В. Зуевская, А.М. Самедов, Д. Чирагов

В статье рассмотрено распространение плоских волн от кратковременных динамических нагрузок в массиве горных пород. Математическое моделирование процесса распространения плоских волн в массиве как в упруго-вязко-пластичной среде.

УДК 624.131+622.235

Mathematical modeling of distribution of flat waves in a rarefied file at quickly working dynamic loadings / N.V. Zuievskaya, A.M. Samedov, D. Chiragov

In clause the distribution of flat waves from short-term dynamic loadings in a file of rocks is considered. Mathematical modeling of process of distribution of flat waves in a file as in elastic-miry-plasticity environment.