УДК 629.7.054

В.М. Мельник, к.т.н., доц.
Національний технічний університет України "КПІ"

ЛІНІЙНО-ПРУЖНІ ЗАДАЧІ ПОПЛАВКОВОГО ГІРОСКОПА

Розроблюються теоретичні засади аналізу пружної взаємодії підвісу поплавкового двостепеневого гіроскопа із зовнішнім збуренням просторового характеру. Розширюються рамки прикладних досліджень шляхом введення довільної форми геометричного окреслення поплавка та хвильового впливу.

Постановка проблеми. Наявні результати аналізу динаміки двостепеневого поплавкового гіроскопа, за умови колового циліндра, не дали відповіді на велику кількість питань [1], [2], [3]. Зокрема йдеться про появу додаткових похибок вимірювань в умовах проникаючого акустичного випромінювання.

Перш за все, чи є, з точки зору геометрії поплавка, оптимальною обрана колова циліндрична поверхня. Чи забезпечує вона мінімум генеруємих хвильових процесів під дією зовнішніх збурень, чи не допускає виникнення особливостей резонансного типу, чи забезпечує задовільну пружність підвісу за дії кількох зовнішніх чинників – вібрації, кінематичного збурення, акустичного випромінювання, теплового факела тощо.

Стосовно технології виготовлення та балансування переваги колового циліндра не потребують доказів. Знову ж таки, жорсткість поверхні поплавка в напрямку паралелі та довжини теж досить висока. Разом з тим, нульова гаусова кривизна бічної утворюючої в радіальному напрямку (площині шпангоута) наводить на думку, що тут пружні переміщення під дією зовнішніх чинників можуть бути істотними. Тому напрошується висновок щодо необхідності підвищення ступеня жорсткості поверхні поплавка також і в цьому напрямку.

Його технічна реалізація може бути досягнута застосуванням опуклих або угнутих оболонок обертання. У загальному випадку може бути довільна форма. І наступне. Необхідно описати динаміку таких поверхонь, наприклад, у переміщеннях, і проаналізувати пружні деформації у трьох напрямках під дією зовнішніх збурень просторового характеру. Як окреме, з цих результатів повинні походити характеристики звичайного циліндра.

Такий підхід, заснований на спільності аналітичної будови розрахункових моделей, виправданий як в аспекті єдиного погляду на природу явища, так і для зручності проведення порівняльного аналізу результатів та висновків і рекомендацій.

Нарешті, з'ясування механізму пружної дії збурюючих впливів. В акустиці, за правило, обирається плоска хвиля як найбільш зручна з точки зору аналізу та, разом з тим, проведення деяких узагальнень. Наприклад, дифузних полів.

Будуючи більш повну модель взаємодії реверберацiйних акустичних полів з приладами інерціальної навігації поплавкового типу, доцільно спочатку розглядати реакцію механічних систем на збурюючі чинники в самому загальному вигляді, але з подальшою можливістю отримання часткових результатів.

Такий підхід обумовлений в достатньому ступені натурними умовами.

З іншого боку, відпрацьований аналітичний механізм надасть змогу у подальшому розширити границі дослідження на інші фізичні процеси, забезпечуючи універсальність теорії. Розробку теорії поплавкового електромеханічного гіроскопа, зауваживши взагалі, можна вважати практично завершеною.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Широке застосування при виготовленні бортової апаратури РН та літальних апаратів в цілому різноманітних оболонок стимулювало розвиток простих, але напрочуд ефективних, методів їх розрахунку [4, 5, 6, 7, 8].

Фундаментальні дослідження взаємодії потоку рідини з пружними конструкціями отримали розвиток у 20 ... 30-ті роки попереднього століття. У цьому контексті слід згадати роботи by E.Reissner, Е.Гросмана, М.Келдиша, М.Лаврентьєва, А.Некрасова та інших, які започаткували основи теорії аеропружності, подібно до того, як праці Л.Лейбензона та А.Вестергарда заклали підґрунтя теорії гідропружності.

Останні дослідження переконливо довели, що найбільш вивчені колові циліндричні та сферичні оболонки сталої кривизни все ж не можуть слугувати еталоном для висновків щодо характеру примусових коливань оболонок довільного контуру.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Аналітичний опис динаміки рухомої частини двостепеневого поплавкового гіроскопа як системи з розподіленими параметрами заснований на використанні рівнянь колової циліндричної оболонки [9], [10]. Деякі спрощення, які використовують різні автори, не дають змоги докладно з'ясувати їх правомочність стосовно задач навігаційного обладнання з його особливостями на борту рухомих об'єктів.

Таким чином, доцільно побудувати універсальні диференціальні рівняння рухомої частини двостепеневого поплавкового гіроскопа з ненульовою гаусовою кривизною бічної поверхні та за умови дії довільної форми збуджуючого чинника. Надалі слід порівняти вплив геометрії поплавка та природи збурень на появу додаткових похибок вимірювань. Отже, виникає нагальна потреба узагальнення теорії та відпрацювання її універсальності.

Метою досліджень постає аналітичний опис рухомої частини гіроскопа – поплавка – у найбільш узагальненому варіанті та за довільної збуджуючої сили просторового характеру.

Основний матеріал досліджень. Припустимо, що оболонка довільної форми обертання відноситься до криволінійних координат α_1 та α_2. Їх вважаємо лініями кривизни з радіусами R_1 і R_2.

Позначимо через A_1 та A_2 параметри Ламе серединної поверхні π оболонки. Тоді, додавши сили інерції, має сенс скористуватися рівняннями рівноваги оболонки, котрі у розгорнутому вигляді можуть бути наведені у формі [11]:

$$\frac{\partial A_2 T_1}{\partial \alpha_1}+\frac{1}{A_1}\frac{\partial A_1^2 S}{\partial \alpha_2}-\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}T_2+\frac{1}{R_1}\left(\frac{\partial A_2 M_1}{\partial \alpha_1}+\frac{1}{A_1}\frac{\partial A_1^2 H}{\partial \alpha_2}-\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}M_2\right)+$$
$$+\frac{\partial}{\partial \alpha_2}\left(\frac{A_1}{R_1}H\right)+\frac{1}{R_2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}H=-A_1A_2q_1+\rho A_1A_2h\frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2};$$
$$\frac{\partial A_1 T_2}{\partial \alpha_1}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial A_2^2 S}{\partial \alpha_1}-\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}T_1+\frac{1}{R_2}\left(\frac{\partial A_1 M_2}{\partial \alpha_2}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial A_2^2 H}{\partial \alpha_1}-\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}M_1\right)+$$
$$+\frac{\partial}{\partial \alpha_1}\left(\frac{A_2}{R_2}H\right)+\frac{1}{R_1}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}H=-A_1A_2q_2+\rho A_1A_2h\frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2}; \qquad (1)$$
$$\frac{T_1}{R_1}+\frac{T_2}{R_2}-\frac{1}{A_1A_2}\left\{\frac{\partial}{\partial \alpha_1}\frac{1}{A_1}\left(\frac{\partial A_2 M_1}{\partial \alpha_1}+\frac{1}{A_1}\frac{\partial A_1^2 H}{\partial \alpha_2}-\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}M_2\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{\partial}{\partial \alpha_2}\frac{1}{A_2}\left(\frac{\partial A_1 M_2}{\partial \alpha_2}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial A_2^2 H}{\partial \alpha_1}-\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}M_1\right)\right\}=q_n+\rho h\frac{\partial^2 W}{\partial t^2},$$

де $q_1=p_1+\frac{m_1}{R_1}\approx p_1$; $q_2=p_2+\frac{m_2}{R_2}\approx p_2$; $q_n=p_n+\frac{1}{A_1A_2}\left(\frac{\partial A_2 m_1}{\partial \alpha_1}+\frac{\partial A_1 m_2}{\partial \alpha_2}\right)\approx p_n$; U_1, U_2 – переміщення поверхні оболонки вздовж її меридіана та паралелі відповідно; W – переміщення в радіальному напрямку; в більшості випадків величини m_i мають порядок hp, таким чином, ототожнюючи q_i та p_i, тим самим відкидаємо доданки порядку $\frac{h}{R}$ порівняно з одиницею; T_1, T_2 – нормальні, а S – дотичні зусилля; M_1, M_2 – згибні моменти; H – крутний момент; ρ – щільність матеріалу оболонки; h – товщина оболонки; u_i – пружні переміщення точок поверхні π в напрямку координати α_i; співвідношення між зусиллями – моментами та компонентами деформації серединної поверхні можна записати так [11]:

$$T_1=\frac{Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_1+\nu\varepsilon_2);$$
$$T_2=\frac{Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_2+\nu\varepsilon_1); \qquad (2)$$
$$S=\frac{Eh}{2(1+\nu)}\omega;$$
$$M_1=\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}(\chi_1+\nu\chi_2);$$
$$M_2=\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}(\chi_2+\nu\chi_1); \qquad (3)$$
$$H=\frac{Eh^3}{12(1+\nu)}\tau.$$

Тут величини ε_1, ε_2, ω характеризують рівну за товщиною оболонки деформацію, що визначається розтягом та зсувом серединної поверхні, а інші χ_1, χ_2, τ – визначають деформацію, що змінюється лінійно за товщиною, пов'язану із згином та скручуванням серединної поверхні. У подальшому перші три величини будемо іменувати компонентами тангенціальної деформації, а останні три – компонентами згинної деформації.

Деформація оболонки повністю визначається шістьма наступними величинами:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{A_1}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_2 + \frac{W}{R_1} \quad; \tag{4}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{A_2}\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_1 + \frac{W}{R_2} \quad; \tag{5}$$

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{A_2}{A_1}\frac{\partial}{\partial \alpha_1}\left(\frac{U_2}{A_2}\right) + \frac{A_1}{A_2}\frac{\partial}{\partial \alpha_2}\left(\frac{U_1}{A_1}\right) = \frac{A_2}{A_1}\left(-\frac{1}{A_2^2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_2 + \frac{1}{A_2}\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_1}A_2\right) + \\ &+ \frac{A_1}{A_2}\left(-\frac{1}{A_1^2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_1 + \frac{1}{A_1}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_2}A_1\right) = -\frac{1}{A_1 A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_2 + \frac{1}{A_1}\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_1} - \\ &- \frac{1}{A_1 A_2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_1 + \frac{1}{A_2}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_2} = \frac{1}{A_1}\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_2}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_2} - \frac{1}{A_1 A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_2 - \frac{1}{A_1 A_2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_1 \,.\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\chi_1 &= -\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial \alpha_1}\left(\frac{1}{A_1}\frac{\partial W}{\partial \alpha_1} - \frac{U_1}{R_1}\right) - \frac{1}{A_1 A_2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}\left(\frac{1}{A_2}\frac{\partial W}{\partial \alpha_2} - \frac{U_2}{R_2}\right) = \\ &= -\frac{1}{A_1}\left(-\frac{1}{A_1^2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_1}\frac{\partial W}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1}\frac{\partial^2 W}{\partial \alpha_1^2} + \frac{1}{R_1^2}\frac{\partial R_1}{\partial \alpha_1}U_1 - \frac{1}{R_1}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_1}\right) - \\ &- \frac{1}{A_1 A_2^2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}\frac{\partial W}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2 R_2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_2 = \\ &= \frac{1}{A_1^3}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_1}\frac{\partial W}{\partial \alpha_1} - \frac{1}{A_1^2}\frac{\partial^2 W}{\partial \alpha_1^2} - \frac{1}{A_1 R_1^2}\frac{\partial R_1}{\partial \alpha_1}U_1 + \frac{1}{A_1 R_1}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_1} - \\ &- \frac{1}{A_1 A_2^2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}\frac{\partial W}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2 R_2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_2 \,;\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\chi_2 &= -\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial \alpha_2}\left(\frac{1}{A_2}\frac{\partial W}{\partial \alpha_2} - \frac{U_2}{R_2}\right) - \frac{1}{A_1 A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\left(\frac{1}{A_1}\frac{\partial W}{\partial \alpha_1} - \frac{U_1}{R_1}\right) = \\ &= -\frac{1}{A_2}\left(-\frac{1}{A_2^2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_2}\frac{\partial W}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_2}\frac{\partial^2 W}{\partial \alpha_2^2} + \frac{1}{R_2^2}\frac{\partial R_2}{\partial \alpha_2}U_2 - \frac{1}{R_2}\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_2}\right) - \\ &- \frac{1}{A_1^2 A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\frac{\partial W}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2 R_1}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_1 = \\ &= \frac{1}{A_2^3}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_2}\frac{\partial W}{\partial \alpha_2} - \frac{1}{A_2^2}\frac{\partial^2 W}{\partial \alpha_2^2} - \frac{1}{A_1 R_2^2}\frac{\partial R_2}{\partial \alpha_2}U_2 + \frac{1}{A_2 R_2}\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_2} - \\ &= -\frac{1}{A_1^2 A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\frac{\partial W}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2 R_1}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_1 \quad;\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}\tau &= -\frac{1}{A_1 A_2}\frac{\partial^2 W}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1^2 A_2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}\frac{\partial W}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2^2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\frac{\partial W}{\partial \alpha_2} + \\ &+ \frac{1}{A_2 R_1}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_2} - \frac{1}{A_1 A_2 R_1}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_1 + \frac{1}{A_1 R_2}\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_1} - \frac{1}{A_1 A_2 R_2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_2 \,.\end{aligned} \tag{9}$$

З виразів (2), з урахуванням (4–6), обчислюємо нормальні T_1, T_2 та дотичні S-зусилля:

$$T_1 = \frac{Eh}{1-\nu^2}\left[\frac{1}{A_1}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_1} + \nu\frac{1}{A_2}\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2}\left(\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_2 + \nu\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_1\right) + W\left(\frac{1}{R_1} + \frac{\nu}{R_2}\right)\right]; \qquad (10)$$

$$T_2 = \frac{Eh}{1-\nu^2}\left[\nu\frac{1}{A_1}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_2}\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2}\left(\nu\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_2 + \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_1\right) + W\left(\nu\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\right]; \qquad (11)$$

$$S = \frac{Eh}{2(1+\nu)}\left(\frac{1}{A_1}\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_2}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_2} - \frac{1}{A_1 A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_2 - \frac{1}{A_1 A_2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_1\right). \qquad (12)$$

Принаймні до уваги (7–9), з формули (3) визначаємо згинні моменти M_1 та M_2, а також крутильний момент H :

$$\begin{aligned} M_1 = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\Bigg(&\frac{1}{A_1^3}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_1}\frac{\partial W}{\partial \alpha_1} + \nu\frac{1}{A_2^3}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_2}\frac{\partial W}{\partial \alpha_2} - \frac{1}{A_1^2}\frac{\partial^2 W}{\partial \alpha_1^2} - \nu\frac{1}{A_2^2}\frac{\partial^2 W}{\partial \alpha_2^2} - \\ &- \frac{1}{A_1 R_1^2}\frac{\partial R_1}{\partial \alpha_1}U_1 - \nu\frac{1}{A_2 R_2^2}\frac{\partial R_2}{\partial \alpha_2}U_2 + \frac{1}{A_1 R_1}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_1} + \nu\frac{1}{A_2 R_2}\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_2} - \\ &- \frac{1}{A_1 A_2^2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}\frac{\partial W}{\partial \alpha_2} - \nu\frac{1}{A_1^2 A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\frac{\partial W}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2 R_2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_2 + \nu\frac{1}{A_1 A_2 R_1}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_1\Bigg); \end{aligned} \qquad (13)$$

$$\begin{aligned} M_2 = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\Bigg(&\nu\frac{1}{A_1^3}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_1}\frac{\partial W}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_2^3}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_2}\frac{\partial W}{\partial \alpha_2} - \nu\frac{1}{A_1^2}\frac{\partial^2 W}{\partial \alpha_1^2} - \frac{1}{A_2^2}\frac{\partial^2 W}{\partial \alpha_2^2} - \\ &- \nu\frac{1}{A_1 R_1^2}\frac{\partial R_1}{\partial \alpha_1}U_1 - \frac{1}{A_2 R_2^2}\frac{\partial R_2}{\partial \alpha_2}U_2 + \nu\frac{1}{A_1 R_1}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_2 R_2}\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_2} - \\ &- \nu\frac{1}{A_1 A_2^2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}\frac{\partial W}{\partial \alpha_2} - \frac{1}{A_1^2 A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\frac{\partial W}{\partial \alpha_1} + \nu\frac{1}{A_1 A_2 R_2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_2 + \frac{1}{A_1 A_2 R_1}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_1\Bigg); \end{aligned} \qquad (14)$$

$$\begin{aligned} H = \frac{Eh^3}{12(1+\nu)}\Bigg(&-\frac{1}{A_1 A_2}\frac{\partial^2 W}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1^2 A_2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}\frac{\partial W}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2^2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\frac{\partial W}{\partial \alpha_2} + \\ &+ \frac{1}{A_2 R_1}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_2} - \frac{1}{A_1 A_2 R_1}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_1 + \frac{1}{A_1 R_2}\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_1} - \frac{1}{A_1 A_2 R_2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_2\Bigg). \end{aligned} \qquad (15)$$

Розкриємо зміст деяких доданків рівнянь (1) з оглядом на співвідношення (10–15):

$$\begin{aligned} &A_2 T_1 = \frac{Eh}{1-\nu^2}\left[\frac{A_2}{A_1}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_1} + \nu\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1}\left(\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_2 + \nu\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_1\right) + W\left(\frac{A_2}{R_1} + \nu\frac{A_2}{R_2}\right)\right]; \\ &\frac{\partial}{\partial \alpha_1}(A_2 T_1) = \frac{Eh}{1-\nu^2}\frac{\partial}{\partial \alpha_1}\left[\frac{A_2}{A_1}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_1} + \nu\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1}\left(\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_2 + \nu\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_1\right) + W\left(\frac{A_2}{R_1} + \nu\frac{A_2}{R_2}\right)\right]; \end{aligned} \qquad (16)$$

$$\begin{aligned} &A_1^2 S = \frac{Eh}{2(1+\nu)}\left(A_1\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_1} + \frac{A_1^2}{A_2}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_2} - \frac{A_1}{A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_2 - \frac{A_1}{A_2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_1\right); \\ &\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial \alpha_2}(A_1^2 S) = \frac{Eh}{2(1+\nu)}\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial \alpha_2}\left(A_1\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_1} + \frac{A_1^2}{A_2}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_2} - \frac{A_1}{A_2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_2 - \frac{A_1}{A_2}\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_1\right); \end{aligned} \qquad (17)$$

$$-\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}T_2 = -\frac{Eh}{1-\nu^2}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\left[\nu\frac{1}{A_1}\frac{\partial U_1}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_2}\frac{\partial U_2}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2}\left(\nu\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}U_2 + \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}U_1\right) + \right. \qquad (18)$$

$$+W\left(\nu\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\Bigg];$$

$$\frac{1}{R_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}(A_2M_1)=\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\frac{1}{R_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(\frac{A_2}{A_1^3}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_1}\frac{\partial W}{\partial\alpha_1}+\frac{\nu}{A_2^2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_2}\frac{\partial W}{\partial\alpha_2}-\frac{A_2}{A_1^2}\frac{\partial^2 W}{\partial\alpha_1^2}-\right.$$
$$-\frac{\nu}{A_2}\frac{\partial^2 W}{\partial\alpha_2^2}-\frac{A_2}{A_1R_1^2}\frac{\partial R_1}{\partial\alpha_1}U_1-\frac{\nu}{R_2^2}\frac{\partial R_2}{\partial\alpha_2}U_2+\frac{A_2}{A_1R_1}\frac{\partial U_1}{\partial\alpha_1}+\frac{\nu}{R_2}\frac{\partial U_2}{\partial\alpha_2}- \tag{19}$$
$$\left.-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\frac{\partial W}{\partial\alpha_2}-\frac{\nu}{A_1^2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\frac{\partial W}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_1R_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}U_2+\frac{\nu}{A_1R_1}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}U_1\right);$$

$$\frac{1}{R_1}\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}(A_1^2H)=\frac{Eh^3}{12(1+\nu)}\frac{1}{R_1}\frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(-\frac{A_1}{A_2}\frac{\partial^2 W}{\partial\alpha_1\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\frac{\partial W}{\partial\alpha_1}+\right.$$
$$\left.+\frac{A_1}{A_2^2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\frac{\partial W}{\partial\alpha_2}+\frac{A_1^2}{A_2R_1}\frac{\partial U_1}{\partial\alpha_2}-\frac{A_1}{A_2R_1}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}U_1+\frac{A_1}{R_2}\frac{\partial U_2}{\partial\alpha_1}-\frac{A_1}{A_2R_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}U_2\right); \tag{20}$$

$$-\frac{1}{R_1}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}M_2=-\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\frac{1}{R_1}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\left(\frac{\nu}{A_1^3}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_1}\frac{\partial W}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_2^3}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_2}\frac{\partial W}{\partial\alpha_2}-\frac{\nu}{A_1^2}\frac{\partial^2 W}{\partial\alpha_1^2}-\right.$$
$$-\frac{1}{A_2^2}\frac{\partial^2 W}{\partial\alpha_2^2}-\frac{\nu}{A_1R_1^2}\frac{\partial R_1}{\partial\alpha_1}U_1-\frac{1}{A_2R_2^2}\frac{\partial R_2}{\partial\alpha_2}U_2+\frac{\nu}{A_1R_1}\frac{\partial U_1}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_2R_2}\frac{\partial U_2}{\partial\alpha_2}- \tag{21}$$
$$\left.-\frac{\nu}{A_1A_2^2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\frac{\partial W}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{A_1^2A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\frac{\partial W}{\partial\alpha_1}+\frac{\nu}{A_1A_2R_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}U_2+\frac{1}{A_1A_2R_1}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}U_1\right);$$

$$\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(\frac{A_1}{R_1}H\right)=\frac{Eh^3}{12(1+\nu)}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(-\frac{1}{R_1A_2}\frac{\partial^2 W}{\partial\alpha_1\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1A_2R_1}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\frac{\partial W}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{R_1A_2^2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\frac{\partial W}{\partial\alpha_2}+\right.$$
$$\left.+\frac{A_1}{A_2R_1^2}\frac{\partial U_1}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{A_2R_1^2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}U_1+\frac{1}{R_1R_2}\frac{\partial U_2}{\partial\alpha_1}-\frac{1}{A_2R_1R_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}U_2\right); \tag{22}$$

$$\frac{1}{R_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}H=\frac{Eh^3}{12(1+\nu)}\frac{1}{R_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\left(-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial^2 W}{\partial\alpha_1\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1^2A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\frac{\partial W}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_1A_2^2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\frac{\partial W}{\partial\alpha_2}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{A_2R_1}\frac{\partial U_1}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{A_1A_2R_1}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}U_1+\frac{1}{A_1R_2}\frac{\partial U_2}{\partial\alpha_1}-\frac{1}{A_1A_2R_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}U_2\right). \tag{23}$$

До вже сказаного слід додати співвідношення для обчислення величин A_1, A_2, $\frac{1}{R_1}$ та $\frac{1}{R_2}$:

$$A_1=1+\mu\xi(z)-\frac{1}{2}\mu^2\xi^2(z);\quad A_2=(R+\delta)\cdot[1-\xi(z)];$$
$$\frac{1}{R_1}=\frac{1}{R}\cdot\frac{\mu}{1+\zeta}\cdot\left[1-\zeta\mu\xi(z)+\frac{15}{2}\mu^2\xi^2(z)\right];$$
$$\frac{1}{R_2}=\frac{1}{R(1+\zeta)}\cdot\left[1+(1-\mu)\xi(z)+(1-\mu+\mu^2)\xi^2(z)+\ldots\right];$$
$$\xi(z)=\frac{\delta}{R+\delta}\left(\frac{2z}{l}-1\right)^2=\frac{\zeta}{1+\zeta}\left(\frac{2z}{l}-1\right)^2;$$
$$\zeta=\frac{\delta}{r}L;\quad \mu=8\zeta(1+\zeta)\eta^2;\quad \eta=\frac{R}{L};\quad 2\mu<<1;$$

δ – відхилення лінії меридіана від прямої.

Для циліндричної оболонки необхідно прийняти:

$$\delta=0;\quad \zeta=0;\quad \mu=0;\quad \xi(z)=0;\quad A_1=1;\quad A_2=R=\mathrm{const}.$$

Висновки. Таким чином, поплавок гіроскопа довільного геометричного окреслення може бути представлений оболонкою обертання будь-якої форми, якщо повертати обрану криву навколо означеної осі симетрії. За умови відсутності їх перетину.

За координати α_1 та α_2 доцільно обрати: $\alpha_1 = z; \quad \alpha_2 = \varphi$.

Тобто повздовжну координату z та колову φ у площині паралелі.

Прийнявши $r = f(z)$ за криву обертання, визначаємо параметри Ламе як функції однієї координати z:

$$A_1 = \sqrt{1 + f'^2(z)}; \quad A_2 = f(z).$$

Нехтуючи деякими доданками в рівняннях, створюються передумови універсалізації аналітичного підходу до вивчення будь-яких геометрій поплавка. Як часткове – отримуємо рівняння звичайного колового циліндра. Довільна форма запису правої частини значно розширює можливості аналізу природи пружної взаємодії підвісу гіроскопа із збурюючими чинниками різноманітної фізичної природи.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Mel'nik V.N., Karachun V.V.* Influence of acoustic radiation jn the sensor of a gyrostabilization platform // International Applied Mechanics. – Vol. 40. – № 10. – 2004. – P. 122–140.
2. *Mel'nik V.N., Karachun V.V.* Determining Gyroscopic Integrator Errors to Diffraction of Sound Waves // INTERNATIONAL APPLIED MECHANICS. – 2004. – Vol. 40. – № 3. – P. 328–336.
3. *Koshljakov V.N., Karachun V.V., Mel'nik V.N., Saverchenko V.G., Balanin V. Kh.* The some aspects of flaight safety in conditions penetrate acoustic radiation. The world Congress "Aviation in the XXI-st Century", September, 14-16, 2003, Kyiv, Ukraine, National Aviation University, Kyiv, Ukraine. – P. 2.37–2.40.
4. *Шендеров Е.Л.* Волновые задачи гидроакустики. – Л.: Судостроение, 1972. – 352 с.
5. *Новожилов В.В.* Теория тонких оболочек – Л.: Судпромгиз, 1962. – 517 с.
6. *Мнев Е.Н., Перцев А.К.* Гидроупругость оболочек. – Л.: Судостроение, 1970. – 356 с.
7. *Гузь А.Н., Кубенко В.Д.* Методы расчета оболочек. Т. 5. Теория нестационарной аэрогидроупругости оболочек. – К.: Наук. думка, 1982. – 400 с.
8. *Кильчевский Н.А.* Интегродифференциальные и интегральные уравнения равновесия тонких упругих оболочек. ПММ, 1959. – Вып. 2. – С. 38–42.
9. *Карачун В.В., Мельник В.Н., Лозовик В.Г.* Многомерные задачи упругости подвеса поплавкового гироскопа // Космічна наука і технологія. – 2001. – Т. 6. – № 2/3. – С. 92–97.
10. Многомерные задачи нестационарной упругости подвеса поплавкового гироскопа / В.В. Карачун, В.Г. Лозовик, Е.Р. Потапова, В.Н. Мельник / Под ред. В.В. Карачуна. – К.: Корнейчук, 2000. – 128 с.
11. *Черных К.Р.* Линейная теория оболочек: В 2-х ч. – Л.: Изд-во Ленинградского у-та, 1962.

МЕЛЬНИК Вікторія Миколаївна – кандидат технічних наук, доцент кафедри біотехніки та інженерії Національного технічного університету України "КПІ".

Наукові інтереси:

– динаміка приладів інерціальної навігації.

Подано 11.01.2006

УДК 629. 7. 054

Линейно-упругие задачи поплавкового гироскопа / В.Н. Мельник

Создаются теоретические основы анализа упругого взаимодействия подвеса поплавкового двухстепенного гироскопа с внешним возмущением пространственного характера. Расширяются рамки прикладных исследований путем введения произвольной формы геометрического очертания поплавка и волнового воздействия.

УДК 629. 7. 054

Linearly-elastic problems of a floated-type gyroscope / V.N. Mel'nik

There are fundamental theory of the analysis of elastic interplay подвеса of the float two-powermode gyro with an external disturbance of spatial nature. The frameworks of applied researches extend by the introducing of the arbitrary form of a geometrical lineament of a float and wave action.