

УДК 621.391

Т.Ю. Микуляк, аспір.

Житомирський державний технологічний університет

І.А. Пількевич, к.т.н., доц.

Житомирський філіал ПВНЗ "Європейський університет"

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЛУНА-СИГНАЛУ РОЗПОДІЛЕНОГО ОБ'ЄКТА З ДИСПЕРСНИМ РОЗСПОВАННЯМ

Запропоновано методику математичного опису радіолокаційного сигналу з розсіюванням за частотою і затримкою. Математичну модель доцільно застосовувати в декомпованій моделі об'ємно-розподіленого об'єкта при математичному описі електродинамічних властивостей луна-сигналу об'єкта. Зроблено висновок, що в часовому поданні луна-сигнал визначається добутком часової функції, що характеризує зондувальний сигнал, і часової функції, що характеризує об'єкт.

Постановка задачі. Для багатьох радіотехнічних систем характерне поширення тестового (зондувального) сигналу в каналі, що описується розсіюванням (дисперсністю) за параметрами [1]. Канал може містити неоднорідності, що призводять до формування луна-сигналів, яким також властиве дисперсне розсіювання. Подібні фізичні ситуації характерні для задач радіоастрономії, радіолокації і т. ін. При цьому канали і неоднорідності мають фізичну структуру, що змінюється в часі. Модель такої системи радіолокації наведена на рис. 1 [1].

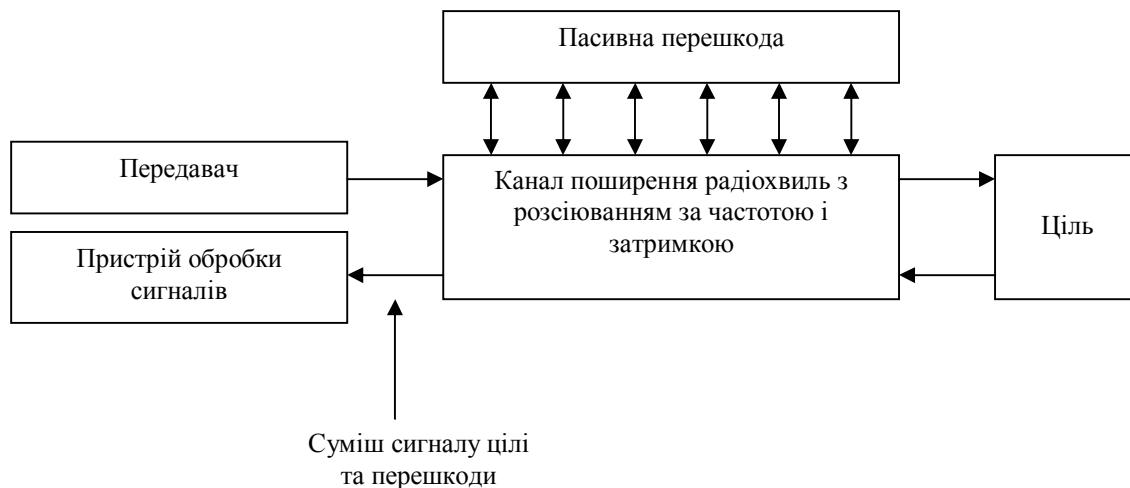


Рис. 1

Розв'язання згаданих задач вимагає розробки моделі луна-сигналу незалежно від його походження (чи є луна-сигнал перешкодовим, чи містить корисну інформацію).

Далі спільний вплив каналів поширення радіохвиль і неоднорідностей, що характеризуються дисперсними властивостями, будемо відносити до гіпотетичного дисперсного збурювального впливу (ЗВ), взаємодія з яким електромагнітного поля зондувального сигналу призводить до формування луна-сигналу з розсіюванням за аргументами, що характеризує електромагнітне поле. Використання методів математичного моделювання, у тому числі під час оцінювання точнісних характеристик радіотехнічних систем, зумовлює необхідність дотримання ряду вимог до моделі, що подається [2], у тому числі можливість використання цієї моделі при розв'язанні прямих і обернених задач, а також її структурного подання й експлікації.

Не всякий аналітичний вираз може бути використаний як математична модель. Для цього аналітичний вираз повинен бути структурно перетворений й експлікований [3], [4], що означає:

досліджуваний процес або кожен його частину подають як сукупність більш простих частин, пов'язаних функціональними співвідношеннями;

після того, як кожен частину вдається експлікувати, тобто описати математично, робиться підстановка частин один в одного, поки не буде отримана експлікація всього процесу.

Як зазначається в [3], вибір структурного подання не є завданням математики, а виконується в рамках природничо-наукової дисципліни, до якої належить досліджуваний процес.

$$\begin{cases} \omega = \omega_m + \Delta\omega; \\ \varphi = \varphi_m + \Delta\varphi; \\ \vec{k} = \vec{k}_m + \Delta\vec{k}; \\ \vec{p} = \vec{p}_m + \Delta\vec{p} \end{cases}$$

або $\{\gamma\} = \{\gamma_m\} + \{\Delta\gamma\}$ і перетворимо (2) у такий спосіб:

$$\begin{aligned} \dot{U}(t, \vec{r}) &= \dot{b}_0(\gamma_0) \exp\left[\omega_0 t - (\vec{k}_0, \vec{r}) + \varphi_0\right] \times \\ &\times \int_{\{\gamma\}} \int_{\{\Delta\gamma\}} \dot{W}(t, \vec{r}, \omega_0 + \omega - \Delta\omega; \varphi_0 + \varphi - \Delta\varphi; \vec{k}_0 + \vec{k} - \Delta\vec{k}; \vec{p}_0 + \vec{p} - \Delta\vec{p}; \Delta\omega, \Delta\varphi_0, \Delta\vec{k}, \Delta\vec{p}) \times \\ &\times \dot{U}_m(\omega - \Delta\omega; \varphi - \Delta\varphi; \vec{k} - \Delta\vec{k}; \vec{p} - \Delta\vec{p}) \times \\ &\times \exp\left\{j\left[\omega t - (\vec{k}, \vec{r}) + \varphi_0\right]\right\} d(\Delta\gamma) d(\gamma). \end{aligned} \quad (3)$$

У процесі гетеродинування прийнятого сигналу вимагатимемо, щоб

$$\dot{b}_0(\gamma_0) \exp\left[\omega_0 t - (\vec{k}_0, \vec{r}) + \varphi_0\right] \equiv 1,$$

а також введемо такі припущення, що спрощують:

$$\begin{aligned} \dot{b}_{sc}(\omega_0, \omega_m, \Delta\omega; \varphi_0, \varphi_m, \Delta\varphi; \vec{k}_0, \vec{k}_m, \Delta\vec{k}; \vec{p}_0, \vec{p}_m, \Delta\vec{p}) &\equiv \\ &\equiv \dot{b}_{sc}(\omega_0, \omega_m; \varphi_0, \varphi_m; \vec{k}_0, \vec{k}_m; \vec{p}_0, \vec{p}_m), \end{aligned} \quad (4)$$

тобто модульовальна функція зондувального сигналу зневажливо мало визначається $\Delta\gamma$ параметрами цілі. Тоді

$$\begin{aligned} \dot{W}(t, \vec{r}; \omega_0 + \Delta\omega, \varphi_0 + \Delta\varphi, \vec{k}_0 + \Delta\vec{k}, \vec{p}_0 + \Delta\vec{p}; \Delta\omega, \Delta\varphi, \Delta\vec{k}, \Delta\vec{p}) &\equiv \\ &\equiv \dot{W}(t, \vec{r}; \omega_0, \varphi_0, \vec{k}_0, \vec{p}_0; \Delta\omega, \Delta\varphi, \Delta\vec{k}, \Delta\vec{p}), \end{aligned} \quad (5)$$

тобто функція розсіювання $\dot{W}(\dots)$ цілі зневажливо мало залежить від параметрів модуляції зондувального сигналу.

З урахуванням (4) і (5) (3) визначається так:

$$\dot{U}(t, \vec{r}) = \dot{U}_{sc}(t, \vec{r}; \omega_0, \varphi_0, \vec{k}_0, \vec{p}_0) \dot{W}(t, \vec{r}; \omega_0, \varphi_0, \vec{k}_0, \vec{p}_0; \Delta\omega, \Delta\varphi_0, \Delta\vec{k}, \Delta\vec{p}), \quad (6)$$

де

$$\begin{aligned} \dot{U}_{sc}(\dots) &= \int_{\{\gamma_m\}} \dot{b}_{sc}(\omega_0, \varphi_0, \vec{k}_0, \vec{p}_0; \omega_m, \varphi_m, \vec{k}_m, \vec{p}_m) \times \\ &\times \exp\left\{j\left[(\omega_0 + \omega_m)t - (\vec{k}_0 + \vec{k}_m, \vec{r}) + (\varphi_0 + \varphi_m)\right]\right\} d(\gamma_m). \end{aligned}$$

З (6) випливає, що в часовому поданні луна-сигнал визначається добутком часової функції, що характеризує зондувальний сигнал, і часової функції, що характеризує цілі. У свою чергу, можна в явному вигляді записати функціональні співвідношення між досліджуваними характеристиками об'єкта і траси поширення [6]:

$$\begin{aligned} \dot{W}(t, \vec{r}; \omega_0, \varphi_0, \vec{k}_0, \vec{p}_0; \Delta\omega, \Delta\varphi, \Delta\vec{k}, \Delta\vec{p}) &= \\ &= \int_{\{\Delta\gamma\}} \mu^{(1)}(\gamma_0, \gamma_1) S_0(\gamma_0 + \gamma_1; \Delta\gamma_0) \mu^{(2)}(\gamma_0 + \Delta\gamma_1 + \Delta\gamma_2, \Delta\gamma_2) d(\Delta\gamma_1) d(\Delta\gamma_0) d(\Delta\gamma_2), \end{aligned} \quad (7)$$

де $\Delta\gamma = \{\Delta\gamma_1 + \Delta\gamma_0 + \Delta\gamma_2\}$;

S_0 – функція, що характеризує властивості розсіювання цілі за розглянутими аргументами ЕМВ, що призводять до зміни аргументів ЕМВ зондувального сигналу на $\Delta\gamma_0$;

$\mu^{(1)}, \mu^{(2)}$ – функції, що характеризують властивості розсіювання траси поширення зондувального сигналу і луна-сигналу “туди”⁽¹⁾ і “назад”⁽²⁾;

$\Delta\gamma_1 = \{\Delta\omega_1, \Delta\varphi_1, \Delta\vec{k}_1, \Delta\vec{p}_1\}$, $\Delta\gamma_2 = \{\Delta\omega_2, \Delta\varphi_2, \Delta\vec{k}_2, \Delta\vec{p}_2\}$ – зміна аргументів при поширенні зондувального сигналу “туди” і “назад”.

Вибір вигляду функції $S_0(\dots)$ і $\mu(\dots)$ є предметом спеціального дослідження і буде розглянутий нижче.

Моделювання функцій розсіювання цілі і каналу поширення сигналу. Для випадку тільки часової обробки із сукупності аргументів (6) залишаються ω і φ (у наближенні лінійної залежності φ від τ далі використовується аргумент τ замість φ).

Надалі будемо використовувати опис розсіювання цілі й траси моделями багатомодового типу за аргументами ω і τ :

$$\begin{cases} S_r(\omega, \tau) = \sum_{i=1}^{I_r} A_i S_{i_r}(\omega, \tau); \\ \mu_r(\omega, \tau) = \sum_{j=1}^{J_r} B_j \mu_{j_r}(\omega, \tau), \end{cases} \quad (8)$$

де (для гауссівських моделей)

$$\begin{cases} S_{i_r}(\omega, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{i_r}^{(\omega)}\sigma_{i_r}^{(\tau)}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\omega - \omega_{i_r}}{\sigma_{i_r}^{(\omega)}}\right)^2 + \left(\frac{\tau - \tau_{i_r}}{\sigma_{i_r}^{(\tau)}}\right)^2\right]\right\}; \\ \mu_{j_r}(\omega, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{j_r}^{(\omega)}\sigma_{j_r}^{(\tau)}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\omega - \omega_{j_r}}{\sigma_{j_r}^{(\omega)}}\right)^2 + \left(\frac{\tau - \tau_{j_r}}{\sigma_{j_r}^{(\tau)}}\right)^2\right]\right\}. \end{cases} \quad (9)$$

Вираз (6) для луна-сигналу зводиться до вигляду:

– у часовому поданні:

$$\dot{U}(t) = \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_r} B_j \sum_{i=1}^{I_r} A_i \int_{\{\omega\}} C_{i_r j_r}(\omega) \int_{\{\tau\}} D_{i_r j_r}(\tau) e^{j\omega(t-\tau)} d\tau d\omega; \quad (10.1)$$

– у частотному поданні:

$$\dot{S}(\omega) = \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_r} B_j \sum_{i=1}^{I_r} A_i \int_{\{\omega'\}} C_{i_r j_r}(\omega') S_{sc}(\omega - \omega') \int_{\{\tau\}} D_{i_r j_r}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau d\omega'; \quad (10.2)$$

– у поданні функції взаємної невизначеності:

$$\dot{X}(\omega, t) = \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_r} B_j \sum_{i=1}^{I_r} A_i \int_{\{\omega'\}} C_{i_r j_r}(\omega') \int_{\{\tau'\}} D_{i_r j_r}(\tau) e^{-j\omega\tau'} \dot{X}_{sc}(\omega - \omega', \tau - \tau') d\tau' d\omega', \quad (10.3)$$

де $C_{i_r j_r}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi[(\sigma_{i_r}^{(\omega)})^2 + (\sigma_{j_r}^{(\omega)})^2]}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \frac{[\omega - (\omega_{i_r} + \omega_{j_r})]^2}{(\sigma_{i_r}^{(\omega)})^2 + (\sigma_{j_r}^{(\omega)})^2}\right\}$ при $\begin{cases} \sigma_{i_r}^{(\omega)} \rightarrow 0, \\ \sigma_{j_r}^{(\omega)} \rightarrow 0 \end{cases}$ прагне до

$$\delta[\omega - (\omega_{i_r} + \omega_{j_r})];$$

$$D_{i_r j_r}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi[(\sigma_{i_r}^{(\tau)})^2 + (\sigma_{j_r}^{(\tau)})^2]}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \frac{[\tau - (\tau_{i_r} + \tau_{j_r})]^2}{(\sigma_{i_r}^{(\tau)})^2 + (\sigma_{j_r}^{(\tau)})^2}\right\}$$
 при $\begin{cases} \sigma_{i_r}^{(\tau)} \rightarrow 0, \\ \sigma_{j_r}^{(\tau)} \rightarrow 0 \end{cases}$ прагне до

$$\delta[\tau - (\tau_{i_r} + \tau_{j_r})].$$

Інтеграли за ω в часовому поданні (10.1) і за τ в частотному (10.2) беруться в аналітичному вигляді до кінця, що приводить до таких виразів:

– у часовому поданні:

$$\dot{U}(t) = \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_r} B_j \sum_{i=1}^{I_r} A_i \int_{\{\tau\}} D_{i_r j_r}(\tau) \dot{X}_{i_r j_r}(t - \tau) \dot{U}_{sc}(t - \tau) d\tau, \quad (11.1)$$

де $\dot{X}_{i_r j_r}(t - \tau) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[(\sigma_{i_r}^{(\omega)})^2 + (\sigma_{j_r}^{(\omega)})^2\right](t - \tau)^2\right\} \exp[j(\omega_{i_r} + \omega_{j_r})(t - \tau)];$

– у частотному поданні:

$$\dot{S}(\omega) = \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_r} B_j \sum_{i=1}^{I_r} A_i \int_{\{\omega'\}} C_{i_r j_r}(\omega') \dot{S}_{sc}(\omega - \omega') d\omega', \quad (11.2)$$

$$\text{де } \dot{Y}_{i,j_r} = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\left(\sigma_{i_r}^{(\tau)} \right)^2 + \left(\sigma_{j_r}^{(\tau)} \right)^2 \right] \omega^2 \right\}.$$

Зокрема при використанні зондувального сигналу у вигляді фазокодоманіпульованої (ФКМ) періодичної послідовності прямокутних імпульсів:

$$\dot{X}_{zc}(\omega, \tau) = \sum_{n=1-N}^{N-1} \dot{K}_n(\omega) \dot{X}_{zc}^{(0)}(\omega, \tau + n\tau_\delta), \quad (12)$$

де $\dot{X}_{zc}^{(0)}(\omega, \tau) = \int_{\{t\}} \dot{U}_{zc}^{(0)}(t) \dot{J}_{zc}^{*(0)}(t + \tau) e^{-j\omega t} dt$ – функція невизначеності елементарної дискрети ФКМ-сигналу;

$$K_n(\omega) = \frac{1}{N - |n|} \sum_{m=\max(0,n)}^{\min(N-1, n+N-1)} M_m M_{m-n} \exp \left[-j\omega \left(m - \frac{N-1}{2} \right) \tau_\delta \right];$$

$$\dot{U}_{zc}^{(0)}(t) = \frac{1}{\sqrt{\tau_\delta}} \text{rect} \left(\frac{t}{\tau_\delta} \right) = \begin{cases} 1/\tau_\delta & \text{при } -\tau_\delta, \\ 0 & \text{при } |t| > \tau_\delta/2; \end{cases}$$

$$\dot{X}_{zc}^{(0)}(\omega, \tau) = \text{rect} \left(\frac{\tau}{2\tau_\delta} \right) \frac{\tau_\delta - |\tau|}{\tau_\delta} \frac{\sin \left[\frac{\omega}{2} (\tau_\delta - |\tau|) \right]}{\frac{\omega}{2} (\tau_\delta - |\tau|)};$$

$$\text{rect} \left(\frac{\tau}{2\tau_\delta} \right) = \begin{cases} 1 & \text{при } |t| \leq \tau_\delta/2; \\ 0 & \text{при } |t| > \tau_\delta/2 \end{cases}$$

(функція $\text{rect}(x)$ введена в [7]).

Висновки:

1. Розсіяне електромагнітне випромінювання зондувального сигналу цілком описується диференціальним перетином зворотного розсіювання, що є функцією чотирьох аргументів $\{\Delta\omega_i, \Delta\varphi_{0i}, \Delta\vec{k}_i, \Delta\vec{p}_i\} = \Delta\gamma$.

2. Вибіркове числове моделювання дозволило отримати залежності відносної зміни головного максимуму функції взаємної невизначеності, а також її ширини за основними перетинами від середнього квадратичного відхилення функції розсіювання за затримкою дисперсного ЗВ. Функція розсіювання цілі зневажливо мало залежить від параметрів модуляції зондувального сигналу.

3. У часовому поданні луна-сигнал визначається добутком часової функції, що характеризує зондувальний сигнал, і часової функції, що характеризує ціль.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Пількевич І.А. Виявлення і фільтрація сигналів цілі з розсіюванням за частотою і затримкою в присутності сигналоподібних перешкод // Вісник Житомирського державного технологічного університету / Технічні науки. – Житомир: ЖДТУ, 2004. – № 1(28). – С. 88–92.
2. Математическая энциклопедия / Гл. ред. И.М. Виноградов. – Т. 3. – КОО-ОД. – М.: Сов. энц., 1982. – 1184 с.
3. Крилицкий Н.А., Миронов Г.А., Фролов Г.Д. Автоматизированные информационные системы / Под ред. А.А. Дороницина. – М.: Наука, ГРФМЛ, 1982. – 384 с.
4. Наринян А.Р., Поздеев В.А. Основы научных исследований: Учебн. пособие. – К.: Изд-во Европ. ун-та, 2002. – 110 с.
5. Физика микромира. Маленькая энциклопедия / Под ред. Д.В. Широкова. – М.: Сов. энц., 1980. – 528 с.
6. Пількевич І.А., Леонтъев О.Є. Математичний опис впливу сигналоподібних перешкод // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем: Збірник наукових праць. – Житомир: ЖВІРЕ, 2001. – Вип. 4. – С. 131–137.
7. Справочник по радиолокации / Под ред. М.Сколника. – Нью-Йорк, 1970: Пер. с англ. (в четырех томах) / Под общей ред. К.Н. Трофимова. – Том 1. – Основы радиолокации / Под ред. Я.С. Иццоки. – М.: Сов. радио, 1976. – 456 с.

МИКУЛЯК Таміла Юрійівна – аспірант Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

– математичне моделювання фізичних процесів.

Тел.: 42-14-27.

ПІЛЬКЕВИЧ Ігор Анатолійович – кандидат технічних наук, доцент, декан факультету інформаційних систем та технологій Житомирської філії ПВНЗ „Європейський університет”.

Наукові інтереси:

– математичне моделювання складних систем;

– обробка радіолокаційної інформації на фоні перешкод.

E-mail: office@eu.zt.ua

Подано 13.09.2005

УДК 621.391

Математическая модель эхо-сигнала распределенного объекта с дисперсным рассеиванием // Т.Ю. Микуляк, И.А. Пилькевич

Предложена методика математического описания радиолокационного сигнала с рассеиванием по частоте и задержке. Математическую модель целесообразно использовать в декомпозированной модели объемно-распределенного объекта при математическом описании электродинамических свойств эхо-сигнала объекта. Сделан вывод, что во временном представлении эхо-сигнал определяется произведением временной функции зондирующего сигнала и временной функции, которая характеризует объект.

УДК 621.391

The mathematical model of the echo-signal of the distributed object with disperse scattering // T.Yu. Mykulyak, I.A. Pilkevych

We have offered the methodology of a mathematical discription of the radiolocation signal with frequency and delay spread. The mathematical model should be used in the decomposed model of the body-distributed object by mathematical discription of electrodynamic properties of the object's echo-signal. We have come to the conclusion that in the temporary submittance an echo-signal is determined by the product of time function which characterises the sounding signal into the time function which characterises the object.

Микуляк Т.Ю., Пилькевич И.А. Математическая модель эхо-сигнала распределенного объекта с дисперсным рассеиванием

Mykulyak T.Yu., Pilkevych I.A. The mathematical model of the echo-signal of the distributed object with disperse scattering

Микуляк Т.Ю., Пилькевич І.А. Математична модель луна-сигналу розподіленого об'єкта з дисперсним розсіюванням