

В.М. Мельник, к.т.н., доц.

Національний технічний університет України "КПІ"

ХВИЛЬОВІ ПРОЦЕСИ В РІДИННОМУ ПІДВІСІ ГІРОСКОПА

Наводяться результати аналізу особливостей руху поплавця з гіроагрегатом в рідинно-статичному підвісі під дією акустичної хвилі тиску. Визначається характер поступального руху та формулюються теоретичні засади явища.

Постановка проблеми. Створення плаваючих гіроскопів дало початок новому етапу розвитку не тільки власне гіроскопічної техніки, але й удосконаленню навігаційно-пілотажного обладнання літальних апаратів в цілому. Це технічне рішення дозволило досягти високого ступеня точності вимірювань, розв'язати такі задачі керування рухом, котрі до цього не було можливості реалізувати. Натомість, створення плаваючих гіроскопів, у свою чергу, поставило перед технікою необхідність розробки і проектування інших елементів системи керування з більш високими показниками точності.

Відмінною особливістю поплавкових модифікацій гіроскопів є наявність зануреної у важку фторорганічну (питома вага $1,9 \cdot 10^3 \text{ Нм}^{-3}$) чи хлорорганічну (питома вага $2,7 \cdot 10^3 \text{ Нм}^{-3}$) рідину рухомої частини приладу.

Гідроагрегат розміщується у герметичному, заповненому гелієм або воднем поплавці, котрий повздовжніми цапфами встановлюється у зовнішньому, а також герметичному, коаксіальному циліндрі, що виконує роль корпусу приладу.

Головні джерела похибок звичайних гіроскопів – зміщення центру мас рухомої частини внаслідок неоднаковості температурного нагріву елементів підвісу та момент сил сухого тертя на вихідній осі – в поплавкових приладах завдяки рідинно-статичному підвісу зводяться до неістотних. Але, як з'ясувалося в подальшому, саме ця технічна пропозиція створила іншу небезпеку, що зводить нанівець отримані точностні надбання.

Інжектвана в навколишнє середовище енергія ракетних двигунів тією своєю часткою, котра реалізується у вигляді проникаючого акустичного випромінювання, завдяки рідині, отримує можливість надто вільно проходити ззовні до гіроагрегату і формувати в підвісі хвильові процеси, що суттєво погіршують характеристики бортового навігаційного обладнання. Таким чином, необхідно визначити природу та з'ясувати закономірності виникаючих процесів з метою подальшого їх урахування при оцінці похибок вимірювань.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Нестационарна взаємодія оболонки із середовищем висвітлювалася в ряді монографій, наприклад, [1], [2], [3] та оглядів [4], [5], в котрих розглянута велика кількість важливих у теоретичному і практичному відношенні задач. Взаємодія плоскої ступінчатої чи експоненціально затухаючої хвилі із перешкодою розглядалися в роботах [6], [7], які досить часто служать „еталоном” при розв'язанні задач гідропружності.

Аналіз явища з позиції взаємодії проникаючого акустичного випромінювання з приладами керування рухом літальних апаратів навігаційними інерціальними системами та бортовою апаратурою взагалі започаткований і набуває розвитку в Україні завдяки зусиллям наукової школи Київської політехніки [8], [9], [10], [11].

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Стосовно переміщень рухомої частини поплавкового приладу в оточуючій рідині під дією акустичної хвилі, то вони не розглядалися взагалі, виходячи з того, що рівень звукових навантажень не перевищує паспортно припустимий. В той же час, експериментальні дані підтверджують, що на ракетах-носіях рівень проникаючого під головний аеродинамічний обтікач випромінювання становить 145÷150 децибел, і, таким чином, актуальність задачі має місце. Отже необхідно з'ясувати та аналітично визначити закономірність руху поплавця в акустичному середовищі, оцінюючи властивості не тільки збуджуючого чинника, але й рідини.

Метою досліджень окреслюється з'ясування природи і побудова математичної моделі вимушеного руху гіроскопа в рідинно-статичному підвісі за умов, наближених до натурних.

Основний матеріал досліджень. Розглянемо випадок, коли збурюючий вплив на поплавець здійснюється тільки кризь оточуючу його рідину. Припустимо, що в ній розповсюджується нестационарна хвиля тиску з потенціалом $\Phi(y - ct) = \Phi(\xi)$, фронт якої у момент часу $t = 0$ стикається з поверхнею початково нерухомого поплавця. У фазовій площині (y, t) функція $\Phi(y - ct)$ зберігає сталі значення на лініях $y - ct = \text{const}$, поверхня $U = \Phi(y - ct)$ циліндрична з утворюючими, що паралельні до прямої $y = ct$. Тут зазначено: c – швидкість звукової хвилі, y – напрям розповсюдження акустичної хвилі. Напрямна поверхня – це крива $\Phi(y - ct)$ за $t = 0$.

Потенціал дифракційної хвилі прийемо за $\varphi(x, y, z, t)$. Тоді закон поступального руху поплавця під дією плоскої акустичної хвилі можна визначити з диференціального рівняння [12]:

$$M\ddot{y}(t) + b\dot{y}(t) = \rho \iint_S \frac{\partial}{\partial t} \left[\Phi(y - ct) + \varphi(x, y, z, t) \right] \cos(\hat{n}, y) dS, \quad (1)$$

де $y(t)$ – переміщення поплавця вздовж осі y ; M – маса поплавця з гіроагрегатом; ρ – щільність рідини; $\Phi(y - ct)$ – потенціал швидкості падаючої хвилі тиску; $\varphi(x, y, z, t)$ – потенціал дифракційної хвилі; n – напрям зовнішньої нормалі до поверхні S поплавця; b – зведений коефіцієнт в'язкого опору.

Вважаємо, що потенціал $\varphi(x, y, z, t)$ задовольняє тривимірне хвильове рівняння

$$\Delta\varphi(x, y, z, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi(x, y, z, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

а початкові умови мають вигляд:

$$\Phi(y - ct)|_{t=0} = 0; \quad \varphi(x, y, z, t)|_{t=0} = \frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0. \quad (3)$$

За $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \rightarrow \infty$ функція $\varphi(x, y, z, t) \rightarrow 0$, а на поверхні поплавця граничні умови такі:

$$\frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial n} = - \frac{\partial \Phi(y - ct)}{\partial n} + \frac{dy(t)}{dt} \cos(\hat{n}, y). \quad (4)$$

Часткове розв'язання рівняння (1) відшукаємо за допомогою перетворення Лапласа відносно змінної p , приймаючи, що потенціали $\Phi(y - ct)$ та $\varphi(x, y, z, t)$ задовольняють умови існування границь перетворення. Тоді

$$y(t) \rightarrow y(p); \quad \ddot{y}(t) \rightarrow p^2 y(p); \quad \Phi(y - ct) \rightarrow \Phi(y - cp); \\ \varphi(x, y, z, t) \rightarrow \varphi(x, y, z, p).$$

Відображення $y(p)$ має вигляд:

$$y(p) = \frac{1}{M} \rho \iint_S \frac{1}{p + b} [\Phi(y - cp) + \varphi(x, y, z, p)] \cos(\hat{n}, y) dS, \quad (5)$$

а оригінал може бути записаний наступним чином:

$$y(t) = \frac{1}{M} \rho \iint_S \left\{ \int_0^t \exp[-b(t - \tau)] \cdot [\Phi(y - c\tau) + \varphi(x, y, z, \tau)] d\tau \right\} \cos(\hat{n}, y) dS = \\ = \rho \frac{1}{M} \iint_S \left[\Phi \cos(\hat{n}, y) + \varphi \cos(\hat{n}, y) \right] dS,$$

де

$$\Phi = \int_0^t \Phi(y - c\tau) d\tau; \quad \varphi = \int_0^t \varphi(x, y, z, \tau) d\tau. \quad (7)$$

Таким чином, переміщення часток рідини підвісу будуть представлені через функції Φ та φ формулами:

$$\vec{V} = \text{grad } \Phi; \quad \vec{W} = \text{grad } \varphi, \quad (8)$$

причому, \vec{V} – переміщення внаслідок дії падаючої хвилі, тобто таке, котре було б за умови відсутності поплавця в рідині, а \vec{W} – додаткове переміщення, що обумовлене дифракцією. Оскільки падаюча хвиля розповсюджується вздовж осі Oy ,

$$\vec{V} = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \cdot \vec{j} = \vec{j} V. \quad (9)$$

Функція φ підпорядкована рівнянню

$$\Delta\varphi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (10)$$

та граничним умовам на поверхні поплавця

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = - \frac{\partial \Phi}{\partial n} + y \cos(\hat{n}, y) = (y - V) \cos(\hat{n}, y). \quad (11)$$

Вирази (10), (11) отримуються шляхом інтегрування у часі умов (2) і (4) з урахуванням (3). Слід зауважити, якщо повний імпульс діючої хвилі окреслений, тоді сходяться невластні інтеграли $\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(y, t)$ та $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(y, t)$ і переміщення V залишається кінцевим за $t \rightarrow \infty$, прагнучи до деякої границі, тобто

$$V_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \tag{12}$$

Оскільки $\frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0$, тоді за сталого процесу, тобто якщо $t \rightarrow \infty$, має місце співвідношення

$$\frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0$$

і, отже, –

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(x, y, z, t) = \varphi_{\infty},$$

причому $\Delta \varphi_{\infty} = 0$.

Потенціал падаючої хвилі $\Phi(y - ct)$, отже і його інтеграл Φ , не мають особливостей всередині об'єму, що займає поплавець. Зважаючи на це, згідно з формулою Остроградського, можна записати:

$$\rho \iint_S \Phi(y, t) \cos(\hat{n}, y) dS = \rho \iiint_{V_0} \frac{\partial \Phi(y, t)}{\partial y} dV_0 = \rho \iiint_{V_0} V(y, t) dV_0, \tag{13}$$

де інтегрування здійснюється по всьому об'єму, що займає поплавець.

Тоді,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \rho \iiint_{V_0} V(y, t) dV_0 = \rho V_{\infty} \iiint_{V_0} dV_0 = \rho V_{\infty} V_0 = M_0 V_{\infty}, \tag{14}$$

де $M_0 = \rho V_0$ – маса витисненої поплавцем рідини.

Відносно другого інтеграла виразу (6), то згідно з умовою (11), він може бути записаний так:

$$\rho \iint_S \varphi \cos(\hat{n}, y) dS = \rho \iint_S \frac{1}{y - V} \frac{\partial \varphi}{\partial n} dS. \tag{15}$$

Відповідно до (13), (15), вираз (6) може набути наступного вигляду:

$$y(t) = \rho \frac{1}{M} \iiint_{V_0} V(y, t) dV_0 + \rho \frac{1}{M} \iint_S \frac{1}{y - V} \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} dS. \tag{16}$$

Для знаходження закону переміщення поплавця під дією акустичної хвилі треба знати $\varphi(x, y, z, t)$, визначення котрого за прийнятої вище загальної постановки задачі, зрозуміло, неможливе.

Тому доцільно шукати не $y(t)$, а тільки його остаточне переміщення

$$y_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t). \tag{17}$$

Слід зауважити, що такої границі, міркуючи взагалі, може і не бути. Так, наприклад, якщо хвиля тиску має вигляд стрибка тиску, тоді поплавець набув би деякої сталої швидкості руху. Коли ж повний імпульс тиску обмежений, тоді частки рідини отримають кінцеві переміщення і можна чекати на кінцеве остаточне переміщення поплавця.

Отже, нехай за $t \rightarrow \infty$, $V \rightarrow V_{\infty}$, $y \rightarrow y_{\infty}$. Тоді із виразу (16) випливає, що

$$y_{\infty} = M_0 V_{\infty} + \rho \frac{1}{M} \frac{1}{y_{\infty} - V_{\infty}} \lim_{t \rightarrow \infty} \iint_S \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} dS. \tag{18}$$

Таким чином, потрібно обчислити:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \iint_S \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} dS = \iint_S \varphi_{\infty} \frac{\partial \varphi_{\infty}}{\partial n} dS, \tag{19}$$

$$\varphi_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi = f(x, y, z). \tag{20}$$

Функція φ підпорядкована рівнянню (10), права частина котрого наближається до нуля за $t \rightarrow \infty$, внаслідок того, що вона пропорційна тиску в дифракційній хвилі. Тому φ_{∞} – функція гармонічна. Вона затухає, якщо $r \rightarrow \infty$, а на поверхні поплавця підпорядкована умові

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = A \cos(\hat{n}, y), \quad (A = y_{\infty} - V_{\infty} = \text{const}). \tag{21}$$

Остаточо вираз (17) набуває вигляду:

$$y_{\infty} = (1 + \mu) \frac{V_{\infty}}{\mu + \frac{M}{M_0}}, \quad (22)$$

де μ – коефіцієнт приєднаної маси для поплавця.

Отже припущення щодо граничного переміщення поплавця під дією акустичної хвилі підтверджується.

Висновки. Таким чином, за прийнятих спрощуючих припущень отримано закон поступального руху поплавця гіроскопа під дією акустичного випромінювання. Задача може мати подальший розвиток на підґрунті теоретичних засад, що сформульовані. Аналітичні співвідношення дозволять, окрім аналізу динамічних властивостей та додаткових похибок вимірювань, окреслити шляхи усунення негативних наслідків явища.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Григорюк Э.И., Горшков А.Г. Нестационарная упругость оболочек. – Л.: Судостроение, 1974. – 208 с.
2. Кубенко В.Д. Нестационарное взаимодействие элементов конструкций со средой. – К.: Наук. думка, 1979. – 184 с.
3. Мнев Е.Н., Перцев А.К. Гидроупругость оболочек. – Л.: Судостроение, 1970. – 366 с.
4. Горшков А.Г. Взаимодействие слабых нестационарных волн давления с упругими оболочками // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1974. – № 3. – С. 155–164.
5. Гузь А.Н., Кубенко В.Д. Методы расчета оболочек. Т. 5. Теория нестационарной аэрогидроупругости оболочек. – К.: Наук. думка, 1982. – 400 с.
6. Кудрявцев Е.П. О колебаниях бесконечно длинной упругой цилиндрической оболочки обтекаемой потоком сжимаемого газа // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. – 1964. – С. 6.
7. Лямшев Л.М. Отражение звука тонкими пластинами и оболочками в жидкости. – М.: Изд-во АН СССР. – 1955. – 73 с.
8. Mel'nik V.N., Karachun V.V. Determining Gyroscopic Integrator Errors to Diffraction of Sound Waves // INTERNATIONAL APPLIED MECHANICS. – 2004. – Vol. 40. – № 3. – P. 328–336.
9. Koshljakov V.N., Karachun V.V., Mel'nik V.N., Saverchenko V.G., Balanin V. Kh. The some aspects of flight safety in conditions penetrate acoustic radiation. The world Congress “Aviation in the XXI-st Century”, September, 14–16, 2003, Kyiv, Ukraine, National Aviation University, Kyiv, Ukraine. – P. 2.37–2.40.
10. Мельник В.М. Нелінійні коливання рухомої частини поплавкового гіроскопа внаслідок неоднорідності рідиннофазної частини підвісу // Доповіді НАН України. – 2003. – № 28. – С. 54–58.
11. Мельник В.Н. Об особенностях динамики гироскопа с многофазным подвесом в акустических полях // Космічна наука і технологія, 2002. – Т. 8, № 4. – С. 49–53.
12. Новожилов В.В. О перемещении абсолютно твердого тела под действием акустической волны давления // Прикл. матем. и мех., 1959. – XXIII. – Вып. 4. – С. 794–797.

МЕЛЬНИК Вікторія Миколаївна – кандидат технічних наук, доцент кафедри біотехніки та інженерії Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

– динаміка бортової апаратури.

Подано 17.10.2005

Мельник В.М. Хвильові процеси в рідинностатичному підвісі гіроскопа

Мельник В.Н. Волновые процессы в жидкостатическом подвесе гироскопа

Mel'nik V.N. Wave processes in liquid static bracket of the gyro

УДК 629.7.054

Хвильові процеси в рідинностатичному підвісі гіроскопа / В.М. Мельник

Наводяться результати аналізу особливостей руху поплавця з гіроагрегатом в рідинностатичному підвісі під дією акустичної хвилі тиску. Визначається характер поступального руху та формулюються теоретичні засади явища

УДК 629.7.054

Волновые процессы в жидкостатическом подвесе гироскопа / В.Н. Мельник

Приводятся результаты анализа особенностей движения поплавка с гиросагрегатом в жидкостатическом подвесе под действием акустической волны давления. Определяются характер поступательного движения и формулируются теоретические основы явления.

УДК 629.7.054

Wave processes in liquid static bracket of the gyro / V.N. Mel'nik

The outcomes of the analysis of features of motion of a float with a gyroscopic unit in liquid static bracket under operating of an acoustic wave of pressure are resulted. Are determined nature of translational motion and the fundamental theory of a phenomenon are stated.