

С.В. Ковбасюк, к.т.н., с.н.с.  
М.Ю. Ракушев, к.т.н.  
О.В. Манько, ад'юнкт

*Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова*

## СПОСІБ РОЗРАХУНКУ ДРУГИХ ЧАСТКОВИХ ПОХІДНИХ НА ОСНОВІ ТРИВИМІРНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

*Запропоновано спосіб розрахунку других часткових похідних поточних навігаційних параметрів за вектором початкових умов руху космічного апарата для врахування нелінійних членів при оцінці числових характеристик похибок прогнозу.*

**Вступ.** Загальнодержавна (Національна) космічна програма України на 2003–2007 роки передбачає створення цілого ряду космічних інформаційних систем. Серед них пріоритетним напрямком розвитку є створення космічних систем дистанційного зондування Землі (ДЗЗ). Зростання технічних можливостей цільової апаратури, що встановлюється на борту космічних апаратів (КА) ДЗЗ, підвищує вимоги до якості виконання задач забезпечення управління польотом. Неможливість точного описання орбітального руху КА призводить до того, що його поточні координати, отримані в результаті прогнозу, є випадковими величинами, які характеризуються математичним сподіванням та середньоквадратичним відхиленням, яке зростає з моменту проведення уточнення початкових умов. Тенденція зменшення полів зору КА ДЗЗ та особливості однопунктної технології управління обумовлюють необхідність урахування числових характеристик похибок прогнозу параметрів руху КА в процесі його функціонування, що є подальшим удосконаленням традиційних методів управління КА.

Аналіз технології управління польотом КА ДЗЗ, яка реалізована в Україні на сьогоднішній день, та публікацій за даною тематикою [1] показує, що в процесі планування роботи бортової апаратури не враховуються імовірнісні характеристики похибок прогнозу параметрів руху центру мас КА. Похибки прогнозу параметрів руху для КА ДЗЗ безпосередньо зв'язані із цільовою ефективністю, оскільки від їх значень напряму залежить кількість отримуваної інформації про замовлені райони земної поверхні, що є основною продукцією космічної системи ДЗЗ. Такі похибки спричиняють розсміщення на поверхні Землі між запланованою поверхнею зйомки та реально відзнятою, середньоквадратичні відхилення яких на інтервалі оперативного планування можуть досягати розмірів полів зору перспективних КА ДЗЗ [2].

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Найбільш точним підходом до визначення імовірнісних характеристик, який у більшості випадків приймається за еталон, є використання методу “Монте-Карло” [3] (метод статистичних випробувань), який проводить числову реалізацію процесу накриття району зондування оптичним засобом дистанційного зондування Землі з космосу на основі математичної моделі, і тому потребує занадто великих обчислювальних витрат. Зменшення обчислювальних затрат можливе шляхом використання числово-аналітичних методів розрахунку числових характеристик. Виходячи з того, що зв'язок між вхідними параметрами (початковими умовами руху КА –  $Q_0$ , що представляють собою вектор з шести параметрів руху КА) та вихідними (поточні параметри руху КА  $Q_j$  на  $j$ -й момент часу) є нелінійним

$$Q_j = Q_j(Q_0), \quad (1)$$

де  $Q_{j(0)} = \|q_{j(0),n}\|$  – вектор параметрів руху КА,  $n = 1 \dots 6$ , точне застосування аналітичних підходів до розрахунку числових характеристик похибок прогнозу суттєво обмежено вузьким колом простих моделей. А тому для нелінійних моделей вони застосовуються з різного роду спрощеннями, що неминуче призводять до зниження точності отриманих характеристик або зменшення допустимих діапазонів змін параметрів досліджуваних динамічних об'єктів, при яких можуть бути отримані з необхідною точністю такі характеристики. Відомі методи полягають у лінеаризації на визначених інтервалах нелінійної моделі руху КА (1) та визначенні вихідних числових характеристик на основі відомих вхідних характеристик. Такий підхід полягає в апроксимації функції на визначеному інтервалі першими двома членами ряду Тейлора та дозволяє отримувати достатньо точні числові оцінки похибок у випадку, коли модель близька до лінійної. Модель руху КА є нелінійною, а тому при розрахунку числових характеристик для забезпечення точності розрахунку числових характеристик похибок прогнозу необхідно враховувати ще й третій член ряду Тейлора, який дозволяє враховувати нелінійність [4]:

$$Q_j(Q_0 + \Delta Q_0) \approx Q_j(Q_0) + F_j^T \Delta Q_0 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^6 \Delta q_{0,n} G_{j,n}^T \Delta Q_0, \quad (2)$$

де  $F_j = \left( \frac{\partial Q_j}{\partial Q_0} \right)$  – матриця перших часткових похідних поточних параметрів руху за вектором початкових умов руху КА;

$G_{j,n} = \left( \frac{\partial^2 Q_j}{\partial Q_0 \partial q_{0,n}} \right)$  – матриці других часткових похідних поточних параметрів руху КА за вектором

початкових умов,  $n = \overline{1, 6}$ .

Практична реалізація такого підходу ускладнена необхідністю визначення матриць других часткових похідних. Відомі методи потребують значних обчислювальних затрат та мають недостатню точність їх визначення.

Таким чином, метою даної статті є розробка способу розрахунку других часткових похідних, який би мав покращені характеристики за критерієм “точність–обчислювальна складність”.

Визначення часткових похідних є достатньо трудомісткою задачею, яка потребує значних обчислювальних затрат [5]. Враховуючи складний нелінійний зв'язок між вхідними та вихідними параметрами моделі руху КА, аналітичний розв'язок такої задачі без спрощення моделі руху є неможливим.

На практиці застосовуються наступні способи розрахунку часткових похідних поточних параметрів руху КА за вектором початкових умов: розрахунок на основі кеплерової орбіти руху КА, на основі методу варіацій, кінцевих різниць та методом багатомірних диференціальних перетворень. Спосіб, що оснований на застосуванні теорії кеплерового руху КА, відноситься до аналітичних методів. У ході його розв'язання вводиться припущення, що орбіта близька до кеплерової (незбуреної) орбіти. Таке припущення дозволяє розв'язувати поставлену задачу в аналітичному вигляді, що дозволяє знизити обчислювальні затрати, та є важливим моментом при розв'язанні її на борту КА, при координатних методах управління. Але це призводить до того, що розрахунок є надто загубленим і навіть на інтервалі прогнозу однієї доби приводять до значних похибок.

Спосіб на основі методу варіацій потенційно дозволяє отримати точні значення відповідних часткових похідних і приводить до зменшення обчислювальних затрат, що є бажаним при координатних методах управління, але при цьому виникає необхідність визначати рівняння у варіаціях, що для складної системи диференціальних рівнянь, якою є модель збуреного руху КА (1), практично неможливо.

Широко застосовуються для розрахунку других часткових похідних способи на основі кінцевих різниць, які відносяться до числових методів розв'язання. При їх використанні похідні визначаються числовим диференціюванням, на основі різницевої схеми [6], які дозволяють знайти розв'язок для моделей будь-якої складності. Похибка визначення других часткових похідних кінцево-різницевою схемою має другий порядок ( $O(h^2)$ ) [6], з одного боку, а з іншого боку, потребує багаторазового інтегрування моделі руху КА для знаходження матриць других часткових похідних  $G_{j,n}$ . Причому інтегрування проводиться без спрощення моделі руху КА, що, з одного боку, спрощує процедуру визначення похідних, а з іншого, – не дозволяє оптимізувати обчислювальну схему розрахунку. Тому поряд із простотою даного способу, що відноситься до його переваг, він має низьку ефективність за критерієм “точність–обчислювальна складність”, яка є важливою при реалізації координатних методів управління КА.

Аналіз публікацій [7], [8] показав, що застосування математичного апарата багатомірних диференціальних перетворень дозволить отримати обчислювальну схему, на основі якої можливо знаходити значення часткових похідних вихідних параметрів за вхідними з точністю методу варіацій при нижчих обчислювальних затратах, ніж із кінцево-різницевою схемою. Це можливо за рахунок математичних засад цього методу, які дозволяють проводити одночасне диференціювання за декількома змінними в області зображень.

**Основна частина.** Знаходження матриці перших часткових похідних поточних параметрів руху КА за вектором початкових умов методом багатомірних (двовимірних) диференціальних перетворень було детально розглянуто в роботі [9]. Тому розглянемо можливість розрахунку матриць других часткових похідних  $G_{j,n}$  на основі математичного апарата багатомірних диференціальних перетворень.

Кількість незалежних змінних, за якими ведеться знаходження часткових похідних, визначають мірність диференціальних перетворень. Визначення других часткових похідних можливо провести з використанням тривимірних диференціальних перетворень. При цьому одночасно будемо розглядати тріаду незалежних змінних – час та попарно два із шести параметрів руху КА. За допомогою диференціальних перетворень розв'язок проходить у три етапи:

1. Перехід в область зображень (пряме перетворення) (3).
2. Проведення операцій в області зображень.
3. Перехід в область оригіналів (обернене перетворення) (4).

Оскільки незалежних змінних, що одночасно розглядаються, три, тоді й цілочислових аргументів має бути три –  $k_1, k_2, k_3$ . Для здійснення прямого та оберненого перетворення використовують наступні вирази

$$\underline{Q}(k_1, k_2, k_3) = \frac{H_1^{k_1} H_2^{k_2} H_3^{k_3}}{k_1! k_2! k_3!} \left[ \frac{\partial^{k_1+k_2+k_3} Q_j(Q_0)}{\partial t^{k_1} \partial q_n^{k_2} \partial q_m^{k_3}} \right]_{Q_0, E_6, O_6}, \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} Q_j \\ F_j \\ G_{j,n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_j \\ \frac{\partial Q_j}{\partial Q_0} \\ \frac{\partial^2 Q_j}{\partial Q_0 \partial q_{0,n}} \end{pmatrix} = P_3^{-1} \{ \underline{Q}(k_1, k_2, k_3) \}_t = \begin{pmatrix} \sum_{k_1=0}^{k_{max1}} \underline{Q}(k_1, k_2 + k_3 = 0) \\ \sum_{k_1=0}^{k_{max2}} \underline{Q}(k_1, k_2 + k_3 = 1) \\ 2 \sum_{k_1=0}^{k_{max3}} \underline{Q}(k_1, k_2 + k_3 = 2) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

де  $\underline{Q}(k_1, k_2, k_3)$  – дискретна функція за аргументами  $k_1, k_2, k_3$ ;

$H_{1,2,3}$  – відрізки аргументів, на яких розглядається функція  $\underline{Q}(k_1, k_2, k_3)$ ;

$P_3^{-1}$  – обернене перетворення;

$E_6$  – одинична матриця розміром 6х6;

$O_6$  – нульова матриця розміром 6х6;

$k_{max1,2,3}$  – максимальний номер дискрети, що використовується для відновлення.

Розглянемо більш детально етапи визначення других часткових похідних на основі виразів (3) та (4) методом тривимірних диференціальних перетворень. Розв’язок на основі даного методу представляє собою одночасне розв’язання задачі Коші та визначення перших та других часткових похідних. Таким чином, для розв’язання задачі Коші модель руху КА з області оригіналів, відповідно до рекурентного виразу (3), переведемо в область зображень. В результаті чого отриманий диференціальний спектр із заданою кількістю дискрет  $k_{max1,2,3}$  за часовим аргументом, що являє собою розв’язання системи диференційних рівнянь руху КА в області зображень на визначеному інтервалі. Значення  $k_{max1,2,3}$  при цьому вибирають, виходячи з необхідної точності розв’язку. Знайдений спектр за часовим аргументом є основою для почергового визначення спектрів за елементами параметрів руху, відповідно до елементів стовпців матриці перших часткових похідних, що знаходяться. Таким чином, визначення тривимірного спектра можна представити наступною обчислювальною схемою (рис. 1).

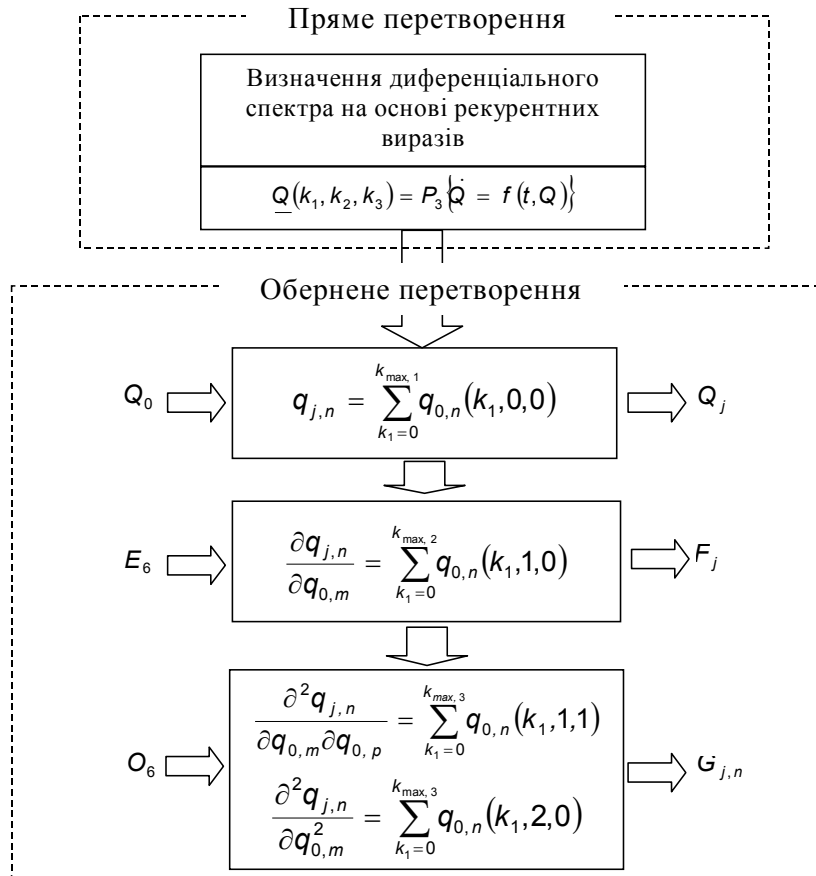


Рис. 1. Обчислювальна схема розрахунку тривимірного диференціального спектра

Диференціальний спектр  $\underline{Q}(k_1, k_2, k_3)$ , отриманий з системи диференціальних рівнянь моделі руху КА за часом, дає можливість визначити за кожним з шести параметрів динаміку їх зміни на основі дослідження інтегральної кривої – відновлюючої функції, параметрами якої є дискрети спектра. Для цього необхідно провести диференціювання в області зображення отриманого спектра  $D(\underline{Q}(k_1, k_2 = 0, k_3 = 0))$  за кожним з шести параметрів руху КА:

$$D(\underline{Q}(k_1, k_2 = 0, k_3 = 0))_{Q_0} = \begin{cases} \underline{Q}(k_1, k_2 = 1, k_3 = 0)_{Q(0,1,0)=E_6, q_1} \\ \underline{Q}(k_1, k_2 = 1, k_3 = 0)_{Q(0,1,0)=E_6, q_2} \\ \dots \\ \underline{Q}(k_1, k_2 = 1, k_3 = 0)_{Q(0,1,0)=E_6, q_6} \end{cases} \quad (5)$$

В ході розв’язання по чергові для кожного стовпця матриці перших часткових похідних визначається диференціальний спектр її елементів. При цьому початковими значеннями (значеннями нульових дискрет) спектрів, що визначаються, були, відповідно до черговості розрахунку, стовпці одиничної матриці  $E_6(6 \times 6)$ . Результатом диференціювання зображення є система диференціальних спектрів, які визначають функції перших похідних поточних параметрів руху КА за початковими умовами на відрізьку розв’язання. Крім того, отриманий спектр  $\underline{Q}(k_1, k_2 = 1, k_3 = 0)$  є основою знаходження матриці перших часткових похідних  $F_j$  на  $j$ -й момент часу. Як і в попередньому випадку, для знаходження других часткових похідних необхідно провести в області диференціювання отриманої системи диференціальних спектрів (5), при цьому враховуючи спектр за часовим аргументом  $\underline{Q}(k_1, k_2 = 0, k_3 = 0)$  в процесі розрахунку. Початковими значеннями матриць  $G_{j,n}$  є нульові елементи –  $O_6$ :

$$\mathcal{D} \left( \begin{matrix} \underline{Q}(k_1, k_2 = 1, k_3 = 0) \\ \underline{Q}(k_1, k_2 = 1, k_3 = 0) \\ \vdots \\ \underline{Q}(k_1, k_2 = 1, k_3 = 0) \end{matrix} \right) \stackrel{\substack{Q(k_1, k_2=0, k_3=0), \\ Q(0, 1, 0), \\ Q(0, k_2+k_3=2)=0}}{\Rightarrow} \begin{matrix} \left[ \underline{Q}(k_1, k_2 = 1, k_3 = 1) \right]_{q_1, q_1}, \\ \vdots \\ \left[ \underline{Q}(k_1, k_2 = 1, k_3 = 1) \right]_{q_1, q_6}, \\ \vdots \\ \left[ \underline{Q}(k_1, k_2 = 1, k_3 = 1) \right]_{q_6, q_1}, \\ \vdots \\ \left[ \underline{Q}(k_1, k_2 = 1, k_3 = 1) \right]_{q_6, q_6}. \end{matrix} \quad (6)$$

Таким чином, у результаті диференціювання кожного з шести часткових спектрів (5) отримано 6 матриць  $G_{j,n}$ , елементами яких є спектри, що описують функції других часткових поточних параметрів руху КА за відповідними парами параметрів початкових умов. Основою проведення розрахунків є модель руху КА, що представлена в області зображень системою  $P$ -підмоделей, які представляють собою елементарні операції із зображеннями, необхідними для визначення диференціального спектра для розв'язання задачі Коші.

В ході визначення тривимірного спектра в області зображень користуються наступними операціями:  
 Операція згортки:

$$\begin{aligned}
 \underline{Z}(k_1, k_2, k_3) &= \underline{X}(k_1, k_2, k_3) * \underline{Y}(k_1, k_2, k_3); \\
 \underline{Z}(k_1, k_2, k_3) &= \sum_{i=0}^{k_1} \sum_{j=0}^{k_2} \sum_{l=0}^{k_3} \underline{X}(k_1 - i, k_2 - j, k_3 - l) \cdot \underline{Y}(i, j, l). \quad (7)
 \end{aligned}$$

Операція ділення:

$$\begin{aligned}
 \underline{Z}(k_1, k_2, k_3) &= \frac{\underline{X}(k_1, k_2, k_3)}{\underline{Y}(k_1, k_2, k_3)}; \\
 \underline{Z}(k_1, k_2, k_3) &= \frac{\underline{X}(k_1, k_2, k_3) - \sum_{i=1}^{k_1-1} \sum_{j=0}^{k_2} \sum_{l=0}^{k_3} \underline{Z}(k_1 - i, k_2 - j, k_3 - l) \cdot \underline{Y}(i, j, l)}{\underline{Y}(0, 0, 0)} - \\
 &= \frac{\sum_{j=1}^{k_2-1} \sum_{l=0}^{k_3} \underline{Z}(0, k_2 - j, k_3 - l) \cdot \underline{Y}(k_1, j, l)}{\underline{Y}(0, 0, 0)} - \frac{\sum_{j=1}^{k_2-1} \sum_{l=0}^{k_3} \underline{Z}(k_1, k_2 - j, k_3 - l) \cdot \underline{Y}(0, j, l)}{\underline{Y}(0, 0, 0)} - \\
 &= \frac{\sum_{l=0}^{k_3-1} \underline{Z}(0, 0, k_3 - l) \cdot \underline{Y}(k_1, k_2, l)}{\underline{Y}(0, 0, 0)} - \frac{\sum_{l=1}^{k_3} \underline{Z}(k_1, k_2, k_3 - l) \cdot \underline{Y}(0, 0, l)}{\underline{Y}(0, 0, 0)} - \\
 &= \frac{\sum_{l=0}^{k_3} \underline{Z}(0, k_2, k_3 - l) \cdot \underline{Y}(k_1, 0, l)}{\underline{Y}(0, 0, 0)} - \frac{\sum_{l=0}^{k_3} \underline{Z}(k_1, 0, k_3 - l) \cdot \underline{Y}(0, k_2, l)}{\underline{Y}(0, 0, 0)} - \\
 &= \frac{\underline{Z}(0, 0, 0) \cdot \underline{Y}(k_1, k_2, k_3)}{\underline{Y}(0, 0, 0)}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Операція взяття квадратного кореня:

$$\underline{Z}(k_1, k_2, k_3) = \sqrt{\underline{X}^2(k_1, k_2, k_3)};$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}(k_1, k_2, k_3) &= \frac{\underline{X}^2(k_1, k_2, k_3) - \sum_{i=1}^{k_1-1} \sum_{j=0}^{k_2} \sum_{l=0}^{k_3} \underline{X}(k_1-i, k_2-j, k_3-l) \cdot \underline{X}(i, j, l)}{2\underline{X}(0, 0, 0)} - \\ &\frac{\sum_{j=1}^{k_2-1} \sum_{l=0}^{k_3} \underline{X}(0, k_2-j, k_3-l) \cdot \underline{X}(k_1, j, l)}{\underline{X}(0, 0, 0)} - \\ &\frac{\sum_{l=0}^{k_3-1} \underline{X}(0, 0, k_3-l) \cdot \underline{X}(k_1, k_2, l)}{\underline{X}(0, 0, 0)} - \frac{\sum_{l=0}^{k_3} \underline{X}(0, k_2, k_3-l) \cdot \underline{X}(k_1, 0, l)}{\underline{X}(0, 0, 0)}. \end{aligned} \tag{9}$$

Отриманий таким чином диференціальний спектр є основою знаходження на момент  $t_j$  значень вектора поточних параметрів руху  $Q_j$ , перших  $F_j$  та других  $G_j$  часткових похідних поточних параметрів руху за вектором початкових умов руху КА. Для цього проведемо зворотнє перетворення на основі виразу (5).

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} Q_j(Q_0) \\ F_j \\ G_{j,n} \end{pmatrix}_{t_j} &= P^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} \underline{Q}(k_1, 0, 0) \\ \underline{\delta Q}(k_1, 1, 0) \\ \underline{\delta^2 Q}(k_1, 1, 1) \end{pmatrix} \right\}_{t_j} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} Q(t_j) &= \begin{cases} x(t) \\ y(t) \\ \vdots \\ v_z(t) \end{cases} = \begin{cases} q_1(t) = \sum_{k_1=0}^{k_{\max 1}} \left( \frac{t_j - t_0}{H} \right)^{k_1} \underline{q}_1(k_1, 0, 0) \\ q_2(t) = \sum_{k_1=0}^{k_{\max 1}} \left( \frac{t_j - t_0}{H} \right)^{k_1} \underline{q}_2(k_1, 0, 0), \\ \vdots \\ q_6(t) = \sum_{k_1=0}^{k_{\max 1}} \left( \frac{t_j - t_0}{H} \right)^{k_1} \underline{q}_6(k_1, 0, 0) \end{cases} \\ F_j = \left( \frac{\partial Q}{\partial Q_0} \right)_j &= \begin{cases} \delta x(t) \\ \delta y(t) \\ \vdots \\ \delta v_z(t) \end{cases} = \begin{cases} \delta q_1(t) = \sum_{k_1=0}^{k_{\max 2}} \left( \frac{t_j - t_0}{H} \right)^{k_1} \underline{q}_1(k_1, k_2 + k_3 = 1) \\ \delta q_2(t) = \sum_{k_1=0}^{k_{\max 2}} \left( \frac{t_j - t_0}{H} \right)^{k_1} \underline{q}_2(k_1, k_2 + k_3 = 1), \\ \vdots \\ \delta q_6(t) = \sum_{k_1=0}^{k_{\max 2}} \left( \frac{t_j - t_0}{H} \right)^{k_1} \underline{q}_6(k_1, k_2 + k_3 = 1) \end{cases}, \\ G_j = \left( \frac{\partial^2 Q}{\partial Q_0 \partial q_{0,n}} \right)_j &= \begin{cases} \delta^2 x(t) \\ \delta^2 y(t) \\ \vdots \\ \delta^2 v_z(t) \end{cases} = \begin{cases} \delta^2 q_1(t) = \sum_{k_1=0}^{k_{\max 3}} \left( \frac{t_j - t_0}{H} \right)^{k_1} \underline{q}_1(k_1, k_2 + k_3 = 2) \\ \delta^2 q_2(t) = \sum_{k_1=0}^{k_{\max 3}} \left( \frac{t_j - t_0}{H} \right)^{k_1} \underline{q}_2(k_1, k_2 + k_3 = 2). \\ \vdots \\ \delta^2 q_6(t) = \sum_{k_1=0}^{k_{\max 3}} \left( \frac{t_j - t_0}{H} \right)^{k_1} \underline{q}_6(k_1, k_2 + k_3 = 2) \end{cases}. \end{aligned} \right. \tag{10}$$

Перевагою наведеного способу є, як і в методі кінцевих різниць, обчислювальна схема, яка не потребує додаткових надбудов для отримання часткових похідних, а базується лише на схемі для розв'язання задачі Коші. При цьому є можливість спростувати обчислювальну схему для знаходження часткових похідних, що дозволяє підвищувати оперативність розрахунку при забезпеченні заданої

точності їх визначення. Окрім того, можливо змінювати кількість дискрет для визначення диференціального спектра часткових похідних ( $k_{\max 2}, k_{\max 3}$ ).

Для оцінки ефективності наведеного способу було проведено математичне моделювання з розрахунку других часткових похідних поточних параметрів руху КА по вектору початкових умов для моделі збуреного руху, що враховує нецентральність Земного тяжіння (до 4-ї зональної гармоніки) та статичну модель атмосфери (ГОСТ 4401-81). Розрахунок проводився на інтервал однієї доби запропонованим методом та кінцево-різницеvim методом, при цьому оцінювалися обчислювальні затрати при заданій точності визначення часткових похідних. Результати моделювання наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Спосіб розрахунку	Кількість арифметичних операцій	Ефект (рази)
Кінцево-різницеvий	$7,3 \times 10^4$	3,2
Тривимірних диференціальних перетворень	$2,28 \times 10^4$	

**Висновки.** Таким чином, проведене моделювання показує ефективність використання наведеного способу визначення других часткових похідних поточних параметрів руху КА за вектором початкових умов на основі тривимірних диференціальних перетворень. Даний спосіб дозволяє отримати обчислювальну схему з покращеною оцінкою за критерієм “обчислювальна складність–точність”, що є важливим моментом при розв’язанні задачі оцінки точності прогнозу бортовими засобами. Наведений спосіб дозволяє отримувати перші та другі часткові похідні і для інших динамічних об’єктів, що описуються складними нелінійними моделями, та є подальшим розвитком математичного апарата диференціальних перетворень.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Драновский В.И., Ярмольчук Е.Д. Вопросы системного проектирования и анализа космических систем дистанционного зондирования Земли// Космическая техника. Ракетное вооружение: Сб. науч.-техн. ст. – Днепропетровск: ГKB «Южное». – 2004. – Вып. 1. – С. 242–253.
2. Пясковский Д.В., Варламов И.Д., Манько О.В. Критерии точности определения пространственного положения космических аппаратов оптико-электронного наблюдения // Збірник наукових праць. – Житомир: ЖВІРЕ, 2004. – Вип. 8. – С. 15–25.
3. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. – К.: Техніка, 1975. – 766 с.
4. Венцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука. Глав. ред. физ-мат. лит., 1969. – 576 с.
5. Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. – М.: Сов. радио, 1978. – 384 с.
6. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учеб. пособие для вузов.– М.: Наука. Глав. ред. физ-мат. лит., 1989.– 432 с.
7. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования и математическое моделирование физических процессов. – К.: Наукова думка, 1986. – 159 с.
8. Ковбасюк С.В., Ракушев М.Ю. Обчислення часткових похідних при розв’язанні нелінійних крайових задач методом Ньютона на основі багатомірних диференціальних перетворень // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем: Збірник наукових праць. – Житомир: ЖВІРЕ, 2003. – № 6. – С. 19–28.
9. Ковбасюк С.В., Ракушев М.Ю. Расчет частных производных от текущих элементов орбиты по начальным условиям на основе многомерных дифференциальных преобразований // Двойные технологии. – 2004. – № 2. – С. 15–18.

КОВБАСЮК Сергій Валентинович – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, начальник науково-дослідного управління Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– наземні засоби космічної інфраструктури України.

РАКУШЕВ Михайло Юрійович – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник науково-дослідного відділу науково-дослідного управління Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– балістико-навігаційне забезпечення управління польотом космічних апаратів;  
– числові методи оптимізації.

МАНЬКО Олег Віталійович – ад'юнкт Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– балістико-навігаційне забезпечення управління польотом космічних апаратів.

Подано 22.03.2006